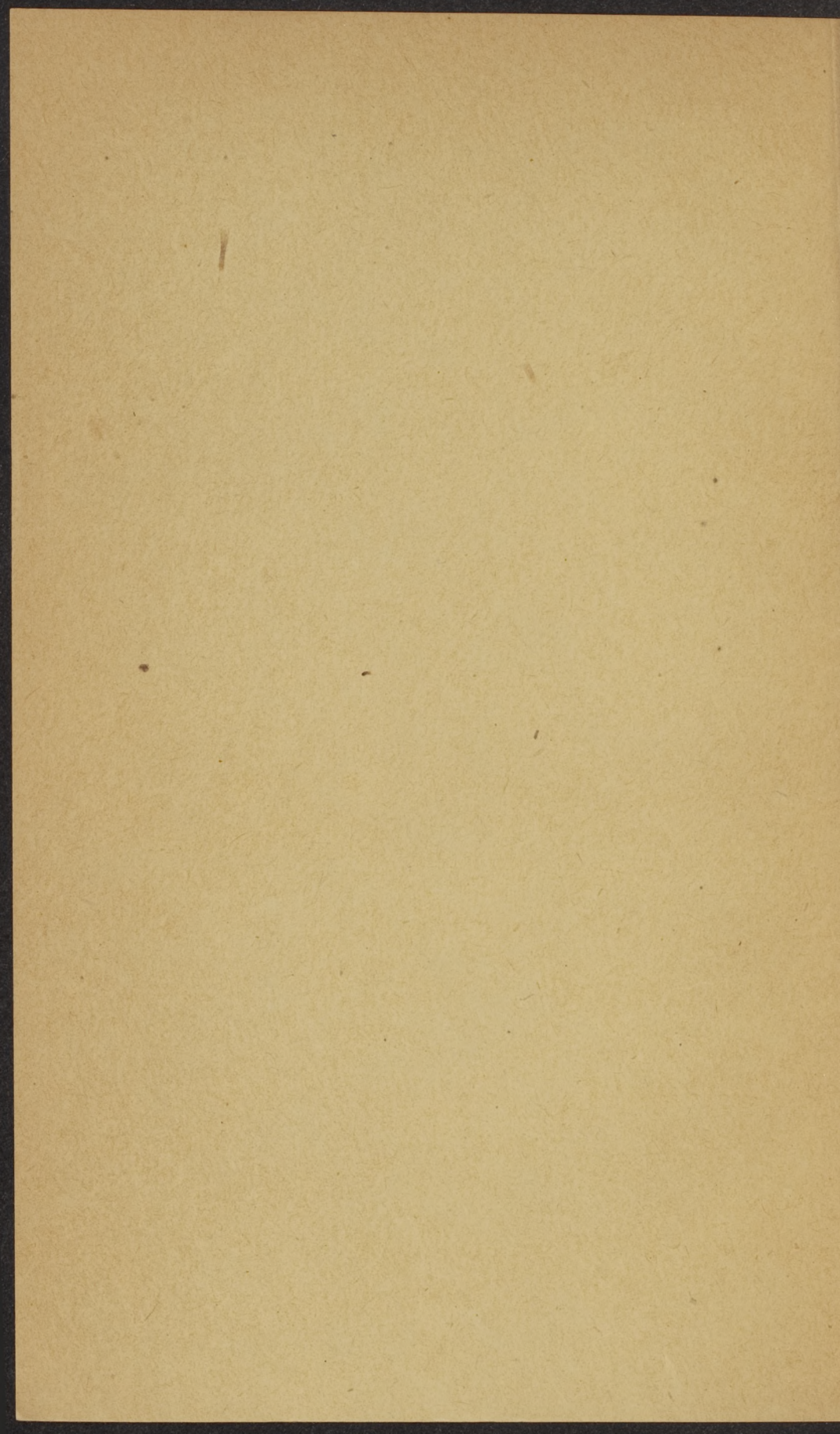


Universiteit Leiden



2 039 937 9

A. B. van Arkel



# PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT  
VOOR NATUURKUNDE

REDACTIE:

A. D. FOKKER, E. OOSTERHUIS, BALTH. VAN DER POL.

---

4e JAARGANG

---

1924

# PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT

VOOR NATUURKUNDE

REDACTIE

A. D. FOKKER, E. OOSTERHUIS, BALTH. VAN DER POL

de JAARGANG

1924

# Register van Namen en Onderwerpen

4e Jaargang Physica, 1924.

<b>A</b> anslag- en ionisatiespanningen der edelgassen . . . . .	367	Breking en terugkaatsing in elektronentheorie . . . . .	234
Aantasting aluminium-electrode . . . . .	54	<i>Brester, C. J.</i> , Symmetrie van kristallen en reststralen . . . . .	113
Aetherwind, — medesleping enz., demonstratiehulpmiddelen . . . . .	9	Astigmatische Lichtbundels . . . . .	230
<i>Alkemade, van Rijn van</i> , zie <i>Rijn</i> .		Breuktheorie van Griffith . . . . .	184
Aluminiumelectrode, aantasting van . . . . .	54	<i>Burger, H. C.</i> , en <i>L. S. Ornstein</i> , Stralingsformule en lichtquanta . . . . .	52
Anode, verwarming bij een glimontlading . . . . .	380	Intensiteit der componenten in het Zeeman-effect. . . . .	327
Anomale Zeeman-effect. . . . .	75	<b>C</b> lausing, <i>P.</i> , Over den electricischen weerstand van zirkoon . . . . .	372
<i>Arkel, A. E. van</i> , Bouw van mengkristallen . . . . .	33	<i>Coker, E. G.</i> , Optische spanningsbepaling . . . . .	219
Kristalbouw en physische eigenschappen . . . . .	286	Congres, Internationaal voor Technische Mechanica 30, 93, 179, 219, 307	
<i>Arkel, A. E. van</i> en <i>J. H. de Boer</i> , Electronegatieve waterstof . . . . .	382	<i>Coster, D.</i> , Botsingen van de tweede soort . . . . .	99
Additiviteit van kookpunten . . . . .	392	Optische doubletten en Röntgendoubletten . . . . .	257
Astigmatische lichtbundels . . . . .	230	Intensiteitsregels bij Röntgenspectra . . . . .	337
Astronomenclub, Nederlandsche . . . . .	24	<b>D</b> e Jans, <i>C.</i> , Electriciteitsverdeling op ellipsoïde. . . . .	97
<b>B</b> andenspectra . . . . .	193	Demonstratiehulpmiddelen in zake aethermedesleping, enz. . . . .	9
Bataafsch Genootschap, Prijsvraag . . . . .	400	<i>Dieke, G. H.</i> , Bandenspectra . . . . .	193
<i>Boer, J. H. de</i> en <i>A. E. van Arkel</i> , Electronegatieve waterstof . . . . .	382	<i>Dorgelo, H. B.</i> , Intensiteitsverhouding in tripletten en doubletten . . . . .	281
Additiviteit van kookpunten . . . . .	392	Doubletten, Optische en Röntgen-, 257, 259, 260	
<i>Borgesius, A. H.</i> , De proeven van Hoek en de Haas . . . . .	18	Drukmeting, Nauwkeurigheid bij hooge- . . . . .	88
Botsingen van de tweede soort . . . . .	99	<i>Dijk, G. van</i> , Trillingen door rijden van voertuigen, en de registrering ervan . . . . .	154
<i>Bouwers, A.</i> , Een nieuwe Röntgenbuis . . . . .	173		
Brandpunt, Phasesprong in het . . . . .	273		

- E**ffectieve golflengte van kleurfilter  
in pyrometer . . . . . 157
- Ehrenfest, P.*, Aanteekening over  
doubletten . . . . . 259
- Electriciteitsverdeeling op ellipsoïde . . . . . 97
- Electrische en andere stroomen . . . . . 309
- Electroden, aantasting van aluminium-  
verstuiven van — in ont-  
ladingsbuizen . . . . . 68  
verschijnselen aan — in  
gasontlading . . . . . 375  
verwarming van — bij  
een glimontlading . . . . . 380
- Elektronentheorie van terugkaatsing  
en breking . . . . . 234
- Energietransport in stroomende gassen 121
- Ewald, P. P.*, Terugkaatsing en  
breking als probleem der elektro-  
nentheorie . . . . . 234
- Fermi, Enrico*, Intensiteiten van  
spectraallijnen . . . . . 340
- Ferromagnetisme van ijzer en nikkel 131
- Fokker, A. D.*, Schoolproeven als  
inleiding tot Einstein's  
gravitatietheorie . . . . . 149  
Hyperbolische zones van  
Fresnel, enz. . . . . 166  
Aanteekening over dou-  
bletten . . . . . 260  
Over den nagalm . . . . . 262
- Fresnel, Hyperbolische zones van . . . . . 166
- Geiss, W.*, Dichtheidsbepalingen  
aan klipzoutkristallen . . . . . 225
- Goudsmit, S.*, Lijnengroepen in  
ijzerspectrum . . . . . 64  
Anomale Zeeman-effect  
en bouw der spectra 75
- Grenslaag langs vlakken wand, stroo-  
ming in . . . . . 21
- Griffith, A. A.*, Breuktheorie . . . . . 184  
Zeepvliezen en spannings-  
problemen . . . . . 187
- Groot, H.*, Het oog als optisch  
werktuig . . . . . 45
- Groot, W. de*, Pyrometer van Hol-  
born en Kurlbaum . . . . . 157
- Haas, H. K. de*, Demonstratie-  
hulpmiddelen inzake aethermede-  
sleping, enz. . . . . 9
- Haas, W. J. de*, Electricische en  
andere stroomen . . . . . 309
- Hegge Zijnen, B. G. van der*, zie  
*Zijnen*.
- Hertz, G.*, en *R. K. Kloppers*,  
De aanslag- en ionisatiespanningen  
der edelgassen . . . . . 367
- Holborn en Kurlbaum Pyrometer . . . . . 157
- Holst, G.*, Verstuiven van elektroden 68
- Holst, G.*, en *E. Oosterhuis*,  
Laagspanningsboog . . . . . 42  
Verschijnselen aan de  
electroden in een gas-  
ontlading . . . . . 375
- Hooge druk meting, Nauwkeurig-  
heid bij . . . . . 88
- I**ntensiteitsverhoudingen in tripletten  
en doubletten . . . . . 281, 340  
componenten in het Zee-  
maneffect . . . . . 327  
bij Röntgenspectra . . . . . 337
- Internationaal Congres voor Tech-  
nische Mechanica 30, 93, 179, 219, 307
- Ionisatie bij totale zoneclipsen . . . . . 24
- Ionisatie- en aanslagspanningen der  
edelgassen . . . . . 367
- Jans, C. de*, Electriciteitsverdeeling  
op ellipsoïde . . . . . 97
- Joffé, A.*, Plasticiteit en trekvastheid 179



- Kamerlingh Onnes H., J. E.**  
 Verschaffelt . . . . . 61
- Klipzoutkristallen, Dichtheidsbepaling 225
- Kloppers, R. K., en G. Hertz,**  
 De aanslag- en ionisatiespanningen  
 der edelgassen . . . . . 367
- Knudsen-effekt . . . . . 121
- Kookpunten, additiviteit van . . . 392
- Kristalbouw en fysieke eigen-  
 schappen . . . . . 286
- Kristalsymmetrie en reststralen . . 113
- Laagspanningsboog . . . . . 42**
- Laboratorium der N.V. Philips'  
 Gloeilampenfabrieken . . . . . 345
- Lichtquanta en stralingsformule . . 52
- Lorentz, Professor, Eerepromotie in  
 de Sorbonne . . . . . 343
- Lub, W. A.,** Phasesprong in het  
 brandpunt . . . . . 273
- Lijnengroepen in het ijzerspectrum . 64
- Mechanica, Internationaal Congres  
 voor Technische 30, 93, 179, 219, 307**
- Mengkristallen, Over den bouw van 33
- Michels, A.,** Nauwkeurigheid bij  
 hoogedrukmeting . . . . . 88
- Nagalm . . . . . 262**
- Nederlandsch-Amerikaansche Fun-  
 datie . . . . . 32
- Nederlandsche Astronomenclub . . 24
- Nederlandsche Natuurkundige Ver-  
 eeniging 21, 52, 88, 113, 121, 154,  
 173, 273, 327
- Onderwijsproeven inzake aether-  
 medesleping, enz. . . . . 9**  
 inleiding Einstein's gravi-  
 tatietheorie . . . . . 149
- Onnes, H. Kamerlingh, J. E.**  
 Verschaffelt . . . . . 61
- Oog als optisch werktuig . . . . . 45
- Oosterhuis, E., en G. Holst,** Laag-  
 spanningsboog . . . . . 42  
 Verschijnselen aan de  
 elektroden in een gas-  
 ontleding . . . . . 375
- Ornstein L. S. en H. C. Burger,**  
 Stralingsformule en  
 lichtquanta . . . . . 52  
 Intensiteit der componen-  
 ten in het Zeeman-effect 327
- Pannekoek, A.,** Ionisatie bij totale  
 zoneclipsen . . . . . 24
- Penning, F. M.,** Verwarming der  
 anode bij een glimontlading . . 380
- Phasesprong in het brandpunt . . 273
- Philips' Laboratorium . . . . . 345
- Fysische eigenschappen en kristal-  
 bouw . . . . . 286
- Plasticiteit en trekvastheid. . . . 179
- Proeven inzake aethermedesleping enz. 9  
 inleiding Einstein's gravi-  
 tatietheorie . . . . . 149
- Pyrometer van Holborn en Kurlbaum 157
- Quanta, licht-, Stralingsformule enz. 25**
- Registreering van trillingen . . . 154**
- Reststralen en symmetrie van kris-  
 tallen . . . . . 113
- Röntgenbuis, Een nieuwe . . . . . 173
- Roos, J. L. de,** Aantasting alumi-  
 nium-electrode . . . . . 54
- Rijn, A. C. van, van Alkemade,**  
 Transversale trillingen van staven 1

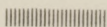
<b>Sommerfeld, A.</b> , Struktur des Eisenspektrums . . . . .	115	Verstuiven van electroden . . . . .	68
Spanningsbepaling, Zeepvliezen enz.	187	Verwarming der anode . . . . .	380
„ Optische . . . . .	219	<b>Voorhoeve, N. A. J.</b> , Het Natuurkundig laboratorium der N. V. Philips' Gloeilampenfabrieken . . . . .	345
Spectra, Anomaal Zeeman-effect en bouw der . . . . .	75	<b>Waard, R. H. de</b> , Ferromagnetisme van ijzer en nikkel . . . . .	131
Staven, Transversale trillingen van	1	Waterstof, electronegatieve . . . . .	382
Steenzout, zie klipzout.		<b>Weber, Sophus</b> , Energietransport in stroomende gassen . . . . .	121
Stralingsformule en lichtquanta . . . . .	52	<b>Ijzer en nikkel</b> , ferromagnetisme van	131
Strikvragen, 96, 120, 156, 192, 224, 256 280, 308, 344, 400		Ijzerspectrum, Lijnengroepen in het Struktuur van het . . . . .	64 115
Strooming in grenslaag langs vlakken wand . . . . .	21	<b>Zeeman-effect</b> , Anomaal, en bouw der spectra . . . . .	75
Symmetrie van kristallen en reststralen . . . . .	113	Intensiteit der Componenten . . . . .	327
<b>Terugkaatsing en breking</b> als probleem der electronentheorie . . . . .	234	Zeepvliezen, Gebruik van, bij spanningsproblemen . . . . .	187
Trekvastheid en plasticiteit . . . . .	179	Zirkoon, elektrische weerstand van	372
Trillingen, transversale, van eenzijdig vastgeklemden staven door rijden van voertuigen en hun registrering . . . . .	154	<b>Zijnen, B. G. van der Hegge</b> , Strooming in grenslaag langs vlakken wand . . . . .	21
<b>Verschaffelt, J. E.</b> , door H. Kamerling Onnes . . . . .	61		
Laboratorium J. Plateau te Gent . . . . .	307		

## BOEKBESPREKINGEN.

<b>Andoyer, H. et A. Lambert</b> , Cours d'astronomie . . . . .	191
<b>Benrath, A.</b> , Physikalische Chemie . . . . .	303
<b>Bohr, N.</b> , Drei Aufsätze über Spektren und Atombau . . . . .	304
<b>Bragg, W. H.</b> , and <b>W. L.</b> , X-rays and Crystal Structure . . . . .	278
<b>Campbell, L. L.</b> , Galvanomagnetic Effects . . . . .	255
<b>Case, John</b> , Notes and examples on the Theory of Heat . . . . .	26
<b>Eddington, A. S.</b> , Raum, Zeit und Schwere . . . . .	58

VII

<i>Ewald, P. P.</i> , Kristalle und Röntgenstrahlen . . . . .	91
<i>Gerlach, W.</i> , Materie, Elektrizität, Energie . . . . .	57
<i>Grimsehl, E.</i> , Lehrbuch der Physik . . . . .	155
<i>Guertler, W.</i> , Metallographie . . . . .	28
<i>Kayser, H.</i> , und <i>H. Konen</i> , Handbuch der Spectroscopie . . . . .	90
<i>Laar, J. J. van</i> , Die Zustandsgleichung von Gasen und Flüssigkeiten . . . . .	275
<i>Laue, M. von</i> , La Théorie de Relativité. . . . .	301
<i>Lecat, M.</i> , Bibliographie de la Relativité. . . . .	223
Bibliographie des déterminants à plus de deux dimensions . . . . .	277
<i>Lorentz, H. A.</i> , Entropie en Waarschijnlijkheid . . . . .	28
Clerk Maxwell's Electromagnetic Theory . . . . .	304
<i>Mainka, Carl</i> , Physik der Erdbebenwellen . . . . .	253
<i>Menges, C. R. E.</i> , Nouvelles vues Faraday-Maxwelliennes . . . . .	302
<i>Minnaert, M.</i> , Natuurkunde in Leerlingen-proeven . . . . .	279
<i>Mogendorff, E. E.</i> , Natuurkunde voorbereidend Hooger Onderwijs . . . . .	276
<i>Perrin, Jean</i> , Die Atome . . . . .	119
<i>Rinne, F.</i> , Das feinbauliche Wesen der Materie . . . . .	27
<i>Schlömilch, Oscar</i> , Kompendium der höheren Analysis . . . . .	29
<i>Siegbahn, Manne</i> , Spektroskopie der Röntgenstrahlen . . . . .	189
<i>Study, E.</i> , Einleitung in die Theorie der Invarianten . . . . .	29
<i>Swierstra, R.</i> , Electro-lichttechniek . . . . .	59
<i>Tammann, G.</i> , Lehrbuch der heterogenen Gleichgewichte . . . . .	251
<i>Thirring, H.</i> , L'Idée de la Théorie de la Relativité. . . . .	59
<i>Weitzenböck, R.</i> , Invariantentheorie . . . . .	26
<i>Wiedemann, E.</i> , und <i>A. Wehnelt</i> , Physikalisches Praktikum . . . . .	305



111	Bratt, P. P. <i>Rechnen und Rechenregeln</i>	111
112	Gerlach, W. <i>Mathematische Logik</i>	112
113	Grunwaldt, E. <i>Lehrbuch der Physik</i>	113
114	Günther, W. <i>Mathematische Logik</i>	114
115	Hagen, H. <i>Die Elemente der Mathematik</i>	115
116	Jant, J. J. <i>Die Zehnregeln von Ozen und Platon</i>	116
117	Jant, J. J. <i>Die Elemente der Mathematik</i>	117
118	Jant, M. <i>Mathematische Logik</i>	118
119	Jant, M. <i>Mathematische Logik</i>	119
120	Jant, M. <i>Mathematische Logik</i>	120
121	Jant, M. <i>Mathematische Logik</i>	121
122	Jant, M. <i>Mathematische Logik</i>	122
123	Jant, M. <i>Mathematische Logik</i>	123
124	Jant, M. <i>Mathematische Logik</i>	124
125	Jant, M. <i>Mathematische Logik</i>	125
126	Jant, M. <i>Mathematische Logik</i>	126
127	Jant, M. <i>Mathematische Logik</i>	127
128	Jant, M. <i>Mathematische Logik</i>	128
129	Jant, M. <i>Mathematische Logik</i>	129
130	Jant, M. <i>Mathematische Logik</i>	130
131	Jant, M. <i>Mathematische Logik</i>	131
132	Jant, M. <i>Mathematische Logik</i>	132
133	Jant, M. <i>Mathematische Logik</i>	133
134	Jant, M. <i>Mathematische Logik</i>	134
135	Jant, M. <i>Mathematische Logik</i>	135
136	Jant, M. <i>Mathematische Logik</i>	136
137	Jant, M. <i>Mathematische Logik</i>	137
138	Jant, M. <i>Mathematische Logik</i>	138
139	Jant, M. <i>Mathematische Logik</i>	139
140	Jant, M. <i>Mathematische Logik</i>	140
141	Jant, M. <i>Mathematische Logik</i>	141
142	Jant, M. <i>Mathematische Logik</i>	142
143	Jant, M. <i>Mathematische Logik</i>	143
144	Jant, M. <i>Mathematische Logik</i>	144
145	Jant, M. <i>Mathematische Logik</i>	145
146	Jant, M. <i>Mathematische Logik</i>	146
147	Jant, M. <i>Mathematische Logik</i>	147
148	Jant, M. <i>Mathematische Logik</i>	148
149	Jant, M. <i>Mathematische Logik</i>	149
150	Jant, M. <i>Mathematische Logik</i>	150

BOEKBESPREKINGEN.

151	Anders, H. H. A. <i>Lehrbuch der Arithmetik</i>	151
152	Berthel, A. <i>Die Elemente der Arithmetik</i>	152
153	Bier, N. <i>Die Elemente der Arithmetik</i>	153
154	Brauer, W. H. <i>Die Elemente der Arithmetik</i>	154
155	Comenius, J. A. <i>Die Elemente der Arithmetik</i>	155
156	Comenius, J. A. <i>Die Elemente der Arithmetik</i>	156
157	Comenius, J. A. <i>Die Elemente der Arithmetik</i>	157
158	Comenius, J. A. <i>Die Elemente der Arithmetik</i>	158
159	Comenius, J. A. <i>Die Elemente der Arithmetik</i>	159
160	Comenius, J. A. <i>Die Elemente der Arithmetik</i>	160

# PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

4e JAARGANG

JANUARI 1924

NUMMER 1.

## OVER TRANSVERSALE TRILLINGEN VAN EENERZIJDIG VASTGEKLEMDEN STAVEN

door A. C. VAN RIJN VAN ALKEMADE.

Een trillende stemvork brengt een enkelvoudigen toon voort, in tegenstelling met andere geluidgevendende lichamen, die samengestelde tonen geven, bestaande uit een grondtoon met eenige boventonen. Worden de trillingen opgeteekend, bijvoorbeeld op een draaienden cylinder, dan verkrijgt men een zuivere sinuslijn. De verklaring van het verschijnsel is vermoedelijk hierin te zoeken, dat er ook in het geluid van een stemvork wel boventonen zijn, maar dat deze, vergeleden met den grondtoon, te zwak zijn om te worden waargenomen. Ten einde dit nader te onderzoeken, heb ik gebruik gemaakt van de theorie van Lord Rayleigh betreffende de transversale trillingen van staven, welke aan het eene uiteinde vastgeklemd en aan het andere vrij zijn. <sup>1)</sup> De trillingen van de beenen van een stemvork zullen n.l. hiermede eenige overeenkomst moeten vertoonen.

Om voor zulk een staaf de bewegingsvergelijking voor transversale trillingen te verkrijgen, zullen wij de  $X$  as plaatsen in de lengte as van de staaf met de positieve richting van het vaste naar het vrije uiteinde, de oorsprong in het vaste uiteinde, de  $Y$  as in de richting der trillingen en de  $Z$  as loodrecht daarop. Beschouwen wij een doorsnede, loodrecht op de  $X$  as en op afstand  $x$  van  $O$  dan werkt daarop een schuifspanning  $S$  in de richting van de  $Y$  as en een koppel van trekspanningen  $N$ , welks as de richting van de  $Z$  as heeft. Voor een doorsnede op een afstand  $x + dx$  van  $O$  zijn deze resp.  $S + \frac{\partial S}{\partial x} dx$  en  $N + \frac{\partial N}{\partial x} dx$ .

<sup>1)</sup> Theory of Sound. 2nd Ed. I p. 225—305.

De bewegingsvergelijking voor het schijfje tusschen de beide doorsneden is nu :

$$\varrho q dx \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = \frac{\partial S}{\partial x} dx.$$

of

$$\varrho q \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = \frac{\partial S}{\partial x},$$

waarin  $\varrho$  de dichtheid,  $q$  het oppervlak der doorsnede en  $\eta$  de verplaatsing uit den evenwichtsstand voorstelt. Verder is

$$S + \frac{\partial N}{\partial x} = 0,$$

wanneer wij afzien van eventueele wentelingen om de  $Z$  as.

Nu is :

$$N = \frac{EI}{R},$$

waarin  $E$  den elasticiteitsmodulus voorstelt,  $R$  den kromtestraal en  $I$  het lineaire traagheidsmoment der doorsnede ten opzichte van een lijn door het middelpunt en evenwijdig aan  $Z$  as. Voor  $1/R$  kunnen wij stellen  $\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2}$ , wanneer  $\left(\frac{\partial \eta}{\partial x}\right)^2$  ten opzichte van de eenheid wordt verwaarloosd en zoo vinden wij :

$$N = EI \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2}, \quad S = -EI \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3}, \quad (1)$$

terwijl de bewegingsvergelijking wordt

$$\varrho q \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 \eta}{\partial x^4} = 0 \quad (2)$$

Voor de oplossing stellen wij  $\eta = XT$ , waarin  $X$  een functie van  $x$  alleen en  $T$  een functie van  $t$  alleen is, daardoor wordt :

$$EIT \frac{d^4 X}{dx^4} + \varrho q X \frac{d^2 T}{dt^2} = 0,$$

of, na deeling door  $XT$

$$\frac{EI}{X} \frac{d^4 X}{dx^4} = -\frac{\varrho q}{T} \frac{d^2 T}{dt^2}.$$

Stellen wij de beide leden van deze vergelijking  $= \varrho q k^2$ , dan verkrijgen wij de vergelijkingen

$$\frac{d^2 T}{dt^2} = -k^2 T \quad (3)$$

en

$$\frac{d^4 X}{dx^4} = \frac{\rho g}{EI} k^2 X$$

of

$$\frac{d^4 X}{dx^4} = \frac{m^4}{l^4} X \quad (4)$$

wanneer

$$\frac{\rho g}{EI} k^2 = \frac{m^4}{l^4} \quad (5)$$

gesteld wordt.

De oplossing van (3) is:

$$T = a \cos kt + b \sin kt,$$

en die van (4)

$$X = A \cos \frac{mx}{l} + B \sin \frac{mx}{l} + C \cosh \frac{mx}{l} + D \sinh \frac{mx}{l}.$$

Als grensvoorwaarden hebben wij vooreerst, dat aan het vaste uiteinde, dus voor  $x=0$ , altijd:  $\eta=0$  en  $\frac{\partial \eta}{\partial x}=0$  is. Aan het vrije uiteinde is altijd de schuifspanning nul en ook het koppel der trekspanningen; volgens (1) is dus, voor  $x=l$  steeds  $\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2}=0$  en  $\frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3}=0$ . Daar deze voorwaarden alle onafhankelijk van  $t$  zijn, kunnen zij ook aldus geschreven worden:

$$\text{voor } x=0 \quad \begin{matrix} X=0 \\ \frac{dX}{dx}=0 \end{matrix} \quad , \quad \text{voor } x=l \quad \begin{matrix} \frac{d^2 X}{dx^2}=0 \\ \frac{d^3 X}{dx^3}=0 \end{matrix}.$$

Wij verkrijgen dus 4 vergelijkingen n.l.

$$A + C = 0.$$

$$B + D = 0.$$

$$-A \cos m - B \sin m + C \cosh m + D \sinh m = 0.$$

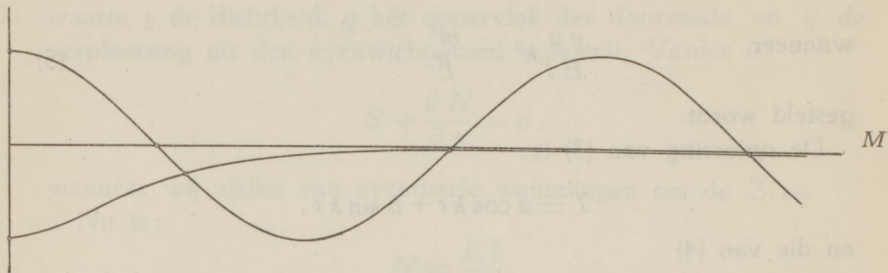
$$A \sin m - B \cos m + C \sinh m + D \cosh m = 0.$$

Elimineert men hieruit  $A$ ,  $B$ ,  $C$  en  $D$  dan vindt men voor de berekening van  $m$  de vergelijking

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ -\cos m - \sin m & \cosh m & \sinh m & \\ \sin m - \cos m & \sinh m & \cosh m & \end{vmatrix} = 0,$$

die herleid kan worden tot :

$$\cos m \cosh m + 1 = 0. \quad (6)$$



In de bovenstaande graphische voorstelling is de cosinuslijn geteekend en verder onder de  $M$  as de lijn  $\frac{1}{\cosh m}$ , die asymptotisch tot de  $M$  as nadert. De snijpunten dezer lijnen geven de wortels der vergelijking en uit de figuur blijkt duidelijk, dat de eerste wortel iets grooter is dan  $\frac{\pi}{2}$  en alle volgende op zeer weinig na, gelijk aan  $\frac{3\pi}{2}$ ,  $\frac{5\pi}{2}$ ,  $\frac{7\pi}{2}$  enz. zijn.

De juiste waarden van de wortels zijn, volgens de berekening van Rayleigh:

$$m_1 = 1,875104$$

$$m_2 = 4,694098$$

$$m_3 = 7,854757$$

$$m_4 = 10,995541$$

$$m_5 = 14,137168$$

$$m_6 = 17,278759$$

Het trillingsgetal van den grondtoon is  $n_1 = \frac{k_1}{2\pi}$  en volgens (5) vindt men hiervoor

$$n_1 = \frac{m_1^2}{2\pi l^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho q}} \quad (7)$$

Voor een staaf met rechthoekige doorsnede is  $\frac{I}{\rho} = \frac{1}{12} d^2$ , als  $d$



de dikte voorstelt, dus dan wordt:

$$n_1 = \frac{m_1^2}{4\pi} \frac{d}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (1)$$

Voor de berekening van de constanten  $a$  en  $b$ , moeten de beginvoorwaarden worden vastgesteld. Onderstellen wij in de eerste plaats, dat de staaf door een kracht  $P$  aan het vrije uiteinde, gebogen wordt en dan, zonder snelheid losgelaten. De verplaatsing van een punt der staaf voor  $t=0$  noemen wij  $\eta_0$ , dan is  $\left(\frac{\partial \eta_0}{\partial t}\right)_0 = 0$ , waaruit men gemakkelijk afleidt, dat alle coëfficiënten  $b=0$  zijn. Verder is:

$$\eta_0 = \sum X_\lambda T_\lambda(0) = \sum a_\lambda X_\lambda$$

en hieruit kunnen de coëfficiënten  $a$  gevonden worden volgens een methode, die herinnert aan de bepaling der coëfficiënten van een Fourierreeks. Om n.l.  $a_\lambda$  te bepalen, vermenigvuldigen wij beide leden der vergelijking met  $X_\lambda dx$  en integreeren naar  $x$  tusschen de grenzen 0 en  $l$ . Nu kan men bewijzen, door uit te gaan van (4) en dan herhaaldelijk partieel te integreeren, dat:

$$\int_0^l X_\lambda X_\mu dx = 0, \text{ als } \lambda \neq \mu \quad (2).$$

terwijl voor  $\lambda = \mu$ :

$$\int_0^l X_\lambda^2 dx = \frac{1}{4} l [X_\lambda(l)]^2$$

is. Hierin wordt met  $X_\lambda(l)$  bedoeld: de waarde, die de functie  $X$  heeft voor  $x=l$ . Wij verkrijgen nu:

$$\int_0^l \eta_0 X_\lambda dx = \frac{1}{4} a_\lambda l [X_\lambda(l)]^2,$$

waardoor  $a_\lambda$  bepaald kan worden. Daartoe herleiden wij de

1) De mate van overeenkomst tusschen een been van een stemvork en een ingeklemd-vrije staaf kan uit het volgende voorbeeld blijken. Van een stemvork met trillingsgetal  $n=128$  werd de dikte  $d=8$  mm gemeten. Met  $E=22.10^{11}$  en  $\rho=7.8$  berekent men dan  $l=224$  mm. Bij meting bleken de beenen tot aan de bocht 212 mm lang te zijn. Men zou dus een punt op 12 mm onder de bocht als het „vaste” punt moeten beschouwen.

2) Rayleigh t. a. p. pag. 262. Onze functies  $X$  worden door Rayleigh  $u$  genoemd.

overblijvende integraal met behulp van de vergelijking (4) aldus :

$$\int_0^l \eta_0 X_\lambda dx = \frac{l^4}{m_\lambda^4} \int_0^l \eta_0 \frac{d^4 X_\lambda}{dx^4} dx = \frac{l^4}{m_\lambda^4} \left\{ \left[ \eta_0 \frac{d^3 X_\lambda}{dx^3} - \frac{d\eta_0}{dx} \frac{d^2 X_\lambda}{dx^2} + \frac{d^2 \eta_0}{dx^2} \frac{dX_\lambda}{dx} \right]_0^l - \int_0^l \frac{d^3 \eta_0}{dx^3} \frac{dX_\lambda}{dx} dx \right\}.$$

Met het oog op de grensvoorwaarden, verdwijnen de eerste twee geïntegreerde deelen; verder heeft men, voor een staaf, die door een kracht  $P$ , aan het vrije uiteinde, gebogen wordt :

$$P(l-x) = \frac{EI}{R} = EI \frac{d^2 \eta_0}{dx^2}.$$

Hieruit volgt vooreerst, dat ook het derde geïntegreerde deel verdwijnt, want voor  $x=l$  wordt  $\frac{d^2 \eta_0}{dx^2} = 0$ . Verder blijkt nu  $\frac{d^3 \eta_0}{dx^3} = -\frac{P}{EI}$  te zijn, zoodat :

$$\int_0^l \eta_0 X_\lambda dx = \frac{l^4}{m_\lambda^4} \cdot \frac{P}{EI} X_\lambda(l)$$

wordt, en tenslotte :

$$a_\lambda = 4 \frac{l^3}{m_\lambda^4} \cdot \frac{P}{EI} \cdot \frac{1}{X_\lambda(l)}.$$

De oplossing van de differentiaalvergelijking is dus voor dit geval :

$$\eta = \frac{4Pl^3}{EI} \sum \frac{1}{m_\lambda^4} \frac{X_\lambda(x)}{X_\lambda(l)} \cos k_\lambda t.$$

Hierin is  $\frac{Pl^3}{3EI} = \eta_0(l)$ , de „doorbuigingspijl”, waardoor

$$\eta = 12 \eta_0(l) \sum \frac{1}{m_\lambda^4} \frac{X_\lambda(x)}{X_\lambda(l)} \cos k_\lambda t.$$

wordt. Stellen we hierin  $x=l$ , dan krijgen we voor de trillingen van het vrije uiteinde :

$$\eta(l) = 12 \eta_0(l) \sum \frac{1}{m_\lambda^4} \cos k_\lambda t. \quad 1)$$

Hieruit blijkt, dat de amplitude van den tweeden toon,  $\frac{m_1^4}{m_2^4}$  maal zoo groot is als die van den grondtoon. Deze verhouding is:

$$\left( \frac{1,875104}{4,694098} \right)^4 = 0,02546$$

of ongeveer  $\frac{1}{40}$  en de intensiteit, die evenredig is met de tweede macht van de amplitude is voor den eersten boventoon  $\frac{1}{1600}$  van die van den grondtoon. Het interval van deze beide tonen, dus de verhouding der trillingsgetallen is, volgens (7)

$$\left( \frac{m_2}{m_1} \right)^2 = 6,27 = 2 \times 2 \times 1,57,$$

waaruit blijkt, dat de eerste boventoon tusschen 2 en 3 octaven hooger is dan de grondtoon.

Het nu behandelde geval, dat de staaf door een kracht aan het vrije uiteinde gebogen wordt en daarna losgelaten, is van toepassing op een stemvork, die wordt aangestroken of electro-magnetisch in beweging wordt gebracht.

Het is verder ook nog mogelijk, dat de staaf door een plotseligen stoot in trilling wordt gebracht. Dan is, voor  $t=0$ , overal  $\eta_0=0$ , waaruit onmiddellijk volgt, dat alle coëfficiënten  $a$  nul zijn. Wat betreft  $\left( \frac{\partial \eta}{\partial t} \right)_0$ , deze snelheid heeft alleen in een bepaald punt  $x=a$ , waar de stoot gegeven wordt, eene van nul verschillende waarde, die wij  $v_0$  zullen noemen.

Nu is:

$$\left( \frac{\partial \eta}{\partial t} \right)_0 = \sum k_\lambda b_\lambda X_\lambda$$

en om hierin den coëfficiënt  $b_\lambda$  te bepalen, vermenigvuldigen wij weer met  $X_\lambda dx$  en integreeren naar  $x$  tusschen 0 en  $l$ . Dit geeft:

$$\int_0^l \left( \frac{\partial \eta}{\partial t} \right)_0 X_\lambda dx = k_\lambda b_\lambda \int_0^l X_\lambda^2 dx = \frac{1}{4} l k_\lambda b_\lambda [X_\lambda(l)]^2,$$

1) Deze formule is, in een enigszins anderen vorm ook verkregen door W. Kaufmann, Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik, Bd. 2, 1922, pag. 37. De door mij gevolgde weg om tot de formule te komen, is echter in sommige opzichten korter dan die van Kaufmann. Een controle voor de juistheid der formule is, dat (voor  $t=0$ )  $\sum \frac{1}{m_\lambda^4} = \frac{1}{12}$  moet zijn. Dit is inderdaad een eigenschap van de wortels der vergelijking (6).

terwijl van de eerste integraal alleen een element bij  $x = a$  overblijft, waarvoor wij kunnen schrijven:

$$\frac{X_\lambda(a)}{\varrho q} \times v_0 \varrho q dx = \frac{c_0}{\varrho q} X_\lambda(a)$$

en dan is  $c_0$  de „impuls”, die aan de staaf wordt medegedeeld. Nu wordt, met het oog op (5):

$$b_\lambda = \frac{4 c_0}{\varrho q l} \frac{X_\lambda(a)}{[X_\lambda(l)]^2} \cdot \frac{1}{k_\lambda} = \frac{4 c_0 l}{\sqrt{\varrho q EI}} \cdot \frac{1}{m_\lambda^2} \frac{X_\lambda(a)}{[X_\lambda(l)]^2}$$

en

$$\eta = \frac{4 c_0 l}{\sqrt{\varrho q EI}} \sum \frac{1}{m_\lambda^2} \frac{X_\lambda(a) X_\lambda(x)}{[X_\lambda(l)]^2} \sin k_\lambda t.$$

Wordt de stoot gegeven aan het vrije uiteinde van de staaf en beschouwen wij verder alleen de trillingen van dit uiteinde, dan is  $a = x = l$  en wij houden over

$$\eta = \frac{4 c_0 l}{\sqrt{\varrho q EI}} \sum \frac{1}{m_\lambda^2} \sin k_\lambda t,$$

waaruit blijkt, dat de verhouding tusschen de amplitude van den eersten boventoon en die van den grondtoon nu is

$$\left(\frac{m_1}{m_2}\right)^2 = 0,1596$$

en de verhouding der intensiteiten:

$$\left(\frac{m_1}{m_2}\right)^4 = 0,02546.$$

De intensiteit van den eersten boventoon is nu ongeveer  $1/40$  van die van den grondtoon; de eerste boventoon is dus niet zoo zwak als in het vorige geval.

Het laatste geval is van toepassing op een stemvork, die b.v. tegen een tafel wordt aangeslagen of op een andere manier door een stoot in trilling wordt gebracht.

TWEDE DEMONSTRATIE-HULPMIDDELEN BIJ  
HET ONDERRICHT IN ZAKE: AETHERWIND,  
AETHERMEDESLEPING, RELATIVITEIT, ENZ.

door H. K. DE HAAS.

## EEN MEDESLEEPER à LA FRESNEL.

Vermoedelijk zullen er slechts weinige physische kabinetten of onderzoekingslaboratoria zijn, waar men de leerlingen iets omtrent de aethermedesleping <sup>1)</sup> kan laten zien; zelfs in het Amsterdamsche Laboratorium zal het bezwaarlijk zijn, het innig verband tusschen de optische dichtheid en het bedrag der medesleping eens eventjes te laten kijken. Wie zag dit verband ooit op andere wijze dan met behulp van zijn geestes-oog?

Het volgend toestelletje veroorlooft, bijna zonder toelichting, het wezen der medesleping, en het innig oorzakelijk verband tusschen het bedrag der verdichting en het bedrag der medesleping in een overigens homogeen, — *vast* —, veld, ad oculos te demonstreeren.

Men neemt een glasruitje, b.v. dat van een verknoeid photographisch negatief ( $13 \times 18$  cm) en plakt daarop (met canadabalsem of dergel.) drie plan-concave cylinderlenzen (van 3,75, 7,5 en 15 dioptrieën) zooals ze door de brillenwinkeliers uit Frankrijk betrokken worden voor brillenglazen (de Fransche glazen zijn namelijk vierkant afgesneden op  $42 \times 42$  mm, wat ze geschikter voor ons doel doet zijn dan de Duitsche glazen, welke ruwe buitenomtrek ongeveer rond is). De drie cylinderassen moeten in elkaars verlengde liggen, elke cylinder sluitte tegen zijn buurcylinder aan, tusschen den zwakste en den sterkste ligge de middensterke. Na eenige weken drogen is de canadabalsem hard, en kan het ruitje (althans enkele uren) overeind gezet worden, en is onze (aether)medesleeper gereed.

Nu het (aether)veld. Men neme „een transparant” of een ander stuk papier met dikke-evenwijdige-rechte lijnen, en make tusschen lijn 1 en 2, tusschen lijn 3 en 4, tusschen lijn 5 en 6, enz., het papier zwart. Dit gelijkmatig gestreepte papier (de lijnen verticaal en minstens 1 cm dik) stelt het homogene, onbeweegbare, — *vaste* — aetherveld voor, deugdelijk met 2 punaises aan den wand bevestigd.

<sup>1)</sup> *Slepen* = (passief) gesleept worden; *slepen* = transitief: doen slepen; de aether ondergaat medesleping, het glas verwekt door medesleping, medesleping van den aether.

Nu houdt men op eenigen afstand (de cylinderassen vertikaal) het ruitje voor het strepenveld, ziet de strepen in het zwakste cylinderveld eenigszins verdicht, in het daaronder gelegen middelste veld sterker verdicht, in het sterkste cylinderveld zeer sterk verdicht, juist zooals den aether in een optisch dichter milieu betaamt.

Beweegt men nu het ruitje (= de medesleeper) heen en weer, evenwijdig het vlak van het (aether)strepenveld, dan *ziet* men het analogon der aethermedesleping: hoe dichter de strepen bijéén, hoe sneller zij mede-bewegen. Zelfs quantitatief blijkt Fresnel's formule uit te komen, mits men zorge, den medesleeper (b.v. langs een liniaal) evenwijdig aan het vlak van het (aether)strepenveld te bewegen en zelf niet van plaats te veranderen; men telt slechts het aantal strepen, hetwelk een achter op het ruitje (met roode inkt) geteekende vertikale lijn (die b.v. de cylindervelden elk in twee gelijke helften verdeelt) passeert. Van belang voor het inzicht is: er nadruk op te leggen, dat nergens (aether)veldstrepen ontstaan of verloren gaan, maar dat *allen* stuk voor stuk achter die middenlijn passeeren *moeten*.

Onze medesleeper laat dus *zien*, hoe uit *de drie* (ook voor aetherveld of lichtgolvenveld gebruikelijke aangenomen) *gegevens*:

- a. dat er van deze velden niets vernietigd wordt, —
- b. dat het homogene veld onbeweegbaar *vast* is, —
- c. dat een *verdichting* in dit veld voorschrijdt, —

als noodwendig, — onverbiddeijk —, gevolg voortvloeit: een medesleping, die in grootte afhangt van de verdichting; wij *zien* de medesleping als een questie van *tellen*.

Reeds zonder dit eenvoudig instrumentarium, slechts gewapend met bedrukt papier en een op enkele cm afstand daarvan heen en weer bewogen negatief brilleglas, laat zich het medesleepings-principe.... *aanschouwen*.

#### Zusammenfassung.

Es wird ein einfacher anschaulicher *Demonstrationsversuch* beschrieben, der einem Auditorium die *Fresnel'sche Mittschleppung des Aethers* durch einen Körper ad Oculos demonstrieren soll. Man schaut durch divergierende Linse (bzw. — 15, —  $7\frac{1}{2}$ , —  $3\frac{1}{2}$  dioptr.) nach einem schwarz-weisz gestreiften Papier, und sieht hinter der Linse die Streifungen komprimiert. Bei Bewegung der Linse werden die Streifen mitgeführt.

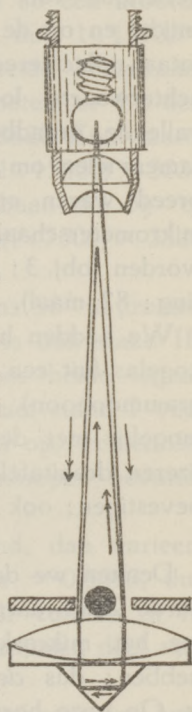
EEN POGING, EEN EFFECT (VAN DE 1e ORDE) VAN „DEN AETHERWIND” DOOR HET MIKROSKOOP TE AANSCHOUWEN.

Een stukje glas, lang 1,5 mm (met brekingsindex  $n = 1,5$ ) zal wanneer het door licht van  $\lambda = 0,589 \mu$  doorloopen wordt 3820 golven bevatten. Indien we het glas in het aetherveld stilhouden, zal er geen verschil in dit aantal zijn, of het licht van links naar rechts, — of van rechts naar links —, dit glasbaantje van 1,5 mm doorloopt.

We gaan de vraag: zou dan soms de „aetherwind” dit respectabel aantal van 3820 lichtgolven niet iets wijzigen? mikroskopisch *bezien*.

Zouden we de twee, in ons glasbaantje van 1,5 mm *tegengesteld* loopende stralen kunnen laten interfereeren onder een mikroskoop? Ja: indien we het stukje glas prisma-vorm geven. Daartoe kozen we een klein totaal-reflecteerend prisma (de loodrechte ribben 1 cm) en plakten het hypothenuse-vlak middenonder-tegen de vlakke zijde van een plan-convexe, achromatische lens (uit een groote ouderwetsche binocle), welke 19,5 cm. brandpuntsafstand heeft. Deze lens werd onder in een rechtopstaand mikroskoop (groot model Leitz) in de plaats van den spiegel bevestigd; het prisma hing dus onder tegen deze lens, en kaatste vertikaal neervallend licht weder vertikaal opwaarts. We merken terloops op, dat de stand van het prisma er niet veel toe doet, om toch het licht in dezelfde richting, als die van inval, terug te kaatsen, waarin wel in de eerste plaats het geheim ligt, dat onze instrumentatie zich goed leent, om door een talrijk gehoor gehanteerd te worden, zonder dat de interferentie-strepen er nadeel van ondervinden.

Een klein electricch gloeilampje (4 volt) met rechten gloeidraad, leverde het vertikaal neervallend licht. Het lampje (het gloeidraadjje horizontaal) werd buiten tegen het objectief van het mikroskoop bevestigd, enkele mm. *boven* het onderste frontvlak van het neerwaarts gerichte objectief. De lens met het totaal reflecteerend prisma werpen een scherp beeld van het gloeidraadjje onder het op ruim 19,5 cm van deze lens verwijderde frontvlak van het



objectief, welk beeld door het objectief bekeken wordt. Feitelijk vormden lens en prisma niet één beeld van het draadje, doch twee beelden; het ééne beeld werd gevormd door licht, dat van links naar rechts, — het andere door licht dat van rechts naar links, door de horizontale glasbaan (waarvan we aanvankelijk het stukje: groot 1,5 mm in beschouwing nemen) voortgeplant werd.

Daar we gezorgd hebben, dat, indien we *gewoon* voor het mikroskoop gaan zitten, het gloeidraadje zóó gericht is, dat het verlengde van zijn richting de as van het objectief loodrecht snijdt, en op de instelschroef gericht is, en dat *de* ribbe van het totaal-reflecteerend prisma *evenwijdig* aan de draadrichting (voor-achterwaarts) loopt, zagen we twee evenwijdige, bijna samenvallende, draadbeelden onder het objectief liggen, welke voldoende samenvielen om fraaie interferentiestrepen te geven, die ruim  $78 \mu$  breed waren en welker ligging door middel van een oculair-mikrometerschaal (elk schaaldeel  $17 \mu$ ) nauwkeurig nagegaan kon worden (obj. 3; ocul. II, van Leitz, tubus-lengte 20 cm, vergrooting: 82 maal).

We hadden het mikroskoop op een horizontale, — om vertikale kogelas (uit een fiets) draaibare — tafel (de draaiplaat uit een grammophon) opgesteld, zóó, dat de optische as zoo goed mogelijk met de draaiingsas samenviel; de vele gaten in ons ijzeren draaitafelblad stelden in staat, het statief daarop stevig te bevestigen; ook het (4 Volt-)batterijtje draaide mede.

Denken we de proef aan te vangen op een oogenblik, dat de aarde Zuidwaarts vliegt, met 30 km/sec. snelheid, en plaatsen we het mikroskoop zóó, dat „de aetherwind” geen invloed zal hebben; dus *de* ribbe van het prisma ook Noord-Zuid gericht is. Op onze horizontale glasbaan liggen in dezen *ruststand* (stand I) 3820 lichtgolven, Oostwaarts loopend, en eveneens 3820 golven, Westwaarts zich verplaatsend.

Veranderen we nu het azimuth van ons mikroskoop  $90^\circ$  (stand II). In onze Zuidwaarts vliegende glasbaan wordt de aether (of het lichtproces) medegesleept; de theorie van Fresnel heeft de medesleeping gepostuleerd, er het bedrag van aangegeven; onbetwifelbaar zeker hebben Fizeau en Zeeman de medesleeping van het licht daadwerkelijk experimenteel vastgesteld, en quantitatief tot in finesses deze theorie bevestigd gevonden.

De aether, in ons Zuidwaarts vliegend glasbaantje, wordt dus



met  $(n^2 - 1) : n^2 \times 30$  km/sec. medegesleept, zoo met 16,66 km/sec. Zouden we de aetherwind-deeltjes eens onder het mikroskoop in onze glasbaan kunnen gade slaan, dan zouden we ze, omdat ons mikroskoop zelf 30 km/sec. Zuidwaartsche snelheid heeft, met 13,33 km/sec. snelheid Noordwaarts ons prisma zien passeeren. Daar het licht slechts 200000 km/sec. snelheid in ons prisma ( $n = 1,5$ ) heeft, levert die 13,33 km/sec. het  $1 : 15000^{\text{ste}}$  gedeelte dier voortplantingssnelheid. Een Zuidwaarts door ons prisma loopende lichtgolf verwijlt dus  $1 : 15000^{\text{ste}}$  langer, en een Noordwaarts door ons prisma loopende golf verwijlt dus  $1 : 15000^{\text{ste}}$  korter dan in stand I in onze glasbaan. Daar beide lichtstralen evenveel golven per sec. aangevoerd krijgen, moeten er bij den overgang van stand I in stand II,  $(1 : 15000) \times 3820$  Zuidwaarts loopende lichtgolven *meer* in de glasbaan, en  $(1 : 15000) \times 3820$  Noordwaarts loopende golven *minder* in de glasbaan zijn *bij-* of *afgegaan*. De twee lichtstralen zijn dus onderling  $(1 : 7500) \times 3820$  golven gaan verschillen, zijnde 0,5093 golf.

Brengen we het mikroskoop, door het nog eens  $90^\circ$  te draaien in stand III, die  $180^\circ$  van stand I verschilt, dan is ook stand III een ruststand met gelijk aantal (3820) golven voor beide tegengestelde stralen; doch voor stand IV, die  $270^\circ$  met stand I verschilt, treedt weder een verschil van 0,5093 golf op, echter die lichtstraal, die eerst *meer* golven dan zijn tegenlooper bevatte, bevat er nu in het glas juist evenveel *minder*.

Draaien we het mikroskoop dus regelmatig rond, dan varieert het aantal golvenverschil tusschen  $+0,5093$  en  $-0,5093$ , dus **1,0186** golf in de twee tegengestelde stralen, voor zoover zij in het horizontale, 1,5 mm lange in beschouwing genomen deel van ons prisma liggen.

Met zekerheid zouden we een heen en weer schommelen van onze fraaie interferentiestrepen over onze oculair-mikrometerschaal van 0,1 streepbreedte kunnen onderscheiden, beantwoordend dus aan 0,1 van de aantalwisseling van 1,0186 golf, die (Fresnel, Fizeau, Zeeman) in ons glasbaantje zich afspeelt! Maar, hoe we ook turen in ons oculair, *we zien de strepen volmaakt stilstaan, ze bewegen geen spoor over de mikrometerschaal!*

We hebben dus onder ons mikroskoop hetzelfde resultaat bereikt als Hoek met zijn proef over de medesleeping bereikte; bereikte hij zijn *negatief* resultaat in vele decimalen nauwkeurig, onze negatieve uitkomst, met een toestel, dat onder de demonstratie

even van de ééne hoek van de voordrachtzaal naar de andere verzet kan worden, zonder dat het strepenbeeld er door van streek raakt, is veel minder „gevoelig”; sluit echter met volkomen zekerheid, *principieel*, de zichtbaarheid van 0,1 golfverschil onder 't *objectief uit*, terwijl er in 't *glas* 1,0186 golf wisselt!

Alzoo, we hebben in dat deel der lichtbaan, hetwelk we tot hier in ons betoog *niet* in onze beschouwing betrokken, een compensatie dier „1,0186 golfwisseling in 't glas” te zoeken, en, waar we, langs eenvoudigen meetkundigen weg (de stelling van Pythagoras) in dezen nog niet in beschouwing genomen lichtweg voor zoover hij in de *lucht*, tusschen gloeidraadje en prisma, en tusschen prisma en objectief ligt, een weglengteverschil, tengevolge van de translatie met 30 km/sec. snelheid van praecies 1,0186 golfengte als compensatie kunnen aanwijzen, **bewijst** onze negatieve uitkomst, dat er in 't glas een medesleping van het lichtproces plaats grijpt en wel tot het volgens Fresnel's formule berekend bedrag.

Indien we dus hieronder uitrekenen, dat, wat in de *lucht* door de translatie, met de lengte der lichtbaan gebeurt, een gelijk, doch tegengesteld effect oplevert als Fresnel's partieele aethermedesleping in 't glas, hebben we het bestaan der medesleping experimenteel kwalitatief aangetoond, en quantitatief zijn formule in orde bevonden, en wel tot op 10% nauwkeurig (anders gezegd een fout van ten hoogste 10% uitgesloten) onder ons mikroskoop.

Gaan we dus thans na, wat de translatie van 30 km/sec. op den weg van het licht, onder ons mikroskoop, voor invloed heeft. Vermelden we eerst nog, dat we op de lens, vlak boven 't prisma, een diafragma hadden aangebracht, met twee evenwijdige spleten, waarvan de middens 1,5 mm uiteen liggen. Het was zóó aangebracht dat de spleten evenwijdig *de* ribbe liepen, en dat die ribbe vertikaal onder het metaalstrookje tusschen die twee spleten lag. Licht, dat door de ééne spleet in het prisma trad, ging, na twee terugkaatsingen, de andere spleet uit. Noemen we het midden van de ééne spleet *P*, en van de andere *Q*; zij liggen *d* (= 1,5 mm) uiteen.

Loodrecht boven het midden van *d* bevindt zich de lichtbron, in *L*. We draaien ons mikroskoop uit ruststand I (waarbij  $LP=LQ$  was), naar stand II, waarbij het mikroskoop zijwaarts naar het Zuiden vliegt, en waarbij de ééne lichtstraal in het

prisma treedt door spleet  $Q$ , Zuidwaarts onze glasbaan (vertraagd) volgt en door spleet  $P$  naar 't objectief gaat om te interfereeren met den tegengesteld loopenden straal; spleet  $P$  gaat dus voorop, ligt dwars op de translaterichting,  $Q$  volgt. Het licht dat van  $L$  neerwaarts valt, op weg naar  $Q$ , dient, om  $Q$  te bereiken, naar een plaats vóór  $Q$  gericht te zijn, n.l. onderwijl het licht van  $L$  naar 't diaphragma den weg van 19,5 cm aflegt, verplaatst  $Q$  zich, Zuidwaarts ongeveer 19,5:10.000 cm, noemen we dien afstand  $f$ . De lichtstraal die door spleet  $Q$  gaat, behoeft dus om van  $L$  spleet  $Q$  te bereiken een korter weg af te leggen dan  $LQ$  in ruststand; noemen we dien korteren weg  $k$ . We weten:

$$k^2 = 19,5^2 + (\frac{1}{2}d - f)^2.$$

Echter de andere lichtstraal, die van  $L$  direct naar  $P$  gaat, moet ook over een kleine afstand ( $e =$  ongeveer 19,5:10.000 cm.) vóór  $P$  gericht zijn, de weg door de lucht om van  $L$  uit spleet  $P$  (die voorop gaat in stand II) is dus langer dan in stand I. Noemen we dien langeren lichtweg  $l$ .

$$l^2 = 19,5^2 + (\frac{1}{2}d + e)^2.$$

Waren de wegen in de lucht tusschen onze lichtbron  $L$  en de twee spleten  $P$  en  $Q$  bij den ruststand I gelijk, in stand II zijn zij ongelijk. We kunnen het verschil in weglengte berekenen door de twee vorige formules van elkaar af te trekken:

$$l^2 - k^2 = d(e + f) + (e^2 - f^2).$$

Daar  $e$  en  $f$  zeer klein zijn, kunnen we veilig het verschil hunner quadraten verwaarloozen. Bovendien, daar  $d \times (e + f)$  zeer veel kleiner zijn dan  $k^2$ , vinden we, benaderend

$$l - k = \frac{\frac{1}{2}d \times (e + f)}{k} = \frac{d \times e}{k} = \underline{1,5 \times 10^{-5} \text{ cm.}}$$

( $d = 0,15$  cm;  $e$  en  $f =$  ongeveer  $19,5 \times 10^{-4}$  cm,  $k = 19,5$  cm).

Het wegverschil, veroorzaakt door de translatie, naar de spleten  $P$  en  $Q$  bedraagt dus juist 1:10000 deel van den spleetafstand (en van onze glasbaan); juist hetzelfde bedrag voegt zich daarbij voor 't wegverschil der teruggekaatste bundels, die  $Q$  en  $P$  verlaten, op weg naar het midden onder 't objectief, dat immers onderwijl ook over  $19,5 \times 10^{-4}$  cm. Zuidwaarts verschoof.

Alzoo de twee lichtstralen, voor zoover ze door de lucht loopen (heen + terug), gingen door de wijziging van stand I in stand II *ongelijke* weglengten doorloopen, het verschil bedroeg  $2 \times 1,5 \times 10^{-5}$  cm.

Gaan we het mikroskoop om en om draaien, dan wisselen dus die lucht-lichtbanen tusschen  $+ 3 \times 10^{-5}$  cm en  $- 3 \times 10^{-5}$  cm, of  $6 \times 10^{-5}$  in totaal, zijnde 1,0186 golflengte ( $\lambda = 0,589 \mu$ ). Werd in stand II van den Zuidwaarts in het glas loopenden straal de snelheid door de slechts gedeeltelijke medesleping in het glas vertraagd, en werd er ruim 0,5 golflengte *meer* in glas geborgen dan bij stand I: daar de luchtweg voor dien straal, zooals we thans zagen, verkort werd met praecies hetzelfde aantal golflengten behoort in het strepenveld onder ons objectief geen spoor verschuiving op te treden.

We voegen enkele opmerkingen toe:

Niet het geheele prisma gebruikten we; we legden vlak erboven op de lens een spleetvormig diaphragma. In de spleet, die oorspronkelijk 2,1 mm. breed was, soldeerden we, overlangs, een speld, die zelf 0,9 mm. dik, twee evenwijdige spleetjes (0,65 en 0,55 mm. wijd) open liet; de middens dezer spleetjes lagen 1,5 mm. uiteen, vandaar de „glasbaan” van 1,5 mm. waarvan we uitgingen. Het nauwste spleetje leverde feitelijk de lichtbegrenzing.

Een metalen ring veroorloofde, de speld-spleet evenwijdig de prisma-ribbe te stellen, en een schuifinrichting diende, om de speld praecies vertikaal boven de ribbe te plaatsen.

Dit diaphragma diende om (vooral voor ongeoeffende waarnemers wenschelijk) behoorlijk breede interferentiestrepen te verwekken; er waren er soms meer dan 6, naar rechts en naar links, te zien; we verwachtten, gelet op afstanden en maten, strepen van  $78 \mu$ ; we maten ze op  $75 \text{ à } 80 \mu$ .

De grootte, uitgedrukt in  $\mu$  (*niet* in streepbreedte) van de eventueel verwachte onderlinge verschuiving der twee interfereerende lichtvelden onder het objectief, zou men, hoe ver uiteen — of hoe dicht bijeen — de 2 diaphragmaspleetjes (natuurlijk symmetrisch ten opzichte van het vlak, dat vertikaal door „de ribbe” gaat) ook verplaatst worden, opmerkelijkerwijze *constant* hebben te verwachten. Dit theoretisch curiosum berust hierop, dat, indien we de „glasbaan” niet 1,5 mm doch  $x \times$  grooter of  $x \times$  kleiner hadden gekozen, de twee interfereerende lichtbundels elkaar wel is waar onder een  $x \times$  grooter (resp.  $x \times$  kleiner) hoek

ontmoet zouden hebben, dus een  $x \times$  smaller (resp. grooter) strepenstel zouden verwekt hebben, maar dank zij de  $x \times$  langere (resp. kortere) glasbaan zouden de  $x \times$  smallere strepen  $x$  strepen verder (resp. de  $x \times$  bredere strepen  $x$  strepen minder ver) verschuiven; alzoo deze twee tegengestelde uitvloeisels van lengtevariatie der glasbaan *heffen elkaar op*. Conclusie: indien de aetherwind een effect zou kunnen verwekken, zou dit effect, bij gebruik van het geheele prisma zonder diaphragma, of bij gebruik van ver uiteen — of dicht bijeen — gelegen spleten, *liniair* in grootte gelijk zijn, onafhankelijk van de lengte „der glasbaan” zijn.

Onbehaaglijk gevoelen we ons tegenover de consequentie, dat ook een oneindig kleine glasbaan in het prisma, dus evenwijdig *in-* en *uittredend* licht, een zelfde interferentieveld-verschuiving zou geven als een lange glasbaan; maar met zoo'n zeer korte glasbaan zouden de strepen oneindig breed worden.

Wie dit absurd genoeg vindt, om terugredeneerend, ons toe te voegen: dus mocht gij geen interferentieveldverschuiving verwachten, stemmen we dit gaarne toe, onder bijvoeging, dat we, op bekende — andere — gronden geen effect *konden* te zien krijgen; niets van verschuiving te zien mochten krijgen.

Maar juist dit „niets te zien krijgen” wilde ik nu wel eens met eigen oogen *zien*, en aan anderen laten *zien*.

Niet slechts als oogarts acht ik het oog de hoofdpoort tot het brein.

#### Zusammenfassung.

Ein zweiter einfacher *Demonstrationsversuch* kann als Spielart des klassischen Experimentes von Hoek (1868) aufgefasst werden *zum Nachweis der Fresnel'schen Aether-Mitschleppung*. Zwei Lichtbündel werden in einem Mikroskop zum Interferieren gebracht, nachdem sie eine gemeinschaftliche Strecke ( $1\frac{1}{2}$  mm.) zwischen zwei Totalreflexionen in einem Glasprisma in entgegengesetzter Richtung durchlaufen haben. Ohne Aethermitschleppung würde „unter den gewählten Verhältnissen, das Interferenzbild sich um *eine* Streifenbreite vorrücken bei vollständiger Drehung der gesamten Apparate samt der gemeinschaftlichen Lichtstrecke gegen den Aetherwind. Tatsächlich bleiben aber die Streifen bei Drehung ruhig stehen.

Rotterdam, November 1923.

## DE PROEVEN VAN HOEK EN DR. DE HAAS

door A. H. BORGESIUŠ.

Men stelle

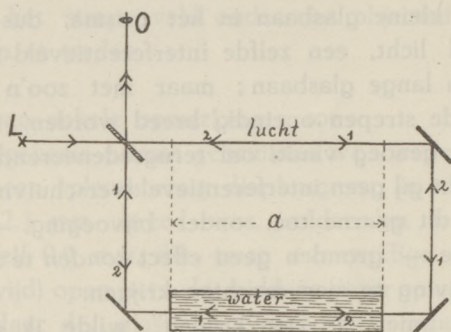
Aardsnelheid =  $v$ ,Licht „ =  $c$  in de lucht,=  $c_1 = c/n$  in de stof, van brekingsindex  $n$ ,Meeslepingssnelheid in de stof =  $w$ ,„ „ „ „ lucht =  $0$ .Dan is de tijd waarin de lichtstraal den weg  $a$  in fig. 1 (Hoek)

Fig. 1.

heen en terug aflegt, voor straal 1 :

$$t_1 = \frac{a}{c_1 - w + v} + \frac{a}{c - v} ;$$

voor straal 2 :

$$t_2 = \frac{a}{c_1 + w - v} + \frac{a}{c + v} ;$$

want de lichtsnelheid van straal 1 is in de stof =  $c_2 - w$  ten opz. van den aether, dus ten opz. van de met de aarde meebewogen stof =  $c_1 - w + v$ , die in de lucht is t. o. v. de ook met de aarde bewegende lucht =  $c - v$ ; voor straal 2 zijn de twee laatste snelheden =  $c_1 + w - v$  en  $c + v$ .

De proef leert, dat er geen verschuiving der interferentiestrepen is wanneer 1 met 2 verwisseld wordt, dus dat

$$t_1 = t_2, \text{ of } \frac{1}{c_1 - w + v} + \frac{1}{c - v} = \frac{1}{c_1 + w - v} + \frac{1}{c + v} ,$$

$$\text{dus} \quad \frac{2v}{c^2 - v^2} = \frac{2(v-w)}{c_1^2 - (v-w)^2},$$

$$\text{of} \quad v c_1^2 - v(v-w)^2 = (c^2 - v^2)(v-w),$$

$$(v-w)^2 + \frac{c^2 - v^2}{v} (v-w) - c_1^2 = 0,$$

$$\text{waaruit} \quad v-w = -\frac{1}{2} \frac{c^2 - v^2}{v} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{c^2 - v^2}{v}\right)^2 + 4 \frac{c^2}{n^2}} =$$

$$= -\frac{1}{2} v \left(\frac{1}{\beta^2} - 1\right) \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{1}{\beta^2} - 1\right)^2 v^2 + 4 \frac{c^2}{n^2}}, \quad \text{wanneer} \quad \beta = \frac{v}{c}.$$

$$v-w = -\frac{v}{2\beta^2} \left\{ (1-\beta^2) \pm \sqrt{(1-\beta^2)^2 + 4 \frac{\beta^2}{n^2}} \right\}$$

$$= -\frac{v}{2\beta^2} \left\{ (1-\beta^2) \pm \left(1-\beta^2 + 2 \frac{\beta^2}{n^2}\right) \right\}$$

met verwaarl. van  $\beta^4$  enz.

$$v-w = \frac{v}{n^2}, \quad \text{of} \quad v-w = \frac{v}{\beta^2}, \quad \text{wat niet kan;}$$

$$\text{dus} \quad w = v \left(1 - \frac{1}{n^2}\right).$$

Deze voor de proef van Hoek<sup>1)</sup> geldende berekening kan ook wel op de proef van H. K. de Haas (fig. 2)<sup>2)</sup> worden toegepast, wanneer men de verticale componenten van de luchtwegen buiten rekening laat (die loodrecht op de aardbeweging staan, dus geen verandering bij verwisseling kunnen geven), m. a. w. inplaats van de hellende wegen de gestippelde horizontale en verticale stelt.

Het onbewegelijk blijven van het interferentiebeeld bij draaiing van de toestellen over een hoek van  $180^\circ$  toont dus de juistheid der medeslepijgsformule van Fresnel aan.

Zeer elementair blijkt dit uit de volgende berekening:

Stel eerst: er is geen medesleping, dus  $w = 0$ . Dan wordt



Fig. 2.

1) Versl. en Meded. K. A. 1868, blz. 189. (De fig. geeft slechts een schema der proef, die op andere wijze werd uitgevoerd.)

2) Zie het voorgaand artikel.

$$\begin{aligned}
 t_1 - t_2 &= a \left( \frac{1}{c-v} - \frac{1}{c+v} + \frac{1}{c_1+v} - \frac{1}{c_1-v} \right) = a \left( \frac{2v}{c^2 - v^2} - \frac{2v}{c_1^2 - v^2} \right) \\
 &= \frac{2av(c_1^2 - c^2)}{(c^2 - v^2)(c_1^2 - v^2)} \\
 &= -\frac{2avc(1 - 1/n^2)}{(c^2 - v^2)(c^2/n^2 - v^2)} = -\frac{2av(n^2 - 1)}{c^2(1 - \beta^2)(1 - n^2\beta^2)} = -\frac{2a\beta}{c}(n^2 - 1).
 \end{aligned}$$

Stel nu: het licht wordt ten volle medegeslept, dus  $w = v$ .  
Dan is

$$t_1 - t_2 = \frac{a}{c-v} - \frac{a}{c+v} + \frac{a}{c_1} - \frac{a}{c_1} = \frac{2av}{c^2 - v^2} = \frac{2ac\beta}{c^2(1 - \beta^2)} = \frac{2a\beta}{c}.$$

Dus grafisch voorgesteld:

$$t_1 - t_2 = - \underbrace{(n^2 - 1)}_{n^2} \underbrace{1}_{1} \times \frac{2a\beta}{c}$$

waaruit blijkt:

$$x : v = (n^2 - 1) : n^2;$$

$$\text{of } x = \frac{n^2 - 1}{n^2} v = \left( 1 - \frac{1}{n^2} \right) v$$

maakt  $t_1 - t_2 = 0$ .

Bij  $180^\circ$  draaiing van het toestel wordt het tijdsverschil tusschen de twee stralen ( $t_1 - t_2$ ) gewijzigd, het wegverschil dus  $2(t_1 - t_2)c/\lambda$  golven; er moet dus een verschuiving van  $p = 2(t_1 - t_2)c/\lambda$  strepen optreden.

Bij het toestelletje van de Haas is  $a = 1500 \mu$ ; voor  $\lambda = 0,6 \mu$  wordt dus,

$$\text{wanneer } \beta = 0,0001, \quad n = 3/2, \quad \text{of } n^2 - 1 = 5/4;$$

$$\text{voor } w = 0 : p = -\frac{6000 \times 5/4 \times 0,0001}{0,6} = -5/4 \text{ streep};$$

$$\text{,, } w = v : p = \frac{6000 \times 0,0001}{0,6} = 1 \text{ streep}.$$

Zelfs bij zóó kleine afmetingen van het prisma is dus al uit het negatieve resultaat der proef de juistheid der medesleppingsformule tamelijk nauwkeurig aan te toonen.



VERSLAGEN.

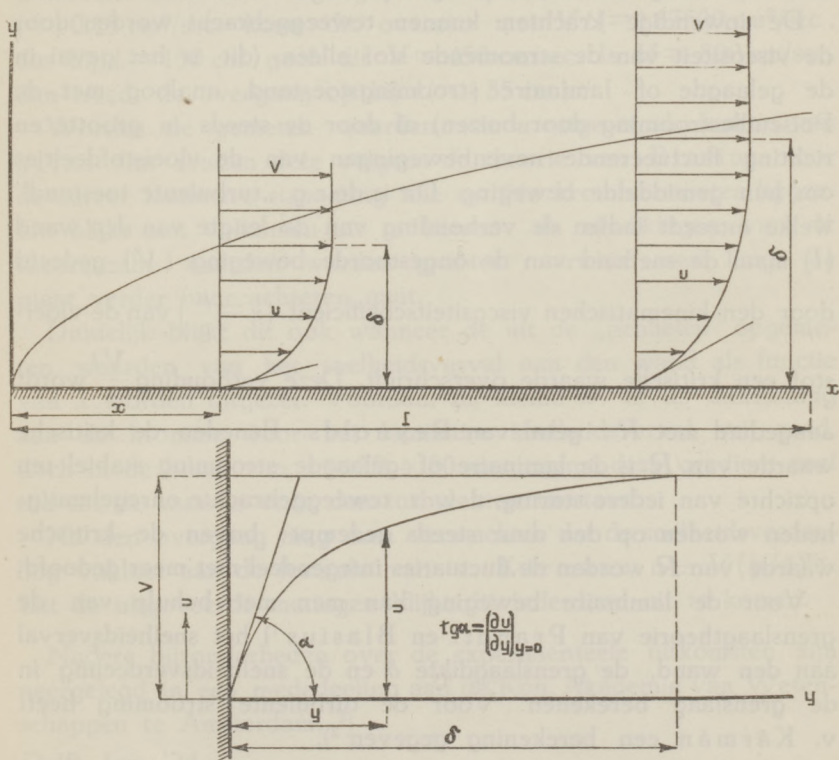
NEDERLANDSCHE NATUURKUNDIGE VEREENIGING.

Vergadering op Zaterdag 29 December 1923, in het Laboratorium „Physica” te Amsterdam.

De heer B. G. van der Hegge Zijnen spreekt over :

*Metingen omtrent de strooming in de grenslaag langs een vlakken wand.*

In de vergadering der Ned. Nat. Vereeniging op 23 Dec. 1921 heeft Prof. Dr. J. M. Burgers gesproken over de strooming van een vloeistof langs een vasten wand en er in die voordracht<sup>1)</sup> op gewezen, dat in de onmiddellijke nabijheid van dien wand een laagje aanwezig is, waarin de vloeistofdeeltjes tengevolge van de inwendige wrijvingskrachten in hun beweging vertraagd worden.



Verandering van de snelheid in de grenslaag en van de grenslaagdikte aan een vlakken wand.

1) „Physica” No. 1, 1922.

In deze „grenslaag”, waarvan de dikte  $\delta$  gesteld zal worden, groeit de snelheid aan van 0 aan den wand tot de waarde  $V$ , welke uit de drukverdeeling om het lichaam volgt.

Noemt men de component van de snelheid in de grenslaag evenwijdig aan den wand  $u$  en beschouwt men den wand als  $x$  as van een coördinatenstelsel, dan zal het snelheidsverloop in de grenslaag en de verandering van de grenslaagdikte  $\delta$  ongeveer zijn als in vorenstaande figuur geschetst; de lengte van den wand zij  $l$ . Daar over het algemeen  $\delta$  zéér klein is, blijft deze wijze van voorstellen geldig voor die gevallen, waarin  $\delta$  ten opzichte van de kromtestraal van den wand verwaarloosd mag worden.

Tengevolge van het snelheidsverloop in de grenslaag treedt aan den wand een snelheidsverval,  $\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=0}$ , op dat de op den wand uitgeoefende wrijvingskracht levert.

De inwendige krachten kunnen teweeggebracht worden door de viscositeit van de stroomende stof alléén (dit is het geval in de gelaagde of laminaire stroomingstoestand, analoog met de Poiseullestrooming door buizen) of door de steeds in grootte en richting fluctueerende nevenbewegingen van de vloeistofdeeltjes om hun gemiddelde beweging. Dit is de z.g. „turbulente toestand” welke intreedt indien de verhouding van de lengte van den wand ( $l$ ) maal de snelheid van de ongestoorde beweging ( $V$ ) gedeeld door den kinematischen viscositeitscoëfficiënt  $\left(\nu = \frac{\mu}{\rho}\right)$  van de vloeistof een kritische waarde overschrijdt. Deze verhouding  $\frac{Vl}{\nu}$  wordt

aangeduid met  $R$ , getal van Reynolds. Beneden de kritische waarde van  $R$  is de laminaire of gelaagde strooming stabiel ten opzichte van iedere storing, d. w. z. teweeggebrachte onregelmatigheden worden op den duur steeds gedempt; boven de kritische waarde van  $R$  worden de fluctuaties integendeel niet meer gedoofd.

Voor de laminaire beweging kan men met behulp van de grenslaagtheorie van Prandtl en Blasius<sup>1)</sup> het snelheidsverval aan den wand, de grenslaagdikte  $\delta$  en de snelheidsverdeeling in de grenslaag berekenen. Voor de turbulente strooming heeft v. Kármán een berekening gegeven<sup>2)</sup>.

1) L. Prandtl: Verhandl. d. IIIten Int. Math. Kongr. Heidelberg; Blasius: Diss. Göttingen 1907

2) Th. v. Kármán: Zeitschr. f. Angew. Math. und Mech. No. 4. 1921.

Waar slechts weinig experimenteele gegevens beschikbaar zijn over de strooming langs een vlakken wand, is getracht na te gaan of de uitkomsten van de theorie van Blasius en v. Kármán bevestigd konden worden en op welke wijze de overgang van den eenen stroomingstoestand in den anderen plaats vond.

Hiertoe werd in de windtunnel van het Aerodynamisch laboratorium der Technische Hoogeschool te Delft een aan de voorzijde toegespitste glasplaat van  $167,5 \times 40 \times 1,2$  cm. opgesteld en langs deze plaat een luchtstroom van bekende snelheid gezogen. De snelheidsmeting in de grenslaag geschiedde met gloeidraad-snelheidsmeters volgens King <sup>1)</sup>.

Men zal in dit geval mogen verwachten, dat vóór aan de plaat de strooming laminair zal zijn en, wanneer de snelheid grooter is dan ongeveer 450 cm/sec., achteraan turbulent. (Volgens Blasius vindt de overgang plaats bij  $R (=) 450.000$ ; daar  $v_{\text{lucht}} (=) 0.15$  cm<sup>2</sup>/sec. komt dit overeen met  $Vl (=) 67500$  cm<sup>2</sup>/sec., dus bij  $l = 150$  cm. geeft dit  $V = 450$  cm/sec. Is  $V = 800$  cm/sec. dan treedt de overgang op bij  $l (=) 85$  cm.)

Worden de gemeten waarden van  $u$  uitgezet als functie van  $y/\sqrt{x}$ , dan zouden deze volgens de theorie van Blasius voor de zuiver laminaire strooming alle op één kromme moeten liggen. Dit blijkt niet volkomen uit te komen; de afwijkingen van de theoretische waarden worden grooter naarmate men langs de plaat verder naar achteren gaat.

Duidelijk blijkt dit ook wanneer de uit de „profielen” opgemaakte waarden van het snelheidsverval aan den wand als functie van  $x$  worden uitgezet. Vóóraan, bij kleine  $x$ , is de aansluiting aan de kromme voor het laminaire snelheidsverval vrij goed, doch in de buurt van  $x = 70$  à  $80$  cm. neemt deze gradient snel toe tot de waarde voor den turbulenten toestand.

Na den overgang mag men verwachten dat de snelheidsverdeling voldoet aan de formule van v. Kármán:  $u = V(y/\delta)^{1/7}$ . Uit de uitgevoerde metingen blijkt dit inderdaad uit te komen.

Nadere bijzonderheden over de experimenteele uitkomsten zijn neergelegd in een mededeeling aan de Kon. Akademie van Wetenschappen te Amsterdam. <sup>2)</sup>

Delft, Jan. '24.

<sup>1)</sup> L. V. King: Phil. Trans. A. 215. 1914.

<sup>2)</sup> J. M. Burgers and B. G. v. d. Hegge Zijnen: Preliminary Measurements of the Distribution of the Velocity of a Fluid, in the Immediate Neighbourhood of a Plane, Smooth Surface.

## NEDERLANDSCHE ASTRONOMENCLUB.

Vergadering op 5 Januari 1924 te Utrecht.

Dr. Pannekoek houdt een voordracht over:

*Ionisatie bij totale zoneclipsen.*

In de laatste jaren was de aandacht bij totale zoneclipsen vooral op het waarnemen van het Einstein-effect gericht. Nu door de uitkomsten van Campbell bij de laatste Australische eclips deze kwestie wel beslist is, zullen de vraagstukken van de zon zelf weer op den voorgrond komen. In deze zelfde jaren is de ionisatietheorie opgekomen, waardoor tal van problemen omtrent de gesteldheid van de zon in een nieuw licht komen te staan. Hier zullen alleen het spectrum van de korona en van de chromosfeer besproken worden.

Het continue koronaspectrum is in hoofdzaak verklaard; de polarisatie en de Fraunhofersche lijnen in de buitengedeelten, terwijl ze voor de binnenkorona onmerkbaar worden, is in overeenstemming met de opvatting van kleine vaste deeltjes, die dichtbij de zon hoofdzakelijk door eigen gloeiïng, verderaf hoofdzakelijk door terugkaatsing licht geven. Daarentegen is het lijnenspectrum nog raadselachtig. Er zijn een 40—60 lijnen bekend, onregelmatig verdeeld, de meeste nauwelijks op de continue achtergrond zichtbaar, ook slechts een enkele maal gezien, met een sterke verdenking van veranderlijkheid. Er bevindt zich dus om de zon een gasmassa, op  $\frac{1}{2}'$  tot  $4''$  afstand van het oppervlak, die wel niet als een evenwichts atmosfeer is op te vatten. Dit gas is waarschijnlijk sterk geïoniseerd (uiterst geringe dichtheid bij sterke zonnestraling); in B. A. N. 21 zijn eenige redenen gegeven, voor de opvatting, dat de voornaamste lijnen door dubbel geïoniseerde Ca-atomen veroorzaakt zijn (ook  $Mg^{++}$  is te verwachten). Deze moeten, naar analogie van  $K^+$  en  $A$ , een ingewikkeld lijnenspectrum hebben; zoolang ze niet in het laboratorium zijn geproduceerd, kunnen ze alleen in het koronaspectrum bestudeerd worden. Nu zijn de golflengten van de koronaliijnen nog zeer onzeker bepaald (behalve 5303), vaak meer dan  $1\text{Å}$  uiteenlopend. Wil men getallenrelaties en seriën opsporen, dan is daarvoor noodig om ook de allerzwakste emissies te ontdekken, en hun golflengten nauwkeurig te meten. Daartoe zijn opnamen met een spleetspectrograaf noodig. Om te onderkennen welke emissies

door dezelfde atomen worden uitgezonden, kunnen monochromatische ringbeelden dienen.

Ten opzichte van de instrumenteele waarnemingsvoorwaarden moet men bedenken dat voor de korona zoowel de helderheid voldoende moet zijn om zichtbaar te worden, alsook een voldoende contrast t. o. v. den achtergrond van het continue spectrum aanwezig moet zijn; de tweede voorwaarde is practisch vaak nog belangrijker dan de eerste. Bij de objectief-prisma-methode wordt de helderheid der ringbeelden bepaald door de angulaire opening van de kamera, het contrast enkel door de dispersie. Dus is hiervoor een kamera met wijde hoekopening (Tessar,  $\frac{1}{4} - \frac{1}{5}$ ) en vele prisma's noodig. Bij een spleetspectrograaf neemt de helderheid toe met de hoekopening van de kamera, het contrast met de dispersie en met de brandpuntsafstand van de kamera. Bij gegeven opening (of dimensies der prisma's) zijn deze beide voorwaarden tegenstrijdig; bij de oudere instrumenten is te weinig op de contrastvoorwaarde gelet, en een grootere  $f$  is aan te bevelen.

In het chromosfeerspectrum zijn door de catalogussen van Dyson en Mitchell meer dan 1000 lijnen bekend, en grotendeels geïdentificeerd met Rowland's zonnelijnen, waarbij vaak afwijkende intensiteiten voorkomen, door de ionisatie bewerkt. In de chromosfeer hebben we het best bestudeerbare geval van een gasmengsel van circa  $5000^{\circ}$  Celsius, gedeeltelijk geïoniseerd, in temperatuur- en aantrekkingsgewicht aan de buitenkant van een ster. Voor de nadere studie zijn, behalve de golfengten, in de eerste plaats de intensiteiten noodig. Tot nog toe werden de intensiteiten der spectraallijnen naast de  $\lambda$  als bijzaak beschouwd en in zeer ruwe cijfers aangegeven (evenals vroeger de stergrotten bij plaatsbepalingen); nu, als basis voor de graad van ionisatie, is het noodig deze intensiteiten tot objecten van fijne kwantitatieve metingen te maken. De hulpmiddelen daartoe zijn thans aanwezig in de gewone en de zelfregistreerende mikrofotometer, (Moll, Koch), terwijl de empirische vergelijkingswaarden beginnen te komen in de zuivere temperatuurspektra (King), waar de onregelmatigheden van de elektrische ontloadingen afwezig zijn. Eerst door zuivere en nauwkeurige intensiteitsgetallen zal het mogelijk zijn de ionisatieomstandigheden in de chromosfeer te bestudeeren. Daartoe zijn „flash” spektra onbruikbaar, daar hoogte en intensiteit hier vermengd zijn; alleen de spleetspectrograaf kan hier dienen. Daar bij Dyson en Mitchell de lijnen met  $\frac{1}{2} \text{Å}$  verschil nog vaak samenvloeien,

waardoor zeer weinig lijnen zuiver uit één atoomsoort ontstaan, moet de oplossing van het spektrum zooveel mogelijk verder gedreven worden door een nog grootere dispersie. Om de beschikbare totaalhelderheid te vergrooten is het dan raadzaam de plaats van waarneming aan de rand van de totaliteitszone te kiezen. Dan kan een konkaaftralie gebruikt worden, waarbij een geïntegreerd chromosfeerspektrum van groote dispersie verkregen wordt. Daarnaast moet met een bijna-tangentieele spleet het spectrum van verschillende niveaus afgebeeld worden, om het verloop der ionisatie met de hoogte af te leiden. Om uit de platen, waarop enkel zwartheid gemeten kan worden, werkelijke intensiteiten te kunnen afleiden, moeten zij geijkt worden door van een konstante lichtbron met twee bekende verzwakkingen (b.v. 1,  $\frac{1}{10}$ ,  $\frac{1}{100}$ ) continue vergelijkingsspektra op de plaat op te nemen.

Dan is daaruit de funktie  $s = f(h)$  af te leiden, die moet dienen om de gemeten zwartheid in intensiteit om te zetten.

---

## BOEKBESPREKING.

R. Weitzenböck. *Invariantentheorie*, Groningen, P. Noordhoff, 1923, 401 blz. f 5.—. gebonden f 6.—.

Dit in de Deutsche taal geschreven werk behandelt op uitstekende wijze de belangrijkste onderwerpen der invariantentheorie. Dat daarbij niet alleen de invariantentheorie der algemeene projectieve transformaties, maar ook die van bijzondere lineaire transformaties (affiene, orthogonale en bewegingstransformaties) ontwikkeld wordt, verhoogt ten zeerste de bruikbaarheid van het boek.

Den physicus zullen vooral de beide laatste hoofdstukken van nut zijn; daarin wordt de invariantentheorie der differentiaalvormen behandeld, waarbij ook de integraalinvarianten hun plaats vinden. Dit onderwerp is voor de natuurkunde van belang geworden door de relativiteitstheorie en aan iedereen, die daarvan studie maakt, zij dan ook lezing van deze hoofdstukken ten zeerste aanbevolen. Hij zal er onderwerpen behandeld vinden, die tot nu toe niet tot de leerboeken over relativiteitstheorie zijn doorgedrongen, maar voor een verdere ontwikkeling dier theorie van veel belang kunnen worden.

D.

John Case, *Notes and examples on the Theory of heat*. — W. Heffer & Son, Ltd., Cambridge 1922, 136 p. Prijs geb. 7/6.

Dit boek is een nieuwe, vergrootte editie van het vroegere van denzelfden schrijver „A Synopsis of the elementary theory of heat and heat engines” (1913). Het boek is niet bedoeld als leerboek, noch als „textbook” in de mechanische warmte-theorie, doch is meer een uitstekend geredigeerde verzameling van de gewichtigste formules van de mechanische warmte-theorie en thermodynamische machines. De formules zijn voorzien van een korte instructieve afleiding en verder

toegelicht met een reeks van de meest bekende toepassingen en opgeloste vraagstukken.

Ter verdere toelichting zijn in aansluiting op de formules circa 160 vraagstukken gegeven, verdeeld over de hoofdstukken, welke vraagstukken door gebruik van deze formules door den lezer kunnen worden opgelost. De formules zijn allen zeer duidelijk, met vette letter gedrukt en derhalve zeer gemakkelijk te vinden.

In de eerste twee hoofdstukken worden de gewone thermodynamische principes behandeld, n.l. de twee hoofdwetten, het entropiebegrip, benevens de wetten van de ideale gassen.

Hierna worden de bekende kringprocessen met de ideale gassen besproken, om deze verder ook toe te passen op stoom en gassen. In vervolg hierop worden de stoommachines en de condensors behandeld, waarbij de indicator-diagrammen en de bepaling van het nuttig effect duidelijk uiteengezet zijn.

In het kort worden ook de formules voor dampstralen, injecteurs en stoomturbines behandeld, ofschoon dit wel iets uitvoeriger behandeld had mogen worden.

Ook koelmachines en compressoren worden besproken waarvan het hoofdstuk over compressoren in 't bijzonder duidelijk en instructief is. Enkele bladzijden zijn gewijd aan verbranding en trek in schoorsteenen, terwijl het boek eindigt met een overzicht over verbrandingsmotoren als b.v. de Diesel-motor.

Het is begrijpelijk dat een boek van zoo'n kleinen omvang een meer uitvoerige behandeling niet toelaat, waardoor het feitelijk geworden is een gecompriëerd extract van de mechanische warmtetheorie, de formules hiervan en de practisch-wetenschappelijke toepassingen van deze, hetwelk de student, die dieper op de warmtetheorie ingaat, op prijs zal stellen en ter dispositie zal willen hebben.

Voor den ingenieur, welke zich bezig houdt met mechanische warmtetheorie en stoomwerktuigen is het een uitstekend boek; heeft hij het eenmaal doorgelezen dan zal hij het steeds weer gebruiken, niet alleen voor overzichtelijke formules, doch ook voor de toepassingen en de verzameling vraagstukken.

Hoewel het gebruik van de Engelsche eenheden voor alle numerische gegevens in het boek in het begin een weinig bezwaar oplevert, wordt dit echter spoedig overwonnen.

Omtrent druk en verdere uitvoering van het boek valt alle goeds te zeggen.

W.

*F. Rinne, Das feinbauliche Wesen der Materie nach dem Vorbilde der Kristalle.* — Berlin, Gebr. Borntraeger 1922, 2 und 3 erweiterte Auflage. Mit einer Zeichnung von A. Dürer, den Bildnissen führender Forscher auf dem Gebiete der Feinbaulehre, sowie mit 203 Textfiguren 168 blz. f 5.20.

Binnen korten tijd beleeft dit boekje, onder een eenigszins gewijzigden titel en vrij aanzienlijk uitgebreid, een nieuwen druk. Den physici, die de kristallographie beschouwen als een dor en droog vak, als de opsomming van ongewone en onbegrijpelijke symbolen, zij de lezing ervan ten sterkste aangeraden. Zij zullen ervaren, dat het mogelijk is den lezer op zeer aangename wijze een inzicht te geven in de eigenschappen en de bouw der kristallen en vooral zullen zij inzien, dat de kristallographie in zeer nauwe samenhang staat met de algemeene physica.

Het populaire karakter van den eersten druk is behouden gebleven. Op talrijke plaatsen is de gedachtengang wat uitvoeriger uitgewerkt en is het aantal figuren vermeerderd. Slechts één opmerking zij hier gemaakt over de nieuw-toegevoegde bladzijden. In Fig. 202 blz. 157 is het atoomvolumen der elementen voorgesteld

als functie van het *atoomgewicht*, terwijl toch niemand er meer aan twijfelt, dat hier het *atoomnummer* als veranderlijke gekozen dient te worden.

H. C. B.

*H. A. Lorentz. Entropie en Waarschijnlijkheid.* Lessen over theoretische natuurkunde VII. Bewerkt door C. A. Crommelin, — 73 p. E. J. Brill, Leiden; f 3.—.

In deze in den cursus 1910/11 gegeven lessen worden behandeld de uitbreidingen, die aan het entropiebegrip op grond van waarschijnlijkheidsbeschouwingen zijn gegeven. Allereerst wordt de methode der loting van Boltzmann tot afleiding van de verdeelingswet van Maxwell, met uitbreiding tot algemeene coördinaten, besproken. Hoofdstuk II geeft een korte uiteenzetting van de statistische methode van Gibbs. In het volgende wordt aangetoond, dat de drie verschillende wegen, die men kan inslaan om de waarschijnlijkheden van verschillende toestanden tegen elkaar af te wegen, n.l. het microcanonisch ensemble van Gibbs, de loterij van Boltzmann en het tijdsensemble van Einstein, equivalent zijn, en in verband daarmee de statistische definitie van de entropie ingevoerd. De definitie van de entropie wordt dan in hoofdstuk IV nog uitgebreid, zoodat zij op toestanden met verschillende waarden van de energie kan toegepast worden, waarna aangetoond wordt dat deze uitgebreide statistische definitie equivalent is met de thermodynamische. Hoofdstuk V toont het verband tusschen entropie en de functie  $H$  van Boltzmann. Tenslotte volgen toepassingen van de statistische definitie der entropie op bijzondere gevallen; toestandsvergelijking van Van der Waals, evenwicht tusschen coëxisterende fasen, evenwicht onder de werking van conservatieve uitwendige krachten, beide van een stof volgens Van der Waals, eerst behandeld volgens de methode van Gibbs, dan met het  $H$ -theorema van Boltzmann.

Hier eene aanbeveling voor dit werkje neer te schrijven, is wel overbodig.

W. H. K.

*W. Guertler. Metallographie.* Band II. Eigenschaften der Metalle und ihrer Legierungen. Zweiter Teil. Heft 6. Lieferung 1. Die Elektrische und Wärme-Leitfähigkeit; von Dr. A. Schulze. Verlag von Gebr. Bornträger, Berlin, 185 blz.

Deze aflevering van het uitgebreide boek van Guertler over metallographie zal ongetwijfeld vele lezers van *Physica* interesseeren. Men vindt er de resultaten van nagenoeg alle metingen over den electricen weerstand van metalen in verzameld. Bijzondere aandacht is geschonken aan de metingen bij lage temperaturen, grootendeels te Leiden en aan de P. T. R. uitgevoerd. Interessant, ook voor de theorie der electriche geleiding, is het gedrag van zirkonium en borium. Van een staafje borium was de weerstand bij  $27^\circ$   $775000\ \Omega$ , bij  $600^\circ$  nog slechts  $4\ \Omega$ . Behalve deze gegevens bevat deze aflevering nog een uitvoerig overzicht over de proeven met suprageleiders van Kamerlingh Onnes, en verder eenige hoofdstukken over den invloed van verschillende factoren, zooals de druk, het magnetisme, enz. op het geleidingsvermogen. In het laatste hoofdstuk worden de verschillende theorieën van het electriche geleidingsvermogen besproken, in het bijzonder de samenhang door Grüneisen tusschen electricen weerstand en soortelijke warmte gevonden.

Voor wie numerieke gegevens over het geleidingsvermogen van metalen zoekt, is deze aflevering een ware uitkomst.

G. H.



*E. Study, Einleitung in die Theorie der Invarianten linearer Transformationen auf Grund der Vektorenrechnung, Erster Teil.* — Fried. Vieweg und Sohn, Akt.-Ges. Braunschweig. 268 blz., ingen. f 4,25, geb. f 5,—.

Het boek is verschenen als 71ste deel van de verzameling „die Wissenschaft”. Zooals de titel aanduidt wordt de invariantentheorie opgebouwd uit vectorrekening. De schrijver houdt zich in hoofdzaak aan de symboliek van Aronhold en Clebsch. De theorie der bilineaire en kwadratische vormen wordt  $n$ -dimensionaal ontwikkeld; als toepassing worden vooral de ternaire vormen behandeld.

De schrijver heeft het boek bedoeld als „een inleiding of aanleiding, waarin met verwijzing naar hetgeen elders te vinden is of ten eenenmale nog ontbreekt, uitgezochte problemen behandeld worden op de wijze van een academisch college of beter van een colloquium”.

Het ligt in de bedoeling van den schrijver een tweede deel te doen verschijnen. Kennismaking met dit met geest geschreven eerste deel doet wenschen, dat het tweede niet al te lang op zich zal laten wachten. D.

*Oscar Schlömilch. Kompendium der höheren Analysis, 6e Auflage, bearbeitet von Dr. A. Kneser, Bnd I.* — Friedr. Vieweg und Sohn, Akt.-Ges., Braunschweig. 619 blz., ing. f 8,—.

Het indertijd veel gebruikte, voortreffelijke boek van Schlömilch voldeed niet meer aan de moderne eischen van gestrengheid. Met die eischen heeft de bewerker het thans in overeenstemming gebracht, zonder nochtans het karakter van het boek, dat bovenal een groote verzameling van formules bood, te veranderen. Het komt mij dan ook voor dat de bewerker uitstekend geslaagd is; de oude vrienden van het compendium zullen het onmiddellijk herkennen en de veranderingen ongewijfeld waardeeren. D.

---

## TER BESPREKING ONTVANGEN BOEKEN.

---

*H. A. Lorentz, Clerk Maxwell's Electromagnetic theory, the Rede lecture for 1923,* 35 blz. — Cambridge University Press, 1923.

*C. Mainka, Physik der Erdbebenwellen,* 124 blz., 35 fig. — Gebr. Borntraeger, Berlin, 1923. Prijs f 5.10.

*M. Lecornu, Quelques réflexions sur la relativité,* 59 blz. - J. Hermann, Paris. Pr. 6 fr.

*Jean Becquerel, Champ de gravitation d'une sphère matérielle et signification physique de la formule de Schwarzschild,* 30 blz., 5 fig. - J. Hermann, Paris. Pr. 5 fr.

*H. Andoyer et A. Lambert, Cours d'astronomie, sec. partie, astronomie pratique,* 307 blz., 104 fig. — J. Hermann, Paris. Prijs 30 fr.

*Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften, Zweiter Band,* 252 blz., 38 fig. — J. Springer, Berlin. Prijs 2 Dollar.

*M. Born, Atomtheorie des festen Zustandes, Zweite Auflage,* 254 blz., 13 fig. — B. G. Teubner, Leipzig-Berlin. Prijs f 1,64.

*E. E. Mogendorff, Natuurkunde voor het voorbereidend hooger onderwijs, Derde Deel, A. Licht,* 132 blz., 106 fig. — Noordhoff, Groningen, 1923. Prijs f 2.50.

## MEDEDEELINGEN.

---

### INTERNATIONAAL CONGRES VOOR TECHNISCHE MECHANICA DELFT 22-26 APRIL 1924.

Door de heeren Biezeno, Burgers, Schouten en Wolff is het plan opgevat in April 1924 te Delft een internationaal congres voor technische mechanica (omvattend: de theoretische mechanica, de elasticiteitstheorie en de hydro- en aerodynamica) bijeen te roepen.

In de laatste jaren zijn op dit gebied in tal van landen groote vorderingen gemaakt; ongelukkigerwijze echter werd de onderlinge gedachtenwisseling en het persoonlijk contact tusschen de beoefenaren der wetenschap in hooge mate belemmerd door den politieken toestand van Europa. Met het oog hierop werd daarom door de eerstgenoemde vier onderteekenaars de mogelijkheid overwogen een internationaal congres te organiseren, temeer daar hun de resultaten bekend waren van een in September 1922 te Innsbruck (Tirol) gehouden conferentie op het meer beperkte gebied der hydro- en aerodynamica.

Ten einde vast te stellen of een dergelijk plan bij anderen weerklank zou vinden, hebben zij zich tot een aantal geleerden gewend die op het gebied der mechanica werkzaam zijn, met de vraag of deze het konden ondersteunen. Tot hun groote voldoening ontvingen zij van de overgrootste meerderheid een bevestigend antwoord, en verkregen daarbij tevens de toestemming als bewijs van hunne sympathie hunne namen onder de uitnodigingen af te drukken.

Nu hiermede het welslagen van een internationaal congres geacht kan worden verzekerd te zijn, is definitief tot de bijeenroeping besloten en wel gedurende de dagen van 22 tot 26 April 1924.

Van de genoemde dagen zullen er twee bestemd zijn voor algemeene zittingen en twee voor afzonderlijke zittingen der secties voor de vakken:

- (I): theoretische mechanica;
- (II): elasticiteitstheorie;
- (III): hydro- en aerodynamica (met inbegrip der vliegtuigtechniek).

In overeenstemming met het doel van het congres zijn voor de algemeene zittingen een reeks samenvattende voordrachten ontworpen

over onderwerpen, die in de laatste jaren het meest op den voorgrond zijn getreden, zooals b.v.:

- 1) Graphische en numerieke methoden voor het oplossen van differentiaalvergelijkingen ;
- 2) Experimenteele methoden voor het oplossen van spanningsvraagstukken ;
- 3) Spanningsvraagstukken bij plastische media ;
- 4) Breukhypotesen ;
- 5) Niet-elastische deformaties ;
- 6) Wrijving en smering ;
- 7) Beweging in roterende vloeistoffen ;
- 8) De stabiliteit van vloeistofbewegingen ;
- 9) Golfbeweging ;
- 10) De beweging van een vloeistof in de grenslaag langs een vasten wand ;
- 11) De turbulentie in de oceanen en in de atmosfeer ;
- 12) De dynamica van de atmosfeer.

Aan een uitvoerige discussie over deze onderwerpen wordt groot gewicht gehecht.

De sectie-zittingen zullen in tegenstelling met de algemeene zittingen gewijd zijn aan oorspronkelijke mededeelingen.

Hoewel voordrachten in elke taal gehouden kunnen worden, wordt de voorkeur gegeven aan de Engelsche, Duitsche en Fransche taal. Voorloopig is de maximale tijdsduur van een mededeeling voor een sectie-vergadering op 20 minuten gesteld. Er zal naar gestreefd worden, den bezoekers te voren korte uittreksels der voordrachten ter hand te stellen. Dengenen, die genegen zijn een voordracht te houden, wordt vriendelijk verzocht dit vóór 15 Februari te willen opgeven aan Prof. Dr. J. M. Burgers, Delft, Nieuwe Laan 76, en een uittreksel van maximaal ca. 500 woorden vóór 15 Maart aan hetzelfde adres te zenden.

Het bewijs van lidmaatschap zal den bezoekers op den eersten congresdag tegen betaling van f 2,— overhandigd worden.

De uitnodigingen tot het congres zijn onderteeekend door :

Prof. C. B. BIEZENO, Delft, Prof. J. M. BURGERS, Delft, Prof. J. A. SCHOUTEN, Delft, Dr. E. B. WOLFF, Amsterdam, (Uitvoerend Comité) ; Prof. J. S. AMES, Baltimore ; Prof. L. BAIRSTOW, London ; Prof. V. BJERKNES, Bergen ; Prof. E. G. COKER, London ; Prof. Ph. FORCHHEIMER, Wien ;

Dr. A. H. GRIFFITH, Farnborough; Prof. Th. VON KÁRMÁN, Aachen; Prof. T. LEVI-CIVITA, Roma; Prof. R. VON MISES, Berlin; Prof. C. W. OSEEN, Uppsala; Prof. Th. PÖSCHL, Prag; Prof. L. PRANDTL, Göttingen; Mr. R. V. SOUTHWELL, Teddington; Prof. A. STODOLA, Zürich; Dr. G. I. TAYLOR, Cambridge.

---

#### NEDERLANDSCH-AMERIKAANSCH FUNDATIE.

De Wetenschappelijke Commissie der Nederlandsch-Amerikaansche Fundatie verzoekt **studenten** aan de Nederlandsche Universiteiten en Hoogeschoolen (met inbegrip van pas afgestudeerden), die gedurende eenige maanden **hunne studiën** zouden wenschen **voort te zetten in de Vereenigde Staten**, zich, met opgave van hun tot dusver afgelegde studiën en met eenige omschrijving van hun studieplan in Amerika, onder overlegging van aanbevelingen, **vóór 1 Februari 1924** schriftelijk aan te melden bij den secretaris der Commissie, Prof. Dr. H. A. Brouwer te Delft. Aan een beperkt aantal studenten wordt door de Fundatie financieele steun verleend, welke in hoofdzaak uit vergoeding der reiskosten zal bestaan.

Ook voor studenten, die geen subsidie begeeren, bestaat gelegenheid om van de aanbevelingen en de sanctie der Ned.-Amerikaansche Fundatie gebruik te maken. In verband hiermede wordt verzocht, om tevens op te geven of een uitzending al dan niet van het verlenen eener subsidie afhankelijk wordt gesteld.

---

#### STRIKVRAGEN.

Vraag XIII: Men leidt stoom van water, dat onder normalen druk kookt, door een oplossing van zout in water. Deze oplossing zal een temperatuur aannemen hooger dan  $100^{\circ}\text{C.}$ , n.l. haar eigen kooktemperatuur. Hoe is het mogelijk, dat aldus warmte van een bron van lagere temperatuur wordt overgebracht naar hoogere temperatuur?

# PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

4e JAARGANG

FERBUARI 1924

NUMMER 2.

## OVER DEN BOUW VAN MENGKRISTALLEN

door A. E. VAN ARKEL.

Op grond van verschillende fysische en chemische eigenschappen van metaallegeeringen heeft Tammann <sup>1)</sup> een theorie der mengkristallen ontwikkeld, die geheel afwijkt van de heerschende opvatting. Terwijl men zich gewoonlijk voorstelt, dat de verschillende atomen, die het ruimterooster van een mengkristal vormen, onregelmatig over het kristal verdeeld zijn, komt Tammann tot de conclusie, dat de atomen van de eene component op zeer bepaalde wijze gerangschikt zijn, ten opzichte van de atomen van het tweede bestanddeel. Of deze onderstelling juist is, kan met behulp van Röntgenstralenanalyse worden gecontroleerd en wel zooals door Vegard <sup>2)</sup> werd opgemerkt, hierdoor, dat bij regelmatige rangschikking der atomen op de Röntgenogrammen nieuwe lijnen moeten optreden. Het gemakkelijkst is dit duidelijk te maken aan een eenvoudig voorbeeld. Wij denken ons een mengkristal van twee metalen, beide kubisch gecentreerd kristalliseerend en bestaande uit een gelijk aantal atomen van de twee bestanddeelen. Een zeer voor de hand liggende regelmatige rangschikking in dit geval is een zoodanige, waarbij het centraal atoom een atoom *A* is, terwijl een atoom *B* de hoeken van de elementaire kubus vormt. Het kristal bestaat dan uit een enkelvoudig kubisch net van *A*-atomen geschoven in een enkelvoudig net van *B*-atomen en daarmede tot een kubisch gecentreerd net van het mengkristal *AB* vereenigd.

De eenvoudigste kristalvlakken zijn nu op verschillende wijzen door atomen van beide metalen bezet. De vlakken, waarvan de som der indices oneven is, de kubus- en de octaëdervlakken bijv. bestaan afwisselend of geheel uit atomen *A* of geheel uit atomen *B*, terwijl de vlakken met even indicesom ieder voor de helft met *A*- en voor de andere helft met *B*-atomen bezet zijn. Nu doen bij een kubisch gecentreerd rooster, dat geheel uit één

<sup>1)</sup> G. Tammann, Zeitschr. für Anorg. Chem. 107, 1 (1919).

<sup>2)</sup> L. Vegard en H. Schjelderup, Physik. Zeitschr. 18, 93 (1917).

atoomsoort is opgebouwd, de centreerende atomen in eerste orde, alle interferentiemaxima te niet van die vlakken, waarvan de som der indices oneven is, doordat de evenwichtsverstoringen die van beide soorten atomen uitgaan gelijke amplitudes en tegengestelde phase hebben. Is echter het centreerende atoom niet identiek, met dat in de cubushoek zoals in ons voorbeeld, dan kunnen ook de interferenties aan opvolgende vlakken elkaar niet geheel opheffen, doordat de amplitudes niet gelijk zijn. Aangezien de verstrooiing in eerste benadering evenredig is aan het atoomnummer, zal de overblijvende intensiteit evenredig zijn aan het kwadraat van het verschil der atoomnummers. Bij de vlakken met even som der indices heeft versterking plaats. De intensiteit zal hier dus evenredig zijn aan het kwadraat van de som der atoomnummers.

Twee kubisch-gecentreerde metalen, die mengkristallen geven zijn wolfram en molybdeen.

Een mengsel van 50 at. % W en 50 at. % Mo werd tot een staafje geperst en door verhitting op  $\pm 2800^{\circ}\text{C}$ . gesinterd. Door bepaling van de temperatuurcoëfficiënt van het geleidingsvermogen kan de vorming van mengkristallen worden aangetoond<sup>1)</sup>. Deze temperatuurcoëfficiënt bedroeg voor het gesinterde mengsel 0,00292, voor de componenten resp. 0,00482 en 0,00457. De verhitting werd zoo lang doorgezet, totdat de temperatuurcoëfficiënt niet meer veranderde, zoodat de zekerheid bestaat, dat het mengsel een eindtoestand heeft bereikt en dus de meest stabiele toestand in het systeem is ingetreden. Volgens de methode van Debye en Scherrer werden nu een aantal opnamen gemaakt met een koperbuis als stralingsbron. De  $K_{\beta}$  straling werd tegengehouden door filtratie van het licht door een dun nikkelfilter. Onder deze omstandigheden moeten we in ieder geval 8 lijnen verwachten, de lijnen, zooals ze door gewoon wolfram en gewoon molybdeen zouden zijn teweeggebracht, en die op de film juist samenvallen, en bovendien, wanneer het mengkristal de eenvoudigst denkbare structuur volgens Tammann zou hebben, een aantal andere. Van deze nevenlijnen is echter geen spoor aanwezig. Berekent men nu de intensiteiten<sup>2)</sup> van de nieuwe lijnen, zooals die zouden moeten zijn wanneer de structuur van het mengkristal was zooals boven is aangenomen, dan vinden we het volgende: (Tabel I).

1) W. Geiss en J. A. M. v. Liempt Z. f. An. Chem. 128, 355. (1923).

2) Zie: Debye en Scherrer, Physik. Zeitschr. 18, blz. 296 (1917). Bij de berekening zijn alleen in rekening gebracht de structuurfactor, de Lorentz-factor en  $n$ , het aantal vlakken behorend bij het indicetriplet ( $h_1 h_2 h_3$ ).

TABEL I

Indices	Intensiteit (waargenomen)	Intensiteit (berekend I)	Intensiteit (berekend II)
100	—	0	1.0
110	<i>S</i>	10	10.0
111	—	0	0.4
200	<i>M</i>	2.5	2.5
210	—	0	0.8
211	<i>S</i>	4	6.7
220	<i>M</i>	2.5	2.5
221, 300	—	0	0.5
310	<i>S</i>	4.0	4.0
311	—	0	0.3
222	<i>M</i>	1.1	1.1
320	—	0	0.3
321	<i>ZS</i>	5.7	5.7
400	<i>Z</i>	0.7	0.7

*ZS* = zeer sterk    *S* = sterk    *M* = middelmatig    *Z* = zwak

Onder I zijn aangegeven de intensiteiten, berekend voor onregelmatige verdeling; onder II berekend voor bovengenoemde structuur.

Op de film staan binnen den interferentiekring (110) nog twee lijnen die echter geen van beide identiek zijn met de reflectie van het vlak (100). Ze zijn afkomstig van het diafragma, wat daaruit blijkt, dat ze op alle films voorkomen. Tusschen de reflecties van de vlakken (200) en (211) staat nog een zwakke lijn, eveneens van het diafragma afkomstig, wat hier direct blijkt uit de abnormale kromming. De opnamen zijn identiek met die van gewoon wolfram. De zes andere lijnen, die bij regelmatige rangschikking blijkens de tabel aanwezig moesten zijn, ontbreken volkomen.

Men zou kunnen meenen dat de intensiteit der extralijnen te klein is om ze op de film te kunnen waarnemen. Dat dit geenszins het geval is, blijkt bij de vergelijking met opnamen van andere verbindingen, waarvan een structuur als volgens Tammann naar alle waarschijnlijkheid aan de M-Wo mengkristallen zou toekomen, zeker is.

Een voorbeeld van een dergelijke verbinding is het thallo-bromide <sup>1)</sup>. De structuur hiervan was nog niet bepaald, maar aangezien thallo-chloride zgn. „caesium-chloride”-structuur vertoont, was deze structuur ook voor het bromide waarschijnlijk. Een opname van thallo-bromide gaf het volgende resultaat:

TABEL II

1	$\sin^2 \frac{\theta}{2}$ (gev.)	$\sin^2 \frac{\theta}{2}$ (ber.)	Indices	Intensiteit (berekend)	Intensiteit (geschat)
<sup>2)</sup>	—	38	(100)	1.6	
4.72	79	75	(110)	10	ZS
5.78	117	113	(111)	0.6	ZZ
6.69	155	151	(200)	2.5	M
7.51	193	189	(210)	1.3	Z
8.25	228	226	(211)	6.8	ZS
9.69	304	302	(220)	2.5	M
10.32	340	339	(300) (221)	0.9	Z
10.99	380	377	(310)	4.0	S
11.60	420	415	(311)	0.6	ZZ
12.21	454	453	(222)	1.1	Z
12.83	490	491	(320)	0.5	ZZ
13.46	528	528	(321)	5.8	ZS
—	—	603	(400)	0.6	ZZZ
—	—	641	(410) (322)	0.7	ZZZ
15.96	676	678	(330) (411)	4.5	S
—	—	716	(331)	0.3	—
17.32	752	754	(420)	2.0	M
—	—	791	(421)	0.7	ZZ
18.81	822	828	(332)	1.8	M
20.60	990	904	(422)	1.7	M
—	—	—	(500) (430)	0.3	—
23.22	975	980	(510) (431)	2.9	S

<sup>1)</sup> Van de thallo-halogeniden is het thallo-chloride onderzocht door *Davey en Wich* (Phys. Rev. 17. 403, '21).

Gevonden werd een lengte van den elementairkubus  $d = 3,85 \text{ \AA}$ . De elementairkubus bevat dan 1 molecule. Deze waarneming is hier herhaald. Uit de intensiteit der reflecties blijkt duidelijk de structuur, welke dezelfde is als bij caesium-chloride, d.w.z. een enkelvoudig cubisch net van thalliumatomen door chloraatomen gecentreerd. Voor de lengte der elementaire ribbe vind ik  $d = 3,85 \pm 0,01 \text{ \AA}$ . De vlakken



1 is de diameter in cm van een interferentiekring op de film. De straal der camera was 4.12 cm.

Zoals uit Tabel II blijkt voldoen de waarden der sinusquadraten der halve reflectiehoeken voldoende nauwkeurig aan:

$$\sin^2 \frac{\Theta}{2} = A (h_1^2 + h_2^2 + h_3^2)$$

waarbij voor  $A$  genomen moet worden: 0.0377.

Voor de ribbe van den elementaircubus wordt dan gevonden:

$$d = 3.98 \pm 0.01,$$

en voor de dichtheid van het zout  $\rho = 7.50$ .

Niet alle lijnen die mogelijk zijn, zijn inderdaad gemeten. Van enkele blijken bij nauwkeurige beschouwingen zwakke aanduidingen aanwezig, andere ontbreken geheel. Van de laatsten echter blijkt uit de tabel dat deze een zeer kleine intensiteit moeten hebben. Voor de wel aanwezige lijnen zijn de berekende intensiteiten kwalitatief met de waargenomen waarden in overeenstemming, zoodat wel geen twijfel aan de juistheid der structuur overblijft.

Aangezien de atoomnummers van broom en thallium resp. zijn 35 en 81 zullen de intensiteiten der reflecties evenredig zijn met  $(81 - 35)^2$  wanneer ze afkomstig zijn van vlakken met oneven indicessom, en met  $(81 + 35)^2$  voor reflecties van vlakken met even indicessom.

$$\text{De verhouding is } \frac{(81 + 35)^2}{(81 - 35)^2} = 6.4.$$

Beter is waarschijnlijk te rekenen met een factor 7.0 die men krijgt, wanneer men bedenkt, dat thallo-bromide hoogstwaarschijnlijk een éénwaardig ionenrooster heeft, zoodat dus met de verstrooiingen van de ionen moet worden gerekend; deze zijn evenredig met 80 en 36 resp. voor thallium en broom.

De kans op het optreden van reflecties van vlakken met oneven indicessom is bij thallo-bromide weliswaar gunstiger dan bij een W-Mo mengkristal, waar de factor is:

$$\frac{(74 + 42)^2}{(74 - 42)^2} = 13.2.$$

met gemengde indices geven bij het TlCl zeer intense reflecties. Doordat n.l. de buiging der chlooratomen zeer klein is, gedraagt TlCl zich alsof het bestond uit een enkelvoudig kubisch net van Tl-atomen. Opmerkelijk is dat thalliumjodide een geheel andere nog niet opgehelderde structuur heeft.

<sup>2)</sup> De reflectie (100) is onduidelijk omdat deze zeer dicht ligt bij de zwarte vlek der primaire stralen.

Maar aangezien deze reflecties bij Tl Br nog zéér sterk zijn, mag uit hun ontbreken bij W-Mo de conclusie getrokken worden, dat mengkristallen W-Mo niet een structuur hebben als door Tammann wordt aangenomen. Ter vergelijking is zoowel bij de wolfram-molybdeen- als bij de thallobromide-opnamen de intensiteit der (110) reflectie aan 10 gelijk gesteld.

Het blijkt nu, dat van de extra lijnen, die men zou verwachten wanneer aan het mengkristal een structuur volgens Tammann wordt toegeschreven, lijn (210) volgens de intensiteit zou moeten inliggen tusschen de lijnen  $\{(300) (221)\}$  en (311) van Tl Br, die beide nog zeer duidelijk optreden. Daarbij komt nog, dat het wolfram en molybdeen uiterst geschikte objecten zijn voor opnamen volgens de poedermethode, omdat zij zeer intense beelden geven. De extra lijnen zouden dus zeker ten deele zichtbaar moeten zijn.

Uit het ontbreken van nieuwe lijnen volgt noodzakelijk dat de onderstelde structuur niet bestaat. Nu kan men zich nog verschillende andere rangschikkingen denken, maar het blijkt, dat ook daarbij steeds nieuwe lijnen moeten optreden.

Om nu tot een andere rangschikking te komen, moet men tevens den elementaircubus vergrooten. Immers, twee atomen kunnen bij een regulair holoëdrisch kristal slechts op één manier in een elementair-cel gerangschikt worden. Om redenen van symmetrie moet de vergrooiting in de drie assenrichtingen op dezelfde wijze geschieden, daar verder, volgens de opvatting van Tammann het mengkristal (afgezien van kleine veranderingen in de atoomafstanden) overgaat in een wolframkristal, wanneer men alle Mo-atomen door W-atomen vervangt, komt de vergrooiting der cel hierop neer, dat men  $n^3$  cellen met 2 atomen als elementaircubus opvat. Bij de kleinste waarde van  $n=2$  bevat dus de elementaircubus 16 atomen, waarvan 8 W-atomen.

Nu zijn er slechts twee regulair holoëdrische structuren met 16 atomen per cel, die een eenvoudig wolframrooster opleveren, wanneer men de Mo-atomen door W-atomen vervangt. De wolfram-atomen hebben hierbij de volgende coördinaten (uitgedrukt in de atoomafstanden als eenheid).

$$I \left\{ (000) \left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2}\right) \left(0 \frac{1}{2} \frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{2} 0 \frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} 0\right) \left(\frac{1}{2} 0 0\right) \left(0 \frac{1}{2} 0\right) \left(0 0 \frac{1}{2}\right) \right\}$$

$$II \left\{ (000) \left(0 \frac{1}{2} \frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{2} 0 \frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} 0\right) \left(\frac{1}{4} \frac{1}{4} \frac{1}{4}\right) \left(\frac{3}{4} \frac{3}{4} \frac{1}{4}\right) \left(\frac{3}{4} \frac{1}{4} \frac{3}{4}\right) \left(\frac{1}{4} \frac{3}{4} \frac{3}{4}\right) \right\}$$

De plaats der Mo-atomen wordt gevonden door bij I bij alle coördinaten op te tellen  $\frac{1}{4}$ , bij II bij alle coördinaten  $\frac{1}{2}$ .

I nu is geen nieuw type. De elementaircubus bestaat uit 8 identieke kleinere cellen, ieder dus met 1 W- en 1 Mo-atoom. Dus is de structuur I gelijk aan de vroeger besprokene. Een net met de rangschikking II ontstaat wanneer men zich in een net van wolframatomen, gerangschikt als een diamantnet, een tweede dergelijk net van molybdeen-atomen ingeschoven denkt, en wel ten opzichte van het eerste net verschoven over de helft van een kubusdiagonaal. Hoe het dan met de intensiteiten gesteld moet zijn is gemakkelijk in te zien. De waargenomen lijnen zouden, doordat de lengte der elementaircubus verdubbeld is, nu afkomstig moeten zijn van de vlakken (220), (400), (422) etc.<sup>1)</sup> Stellen wij ons voor dat de Mo-atomen in het geheel niet verstrooien, dan gedraagt zich het net als wolfram met diamantstructuur. In het andere uiterste geval, dat de Mo-atomen zouden verstrooien als de wolfram-atomen gedraagt het zich als een eenvoudig cubisch gecentreerd net. In het eerste geval moeten dus als nevenlijnen optreden de lijnen afkomstig van vlakken waarvan alle indices oneven zijn, en dit zal ook nog het geval zijn wanneer, wat inderdaad het geval is, molybdeen wel verstrooit, maar minder dan wolfram.

Uit de structuur-factor volgt dat de relatieve intensiteit van de reflecties van vlakken met oneven indices evenredig moet zijn met het kwadraat van het verschil der atoomnummers; terwijl de intensiteit evenredig zal zijn aan het dubbele van de kwadraat van de som wanneer de indices allen even zijn, met een door vier deelbare som. Ook hier moeten we tusschen elke twee wolframlijnen een nieuwe lijn verwachten, echter op een andere plaats dan in het eerder besproken geval.

In tabel III zijn aangegeven de indices der mogelijk reflecterende vlakken en de bijbehorende intensiteiten. Hier is weer de intensiteit van (100) = 10 gesteld.

In 't algemeen zijn de intensiteiten der nevenlijnen buitengewoon zwak, in vergelijking van hun naaste hoofdlijnen. Een uitzondering is echter de lijn afkomstig van de vlakken (731) en (553) die ruim 40% van de intensiteit heeft van de lijn (400). Deze laatste nu,

1) Een reflectie van het vlak (400) beteekent niet anders dan de reflectie in 4e orde van het cubusvlak.

TABEL III

Indices	Ber. intensiteit
111	0.7
220	10
311	0.6
400	2.5
331	0.3
422	6.7
511)	
333)	0.3
440	2.5
531	0.4
620	4.0
533	0.15
444	1.1
711)	
551)	0.2
642	5.9
731)	
553)	0.3
800	0.7
733	0.1

is bij wolfram-opnamen zeer sterk, omdat de absorptie der straling in het materiaal hierbij de minst storende invloed heeft. Bestond de aangenomen structuur werkelijk, dan zou de genoemde nevenlijn zonder twijfel goed waarneembaar zijn. Zijn afwezigheid sluit de beschreven structuur uit.

Andere denkbare gevallen worden zeer gecompliceerd. De elementaircubus moet dan reeds minstens  $2.3^3$  atomen bevatten.

Bij goud en zilver is dezelfde proef gedaan en wel met resp. mengsels van 25 at. % en 75 at. % goud, Ook hier geen spoor van nieuwe lijnen, dus geen regelmatige rangschikking.

Deze resultaten zijn geheel in overeenstemming met die van Vegard. Bain<sup>1)</sup> echter vermeldt, dat hij op eenige opnamen

1) E. C. Bain, Trans. Am. Min. and Met. Eng. No. 1139 n. Febr. 1922.

van koper-goud en koper-nikkellegeringen eenige extra-lijnen gevonden heeft. Nadere aanduidingen ontbreken, zoodat niet uit te maken is of men hier te doen heeft met een chemische verbinding of met een werkelijke structuur der mengkristallen. Het experimenteel materiaal levert dus tot nu toe geen bevestiging van Tammann's theorie. Tegen deze opvatting zijn echter ook theoretische bezwaren in te brengen. Volgens Tammann bestaat er feitelijk geen continue mengbaarheid. Immers, het is niet mogelijk voor iedere atoomverhouding een structuur aan te geven, die in overeenstemming is met de symmetrie van het kristal. Slechts bij een zeer klein aantal mengverhoudingen is dit mogelijk.

Wanneer men van een zekere samenstelling overgaat op een, die daarvan slechts weinig afwijkt, dan moet de structuur geheel anders worden. Inplaats van continue verandering van de eigenschappen met de samenstelling, zouden we discontinue veranderingen moeten verwachten. Aan dit bezwaar kan men ontkomen, door aan een aantal mengkristallen met bepaalde mengverhoudingen ( $AB_n$ ,  $AB_p$ ) structuren volgens Tammann toe te schrijven. Tusschen-gelegen mengkristallen zouden dan zijn mengsels van  $AB_n$  en  $AB_p$ . Ook dit is uitgesloten, omdat in dit geval het smeltdiagram van het systeem geheel anders zou zijn, dan inderdaad bij mengkristalvorming wordt gevonden. Het zou dan geheel het type moeten hebben van een systeem, waarin een aantal verbindingen optreden. Hierin ligt juist de fout in de voorstelling. Waarschijnlijk zal bij nader onderzoek blijken, dat wanneer kristalstructuren, zooals Tammann die opstelt voor de mengkristallen, gevonden worden, men te doen heeft met chemische verbindingen.

#### Summary.

Röntgenfoto's were taken of some very well annealed specimens of tungsten-molybdenum mixtures. No indications were found, that in the solid solutions formed the atoms of the two metals are arranged in a manner as suggested by Tammann.

Eindhoven, Jan. 1924.

NATUURKUNDIG LABORATORIUM DER  
N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN.

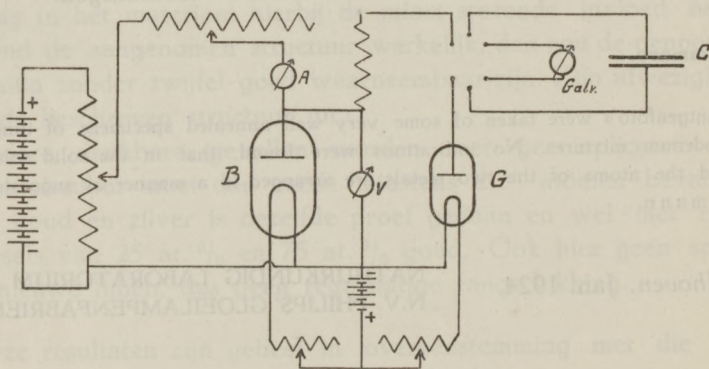
## DE LAAGSPANNINGS-BOOG

door G. HOLST en E. OOSTERHUIS.

1. In een ontladingsbuis met gloeiende kathode gevuld met een edelgas van middelmatigen druk (bijv. 1 cm) kan onder bepaalde omstandigheden een boogontlading optreden, waarbij de spanning die noodig is om de boog te onderhouden, belangrijk kleiner is dan de ionisatiespanning van het aanwezige gas. Een dergelijke ontlading heeft men een *laagspanningsboog* genoemd.

Over de laagspanningsboog zijn een reeks van onderzoeken verricht, hoofdzakelijk door Compton <sup>1)</sup> en zijn medewerkers. Een uitvoerig artikel werd onlangs gepubliceerd door Bär, von Laue en Edgar Meyer <sup>2)</sup> waarin kritiek wordt uitgeoefend op de verklaring door Compton van het verschijnsel gegeven, en tevens een door experimenten gestaafde nieuwe theorie wordt gegeven: de spanning op de boog is volgens genoemde onderzoekers oscilleerend; de maximale waarde van de spanning, die tusschen gloeikathode en anode optreedt, wordt daarbij zoo hoog, dat men ionisatie verwachten mag.

2. Reeds enkele jaren geleden hadden wij gevonden dat, hoewel inderdaad in een laagspanningsboog onder bepaalde omstandigheden trillingen kunnen optreden, deze in de meeste gevallen zeker *niet* aanwezig zijn. Wij hebben deze proefnemingen nu herhaald, waarbij de schakeling gebruikt werd zooals in fig. 1 is



1) K. T. Compton. Verschillende artikelen in Phys. Rev. 16 (1920) tot 21 (1923).

2) R. Bär, M. von Laue en Edgar Meyer. Zeitschr. für Physik 20, 83, 1923.

afgebeeld. De ontladingsbuis *B* bevatte een gloeiende kathode uit wolfram en was met argon, resp. neon van 1 cm druk gevuld. De maximale spanning tusschen anode en kathode werd bepaald door den condensator *C* via een gelijkrichter *G* (hiervoor gebruikten wij een Miniwatt-ontvanglamp, waarvan tralie en plaat met elkaar verbonden waren) te laden en vervolgens door een ballistischen galvanometer te ontladen. Het bleek nu dat, bij stroomsterkten in de boog van ongeveer 0,5 tot 1 Amp., de maximale spanning steeds volkomen gelijk was aan de spanning, die op den voltmeter *V* werd afgelezen. De laagste spanning, die wij vonden was bij argon 3,5 Volt, bij neon 7,5 Volt.

De laagste spanning waarbij de boog nog ontstoken kan worden bedroeg bij argon 14,5 Volt, bij neon 18,5 Volt. Deze is dus van de orde der ionisatie-spanning, in tegenstelling met wat door anderen bij helium en kwik werd gevonden. Bij deze laatste gassen, waar klaarblijkelijk lang-levende metastabiele toestanden voorkomen, vindt men dat de aanslagspanning voor zulk een toestand resp. het verschil tusschen deze aanslagspanning en de ionisatiespanning voldoende is om de boog te ontsteken.

3. Bij een spectraal onderzoek van de laagspanningsboog in argon vond G. Hertz in ons laboratorium, dat wanneer de spanning op de boog ongeveer 16 Volt of hoger is, naast het roode argonspectrum ook het blauwe optreedt. De aanslagspanning voor de lijnen uit het blauwe spectrum bedraagt ongeveer 30 Volt<sup>1)</sup>. Hieruit blijkt dus dat in een dergelijke boog electronen met veel grooter snelheid voorkomen, dan die welke correspondeert met de aangelegde spanning.

Een theorie van het mechanisme van de laagspanningsboog moet mede dit verschijnsel kunnen verklaren.

4. De opvatting welke wij ons ter verklaring van deze verschijnselen gevormd hebben is als volgt.

Voor het ontsteken van den boog is, zooals wij zagen, een spanning noodig ongeveer gelijk aan de ionisatiespanning. Hierbij worden positieve ionen gevormd, die zich naar de kathode zullen bewegen. De kathode is een gloeiende draad die zich op een zeer hooge temperatuur bevindt, zoodat zij door een wolk van electronen is omgeven. Wanneer nu een positief ion in deze wolk komt, wordt het geneutraliseerd. Reeds vroeger hebben wij er op

1) Déjardin, C. R. 172, 1482, 1921.

gewezen, dat deze neutralisatie waarschijnlijk zonder energie-uitstraling plaats vindt <sup>1)</sup>).

Onder de omstandigheden, waarin de laagspanningsboog kan bestaan is de electronendichtheid om de kathode zoo groot, dat het zeer waarschijnlijk is dat bij de neutralisatie zich twee of meer electronen binnen de attractie-sfeer van het positieve ion bevinden. Beschouwen wij het geval dat we met twee electronen te doen hebben. Een van deze wordt dan door het positieve ion gebonden; vindt daarbij geen uitstraling plaats, dan moet de energie als kinetische energie vrij komen, en dat kan volgens de impuls-wet slechts kinetische energie van het vrije electron zijn. Dergelijke botsingen zijn uitvoerig door Klein en Rosseland behandeld <sup>2)</sup>. Het tweede electron krijgt dus een groote snelheid en kan onmiddellijk opnieuw ioniseeren.

Wanneer alle positieve ionen op deze wijze werden geneutraliseerd zou feitelijk de kleinste spanning voldoende zijn om de boog te laten voortbranden. Afgezien van andere stootverliezen is het echter niet waarschijnlijk dat alle neutralisaties op de bovengenoemde wijze zullen plaats grijpen, zoodat niet elk ion dat geneutraliseerd wordt, weer onmiddellijk een electron doet ontstaan met voldoende snelheid om te kunnen ioniseeren. Dit tekort moet dan op de een of andere wijze worden aangevuld. Dit kan geschieden door botsingen waarbij meer dan 2 electronen, b.v. 3, met een positief ion samen komen. We krijgen dan 2 electronen met groote snelheden; is de snelheid voor de 2 electronen gelijk, dan zullen ze beide kunnen ioniseeren wanneer de spanning aan de boog gelijk is aan de halve ionisatiespanning. Het is echter ook denkbaar, dat de aanvulling geschiedt op een wijze als door Compton is voorgesteld.

Ook het optreden van het blauwe argonspectrum in den laagspanningsboog in argon kan op deze wijze direct verklaard worden. Volgens onze bovenvermelde opvatting zullen er immers in een dergelijke boogontlading electronen voorkomen, wier snelheid correspondeert met de som van ionisatiepotentiaal en de spanning op den boog. Inderdaad treedt het blauwe argon spectrum op zoodra deze som de aanslagspanning der betreffende lijnen overschrijdt.

1) Handelingen v. h. XIX Nederl. Natuur- en Geneesk. Congres, 1923 p. 110.

2) Klein und Rosseland. Zeitschr. f. Phys. 4. 46. 1921.



*Resumeerende* komt onze opvatting van de laagspanningsboog dus op het volgende neer. De neutralisatie van een positief ion aan de kathode is een stralingsvrij proces. De ionisatie-energie wordt hierbij beschikbaar. Is de electronendichtheid zeer groot, — zooals in een laagspanningsboog het geval is —, dan is de kans groot dat deze energie aan een tweede electron wordt overgedragen, zoodat reeds in de onmiddellijke nabijheid van de kathode electronen met ionisatie-energie aanwezig zijn. Op deze wijze kan dan de laagspanningsboog blijven bestaan.

Is de electronendichtheid gering dan dragen de meeste ionen hun energie aan de kathode zelf over, waardoor deze verwarmd wordt. <sup>1)</sup>

#### Summary.

In a recent article Bär, von Laue and E. Meyer have shown that the low voltage arc may be explained by the occurrence of oscillations, the peak voltage being so high that ionisation is produced.

Experiments by the present authors show, however, that in many cases the arc is non-oscillatory, so that no high peak voltages occur.

In order to explain the phenomena in the low voltage arc the authors assume that the neutralisation of a positive ion near the hot cathode is a collision of the second kind between the positive ion and two electrons, one of which receives the neutralisation energy in the form of kinetic energy. This also explains why the blue argon spectrum can often be observed in the arc at voltages far below its excitation potential.

<sup>1)</sup> Zie Handelingen Nederl. Natuur- en Geneesk. Congres. I.c.

Eindhoven, Febr. 1924.

NATUURKUNDIG LABORATORIUM DER  
N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN.

---

## IETS OVER HET OOG ALS OPTISCH WERKTUIG

door H. GROOT.

In alle elementaire leerboeken der Natuurkunde treft men onder de afdeeling Licht enkele opmerkingen aan over den bouw van het oog, de gele en de blinde vlek, een meer of minder uitvoerige bespreking van verschillende soorten brillen en soms nog een paar plaatjes over optisch bedrog — maar dan is het mooi geweest en komen andere onderwerpen aan de beurt.

Het is mijn bedoeling in het volgende erop te wijzen, dat er nog tal van elementaire verschijnselen zijn, die in verband met

het bovengenoemde besproken kunnen worden en zeer geschikt zijn om allerlei punten uit de theorie van het licht met elkaar in verband te brengen en aldus het werkelijk inzicht onzer leerlingen te verdiepen.

Deze verschijnselen kan men alle meesterlijk beschreven vinden in „Physiologische Optik” van Helmholtz, een boek dat verdiende ook buiten de medische vakkringen meer bekend te zijn dan het geval schijnt te wezen. Het is dan ook niet mijn bedoeling het volgende als iets nieuws aan te bieden, noch een volledig overzicht te geven van de schatten, die men uit het opgenoemde werk kan halen, maar enkel een paar punten aan te geven, die mij toeschijnen voor ons onderwijs in de natuurkunde van belang te zijn.

Wat de praktijk betreft, kan ik opmerken, dat ik juist door vragen van mijn leerlingen er toe gekomen ben sommige der onderstaande onderwerpen met hen te behandelen: hun interesse was mij het beste bewijs, dat zij dit niet voelden als „alweer wat erbij voor het examen”.

### A. Verstrooiingsbeelden.

Zij  $L$  een lichtpunt, waarvan door het oog een beeld in  $B$  wordt ontworpen, dan kunnen zich drie gevallen voordoen:  $B$  kan vóór het netvlies, op het netvlies, of achter het netvlies vallen. Alleen wanneer  $B$  op het netvlies valt, zien wij het punt  $L$  scherp, in beide andere gevallen zien wij een wazig cirkeltje, het *verstrooiingsbeeld* van  $L$ .

Houdt men voor het oog een opening van willekeurige gedaante, *kleiner dan de pupil*, dan heeft de verstrooiingsfiguur denzelfden vorm.

Het beeld van een reeks lichtpunten (een voorwerp), die elk voor zich een verstrooiingscirkeltje op het netvlies geven, vormt het min of meer wazige verstrooiingsbeeld.

Twee voorwerpen, die verschillende afstand van het oog hebben kan men niet tegelijk scherp zien. Dit toont o.a. de volgende proef: houdt men tusschen het oog en een boek een lapje gaas, dan kan men naar willekeur of het gaas of de letters scherp zien. (Eén oog sluiten.) Zooals bekend is, berust dit „accomodatievermogen” op willekeurige verandering van de brandpuntsafstand van het oog door verandering van de kromming van de lens (vergelijk dit met het instellen van een camera!).

Zoolang de verstrooiingscirkeltjes klein zijn, zien wij het verstrooiingsbeeld nog vrij scherp. Hierdoor komt het, dat een op oneindig ingesteld oog toch nog voorwerpen tot op  $\pm 15$  M. afstand scherp blijft zien.

Dat deel van de gezichtslijn, waarop bij een gegeven accommodatie de voorwerpen nog scherp gezien worden heet accommodatielij. De lengte dezer lijn is des te kleiner naarmate zij dichter bij het oog ligt. (Ook hier analogie met de camera.)

Op het voorgaande berusten een paar verrassende proeven.

a. *Proef van Scheiner.*

In een kaartje prikt men twee gaatjes, die dichter bijeen liggen dan de pupilopening. Kijkt men hierdoor naar een naald tegen een lichten achtergrond en fixeert men de naald, dan ziet men één beeld, fixeert men vóór- of achtergrond dan ziet men twee beelden. Bedekt men één der gaatjes, b.v. het linker, dan verdwijnt het rechter- of het linkerbeeld al naar men achtergrond of voorgrond heeft gefixeerd. De verklaring dezer proef kan gevoegelijk aan den lezer worden overgelaten.

b. *Vergrooting van een voorwerp, wanneer men het door een kleine opening bekijkt.*

Het oog kan niet binnen zekeren afstand accomodeeren (*nabijheidspunt*). Brengt men een voorwerp, b.v. een speldeknoop, binnen dezen afstand, dan ziet men een wazig verstrooiingsbeeld. Plaast men een kaartje met een speldeprik tusschen oog en voorwerp, dan verkleint men hierdoor de verstrooiingscirkeltjes en ziet het voorwerp dus *scherper*. Bovendien ziet men het voorwerp *vergroot* en wel des te meer naarmate het scherm dichter bij het voorwerp is. De verklaring van dit laatste is aldus (zie figuur 1):

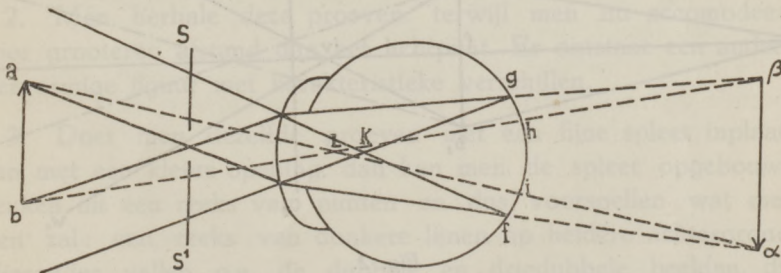


Fig. 1.

Zij  $a\beta$  het beeld dat door het oog van  $a b$  gevormd wordt

en dat volgens afspraak achter het netvlies valt. Als  $K$  het knooppunt is, geven de lijnen  $fK$  en  $gK$  de richtingen aan waar de lichtpunten  $a$  en  $b$  bij gewoon duidelijk zien moeten liggen om in  $f$  en  $g$  beelden te geven. Op deze lijnen denken wij ook nu de punten  $a$  en  $b$  te zien.

Is het scherm  $SS^1$  er niet, dan ontstaan in  $f$  en  $g$  verstrooiingscirkels. Hun middelpunten liggen op de lijnen  $aa$  en  $b\beta$ , dus in  $i$  en  $h$ . Daar  $i$  en  $h$  blijkbaar dichter bijeen liggen dan  $g$  en  $f$  is met het scherm het waargenomen beeld groter dan het vage verstrooiingsbeeld zonder het scherm.

### B. Chromatische afwijkingen.

Het oog is niet *achromatisch*. Wij volstaan met één proef: Leg op een zwart stuk papier een kleiner wit papier, dan kan men de volgende waarnemingen doen:

Is het witte vlak dichterbij dan het accommodatiepunt, dan ziet men een roode, is het verderaf een blauwe rand. Bij goede accommodatie is de afscheiding zuiver wit-zwart. Schuift men in dit laatste geval echter een blad papier tusschen het vlak en de pupil, zoodat deze half bedekt is, dan ontstaat een roode (resp. blauwe) rand als het papier aan den kant van het donkere (resp. lichte) deel van het vlak wordt aangebracht.

De verklaring volgt onmiddellijk uit figuur 2. Hierin stellen  $b_1 w_1$  en  $b_2 w_2$  de violette stralen,  $a_1 b_1$  en  $a_2 b_2$  de roode stralen voor, afkomstig van de witte stralen  $A b_1$ ,  $A b_2$ .

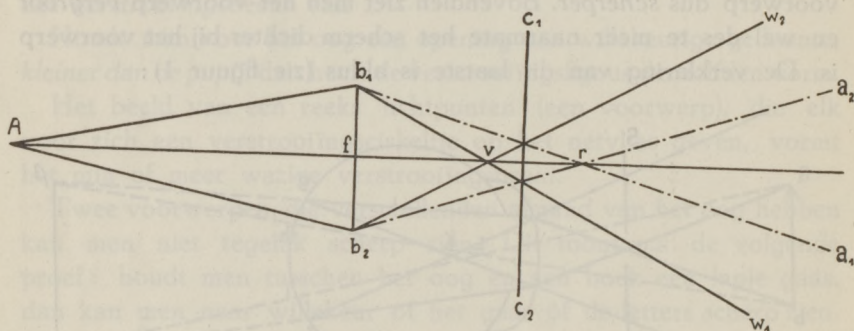


Fig. 2.

Bevindt zich het netvlies tusschen  $b_1 b_2$  en  $c_1 c_2$  dan heeft men een *roode* rand, bevindt het zich achter  $c_1 c_2$  een *blauwe*, bevindt

het zich in  $c_1 c_2$  en dekt men  $b_2 f$  af, dan vervalt van het violet alles wat binnen  $\perp f v b_2$  ligt, van rood alles wat binnen  $\perp f r b_2$  ligt, dus op  $c_1 c_2$  wordt het bovenste deel *rood*, het onderste *blauw*.

Het is gemakkelijk deze verklaring, die voor één punt geldt (kleine opening in donker scherm) uit te breiden voor het geval van een witten rand op een donker scherm.

### C. Afwijkingen van den bolvorm.

In het oog treden ook afwijkingen op die men kan vergelijken met de sferische aberratie van lenzen, alleen bestaat in het oog geen symmetrie om een as.

#### Waarnemingen:

1. Een kleine opening in zwart papier brengt men even voorbij het vertepunt (bij een emmetroop oog door een +brilleglas). Men ziet een straalvormige, niet symmetrische figuur. De buitenrand is (bij wit licht) blauw, het binnendeel rood. Voor verschillende oogen is de vorm verschillend (andere inwendige bouw). Bij zwak licht is alleen de grovere structuur zichtbaar; bij zéér sterk licht vloeit alles in elkaar en ontstaat een veel grootere en fijnere stralenkrans, die niet meer hetzelfde is als het stervormige verstrooiingsbeeld waarover hier sprake is. Schuift men een blad papier van onder af voor het oog, dan verdwijnen de onderste stralen (dus de *bovenste* op het netvlies; men denke aan de omkeering der beelden!) van het stervormige beeldje. De fijnere stralenkrans gedraagt zich geheel anders: de stralen blijven tot het laatst, maar het centrale schijfje verdwijnt, van onderen te beginnen. (De stralen van sterren en lantarens behooren hiertoe.)

2. Men herhale deze proeven, terwijl men nu accomodeert voor grooteren afstand dan het lichtpunt. Er ontstaat een andere stervormige figuur met karakteristieke verschillen.

3. Doet men dezelfde proeven met een fijne spleet inplaats van met een kleine opening, dan kan men de spleet opgebouwd denken uit een reeks van punten en dus voorspellen wat men zien zal: een reeks van donkere lijnen op heldere achtergrond. Hieronder vallen o.a. de dubbele en driedubbele beelden, die velen zien van den maansikkel en van de grenzen van verlichte vlakken bij onvoldoende accomodatie.

### D. De Wet van Fechner en haar gevolgen.

Bij het beoordeelen van de helderheid van een lichtbron maken wij onderscheid tusschen de *objectieve helderheid*, die wij evenredig stellen met het kwadraat van de amplitudo der trilling en de *subjectieve gewaarwording*.

Het blijkt, dat de kleinste waarneembare subjectieve verschillen niet evenredig zijn met de veranderingen der objectieve helderheid.

*Proef 1.* Een lichtbron  $K_1$  geeft op een wit vlak een helderheid  $h$  en van een voorwerp  $L$  een schaduw  $S$ . Evenzoo geeft  $K_2$  op het vlak een helderheid  $H$ . Zijn  $K_1$  en  $K_2$  tegelijk aanwezig, dan heeft het vlak de helderheid  $H + L$ ,  $S$  daarentegen slechts  $H$ . Wanneer  $H$  en  $L$  niet te veel verschillen onderscheidt het oog  $H + h$  van  $H$ . Het is echter altijd mogelijk  $H$  zoo groot te maken, dat het onderscheid wegvalt.

(Sterren overdag onzichtbaar!)

*Proef 2.* Bij de vorige proef bleef het verschil in helderheid constant, bij de volgende zullen wij het verschil evenredig met de helderheid laten aangroeien. Neem b.v. een goed contrastrijk diapositief en houd dit voor een lichten achtergrond, waarvan wij de helderheid laten toenemen. Bij geringe helderheid zijn kleine nuances niet te onderscheiden, bij toenemende helderheid worden zij zichtbaar en blijven dit vrij lang evengoed, om ten slotte bij zéér sterke helderheden weer te verdwijnen. Noemt men de helderheid der lichtste deelen  $H$ , dan is die der minder lichte  $(1 - a)H$  ( $a$  constant) en het verschil in helderheid:  $aH$  dus evenredig met  $H$ .

Met deze proef in verband staat het feit, dat men op een schilderij bij vrij zwak en bij sterk licht bijna even goed de contrasten ziet en ook dat men door een niet te donkere bril ziende bijv. naar een wolkenlucht, geen contrasten verliest.

Fechner trachtte de gevonden eigenaardigheden door een formule uit te drukken, die in haar eenvoudigsten vorm luidt:

$$dE = A \cdot \frac{dH}{H}$$

Hierin stelt  $dE$  vermeerdering der subjectieve helderheid,  $H$  de objectieve helderheid voor. Ofschoon de wet waarschijnlijk veel gecompliceerder is, kunnen wij haar als eerste benadering laten gelden.

Op de boven besproken kwestie berust n.l. een serie van verschijnselen, die wij samenvatten onder den naam van *irradiatieverschijnselen*. Bij onvoldoende accomodatie ziet men:

1. Lichte vlakken lijken vergroot (figuur 3).
2. Dicht bij elkaar liggende lichte vlakken vloeien samen (fig 4).
3. Rechte lijnen worden onderbroken door een lichtvlak: men kijke b.v. naar een kaarsvlam, die gedeeltelijk door een lineaal voor het oog verborgen is.
4. Donkere, smalle lijnen op een witten achtergrond lijken breeder dan zij zijn, witte op donkeren achtergrond smaller.

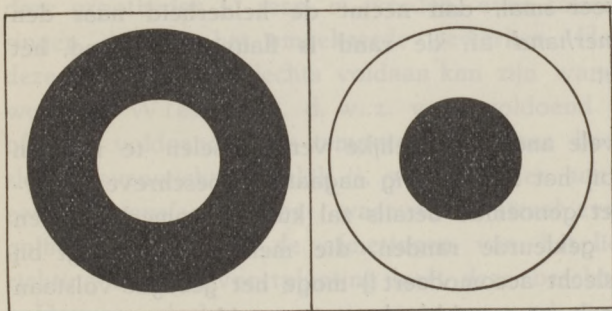


Fig. 3.

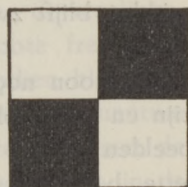


Fig. 4.

#### Verklaring :

Zij (figuur 5)  $c$  een punt van den rand van een verlicht vlak,  $bg$  een lijn, die loodrecht op den rand staat. De helderheid worde grafisch voorgesteld door ordinaten loodrecht op  $bg$ . Bij juiste accomodatie zou de helderheid door de lijn  $ad$  worden voorgesteld;

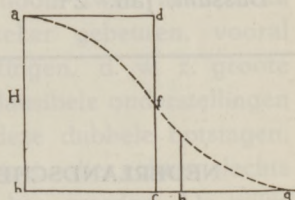


Fig. 5.

het optreden der verstrooiingscirkels maakt echter, dat bij slechte accomodatie de helderheid volgens de lijn  $afg$  verloopt. Het stuk van  $c$  tot  $g$ , dat bij goede accomodatie donker is, ontvangt nu licht, terwijl van  $b$  tot  $c$  de helderheid is afgenomen. Door de wet van Fechner is het duidelijk, dat wij de vermindering van helderheid nauwelijks bespeuren, wèl echter de vermeerdering. Stel dat bij  $h$  de lichtgevoeligheid binnen de verstrooiingscirkels reeds een maximum bereikt, dan zal de helderheid bij  $h$  niet te onderscheiden zijn van die van het vlak zelf. De subjectieve volle helderheid reikt dus tot  $h$  en neemt vandaar langzaam af tot  $g$ .

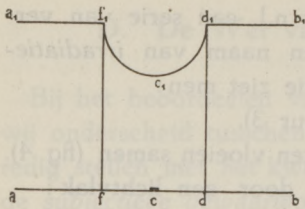


Fig. 6.

Wat de verklaring van 4 betreft, deze is eenigszins anders. Zij (figuur 6)  $ab$  de doorsnede van het papier,  $c$  de smalle donkere lijn. Door slechte accommodatie ontstaan verstrooiingscirkels van straal  $fc$ . De kromme der lichtsterkte is dan  $a_1 f_1 c_1 d_1 b_1$ . Bij  $f$  en  $d$  is een plotselinge vermindering van de

lichtsterkte: hier ziet men de grenzen van de zwarte lijn, die zich dus van  $c$  uitbreidt over  $fd$ .

Is de lijn niet zeer smal, dan neemt de helderheid naar den rand toe *langzamerhand* af, de rand is flauw uitlopend, het midden blijft zwart.

Ofschoon nog vele andere dergelijke verschijnselen te noemen zijn en men ook bij het nauwkeurig nagaan der beschreven voorbeelden allerlei niet genoemde details zal kunnen opmerken (men lette b.v. op de gekleurde randen, die men te zien krijgt bij figuur 3 als men slecht accomodeert!) moge het gezegde volstaan voor het doel, dat ik mij gesteld had: een opwekking om sommige dezer kwesties in een verloren uurtje eens met de hoogste klassen te bespreken.

Bussum, Jan. '24.

## VERSLAGEN.

### NEDERLANDSCHE NATUURKUNDIGE VEREENIGING.

Vergadering op Zaterdag 26 Januari 1924, in het Laboratorium „Physica” te Amsterdam.

De heer H. C. Burger doet, mede namens den heer L. S. Ornstein, eene mededeeling aangaande

#### *Stralingsformule en lichtquanta.*

Uit de onderstelling, dat het licht zich continue in de ruimte uitbreidt, is het niet mogelijk geweest het evenwicht van zwarte straling en electron bevredigend te verklaren. Daarom zal getracht worden uit de hypothese de lichtquanta af te leiden, onder welke omstandigheden straling met vrije electronen in



evenwicht kan zijn. De snelheidsverdeeling der electronen wordt ondersteld de bekende Maxwellsche te zijn. De bijzonderheden van de wisselwerking van een lichtquantum en een electron zijn onbekend; in navolging van Debye en Compton wordt slechts aangenomen, dat bij deze wisselwerking energie en impuls constant blijven.

De voorwaarde voor het stationair zijn van den toestand, tengevolge van de botsingen van lichtquanta en electron, moet uitdrukken, dat het aantal botsingen, waarbij een quantum van frequentie  $\nu$  en een electron met snelheid  $v$  elkander treffen en deze grootheden  $\nu'$  resp.  $v'$  worden, even talrijk zijn als de botsingen, die juist het omgekeerde bewerken. Het blijkt dat aan deze voorwaarden slechts voldaan kan zijn wanneer de stralingswet van Wien geldt, d. w. z. voor voldoende groote frequentie of voor voldoende lage temperatuur. Maar bovendien blijkt dat slechts evenwicht mogelijk is, wanneer men aan het lichtquantum een werkingsfeer toekent waarvan de straal evenredig is met de golflengte  $\lambda$ . Over de afmetingen van het lichtquantum in de richting der lichtvoortplanting leert deze beschouwing ons niets.

Dat men slechts een stationairen toestand vindt, indien men de stralingswet van Wien, en niet dien van Planck, aanneemt, moet verklaard worden uit een stilzwijgende onderstelling, die in het algemeen niet vervuld is, n.l. dat nooit twee lichtquanta tegelijk een electron treffen. Dit zal nu zeker gebeuren, vooral wanneer deze quanta groote lineaire afmetingen, d. w. z. groote golflengte hebben. Op grond van eenige plausibele onderstellingen worden wij nu, rekening houdende met deze dubbele botsingen, tot een correctie geleid van de stralingswet, die echter slechts tot op een numerieke factor na bepaald kan worden. De wijze waarop deze correctie van frequentie en temperatuur afhangt is nu juist zóó, als men op grond van de stralingswet van Planck moet verwachten. Het in aanmerking nemen van veelvuldige botsingen zou dus de wet van Planck exact moeten opleveren, indien men het mechanisme van de wisselwerking van quantum en electron volkomen kende.

Ook op het evenwicht van zwarte straling en atomen, zijn bovenstaande beschouwingen toe te passen. Einstein heeft dit evenwicht uitvoerig bestudeerd en moest ter verklaring van de wet van Planck de bijzondere hypothese invoeren, dat een atoom energie kan afstaan onder invloed van straling. Deze

hypothese der negatieve instraling wordt overbodig, wanneer men het bestaan van lichtquanta aanneemt en rekening houdt met de botsingen van twee lichtquanta tegen hetzelfde atoom.<sup>1)</sup>

1) Voor uitvoeriger uiteenzetting zie men *ZS. f. Phys.* 20, p. 345, 1924.

Vervolgens spreekt de heer Holst over:

*De Laagspanningsboog.*

Een artikel over dit onderwerp vindt men in dit nummer.

De heer J. L. de Roos doet daarna een mededeeling over  
*Aantasting der Aluminium-Electrode van een electrolytischen  
gelijkrichter door alkalimetaal-ionen.*

Bij het gebruik van natriumzouten als electrolyt in de electrolytische gelijkrichter blijkt de aluminium-electrode reeds na eenige uren geheel verteerd te zijn; bij gebruik van ammoniumzouten doet zich dat verschijnsel niet voor. Niettemin bieden natriumzouten, door hun grooteren dissociatiegraad en beter geleidingsvermogen, zekere voordeelen boven de ammoniumzouten met hun gering nuttig effect (veel Joule warmte). Het was dus van belang eens na te gaan waarin de oorzaak van deze aantasting wel zat. Hiertoe werd gebruik gemaakt van het dunne „Ersatz-bladtin” of aluminiumblad. Een aantal strookjes van 1 cm breedte en c.a. 6 cm lengte werden gladgestreken en als electrode gebruikt. Na ongeveer een uur geformeerd te zijn in een 5% natriumbicarbonaatoplossing met een stroomsterkte van  $\pm 1$  Amp. braken de blaadjes aan de oppervlakte van de vloeistof af. De verklaring hiervan ligt hierin: boven de oppervlakte van den electrolyt ontbreekt het oxyde-huidje, dat op de electrode gedurende het formeeren ontstaat, en er ontstaan vlamboogjes, heete vonken, tusschen het uitstekende metaal en de vloeistof, tengevolge waarvan het aluminium daar ter plaatse doorbrandt.

Zulk een afgebroken blaadje nu werd afgespoeld met gedestilleerd water en bekeken. Deze blaadjes vertoonen een zeer eigenaardige aantasting, n.l. een aantal evenwijdige rechte lijnen die het aluminium geheel in reepjes verdeelen. Fig. I toont twee van deze reepjes die wij in een drukraam op gevoelig papier afgedrukt hebben. Het verschijnsel leek ons merkwaardig genoeg om er eens een microphoto van te maken — wat dan ook tot een eenvoudige verklaring leidde.

Voor dat wij deze geven, mag misschien even in het kort de theorie van den gelijkrichter gememoreerd worden.

Hebben wij een electrolytische cel met een onaantastbare kathode en een anode die het anion van den electrolyt niet bevat, dan zijn er nog de volgende mogelijkheden over: <sup>1)</sup>

I. Het anion verbindt zich niet met de anode. Wij hebben dan zuurstofontwikkeling uit het water dat in de plaats van de anode aangetast wordt.

II. Het anion verbindt zich wèl met de anode — er vormt zich een zout:

a. het zout is oplosbaar in den electrolyt. Dit geval is voor ons niet van belang,

b. het zout is onoplosbaar in den electrolyt; wij onderscheiden dan de volgende gevallen:

a. Het zout hecht zich niet stevig aan de anode — is sponzig, grof poreus of bevat scheuren —. Al deze gevallen zijn voor ons niet van belang.

β. De zouthuid hecht zich stevig aan het metaal en is fijn poreus —. Dit laatste geval zullen wij weer naar zijn geleidingsvermogen onderverdeelen:

1. Het huidje geleidt (Pb in  $H_2SO_4$ ).

In dit geval beschermt het huidje door de ontlading der anionen het metaal tegen verdere aantasting door den electrolyt en onder zuurstofontwikkeling werkt het geheel als onaantastbare electrode!

2. Het huidje isoleert: (Pb in  $K_2CrO_4$ ); de anionen dringen door de zwakke plekken, het zout groeit ten koste van het metaal en bladert af.

Ten slotte is het derde geval waarmede wij te doen hebben: het huidje heeft een hoogen weerstand maar isoleert niet volkomen. Behalve veel zuurstof wordt ook nog verder zout ontwikkeld. Het geval kan nu optreden, dat, wanneer het zouthuidje reeds eenige dikte bereikt heeft de zuurstof de laatste poriën verstopt zoodat de stroom gedwongen wordt uitsluitend door het slechtgeleidende huidje te gaan. Dit is de electrolytische afsluitwerking, die in 1857 door Buff ontdekt is bij een electrolyse van zwavelzuur met aluminiumanode.

Het onderzoek van Guenther Schulze <sup>2)</sup> van 1906—1914 heeft tal van bijzonderheden hierover aan het licht gebracht.

1) Deze indeeling is vrij naar G. Schulze, Annalen der Phys. 25 pg. 775 (1908).

2) Ann. der Phys. 21, 22, 23, 24, 25, 28, 34, 41.

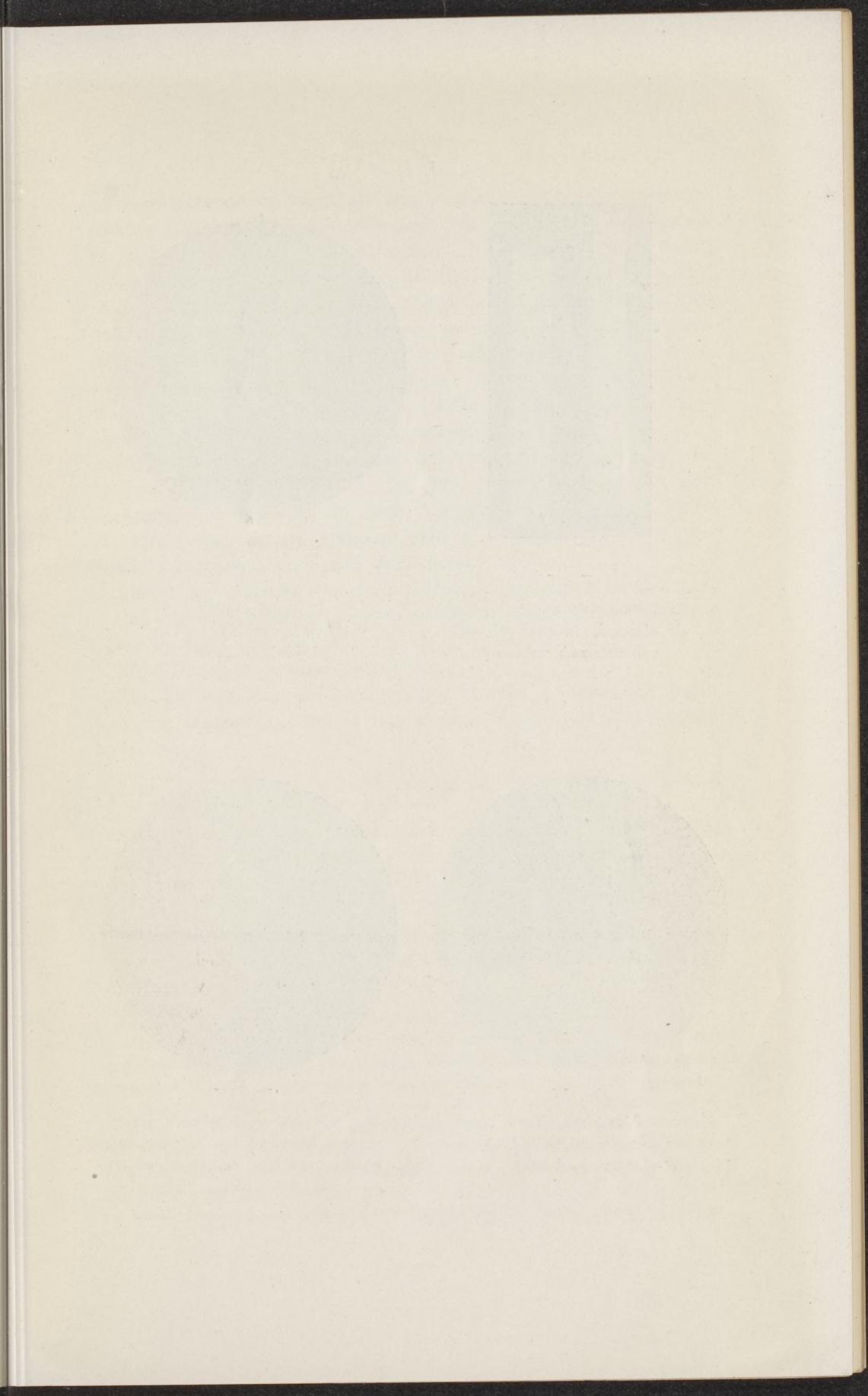
Ten eerste welke metalen het verschijnsel vertoonen: *Aluminium, Magnesium, Tantalium, Niobium, Vanadium, Cadmium, Bismuth, Zink* en *Antimoon* — van welke Tantaal wegens de volkomen onoplosbaarheid zijner zouten de werking in alle electrolyten vertoont, aluminium slechts in de zure alkalizouten van zwakke zuren.

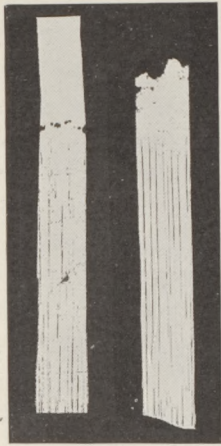
Tot dusverre hebben wij het gedrag van deze metalen alleen bestudeerd aan de *anode*. Willen wij de toestel aan wisselstroom aansluiten dan dienen wij ook het gedrag als kathode te kennen <sup>1)</sup>. Denken wij nu dat zoo'n metaalplaat, bedekt met een afsluitend oxydehuidje, plotseling als kathode gebruikt wordt, wat zal er dan gebeuren? Bij metalen met hooge overspanning ligt het voor de hand te verwachten dat het huidje weer gereduceerd wordt, b.v. bij Cadmium en Zink. Schulze heeft dan ook waargenomen dat bij de metalen Cadmium, Bismuth, Antimoon en Zink het huidje weer weggenomen wordt. Bij de andere metalen heeft waterstofontwikkeling plaats zonder dat het huidje gereduceerd wordt. En nu doet zich het verschijnsel voor dat het huidje in deze richting den stroom bijna geen belemmering in den weg legt. Men heeft dit als volgt willen verklaren. In het eerste geval (Al-anode) moeten de anionen uit de vloeistof hun electron aan de plaat afstaan — terwijl in het tweede geval de *vrije* electronen uit de plaat de kationen moeten neutraliseeren. Nu mag men wellicht aannemen dat het eerste meer arbeid kost dan het tweede, waardoor de tweede overgang bij lager potentiaalverschil kan gebeuren dan de eerste. Deze kathode-minimumspanning bedraagt ongeveer 10 Volt, terwijl een tantaalanode in een verdunde kaliumcarbonaatoplossing wel 1000 Volt kan afsluiten.

Wanneer wij nu wisselstroom aan de cel schakelen dan zal het aluminium als kathode de stroomstooten doorlaten en als anode tegenhouden, wanneer de topspanning van het wisselstroomnet niet oploopt boven de maximumafsluitingspotentiaal, en wij hebben dan een gelijkrichting. Zooals nu duidelijk is kan de aantasting van het aluminium alleen plaats hebben gedurende den kathodestroomstoot.

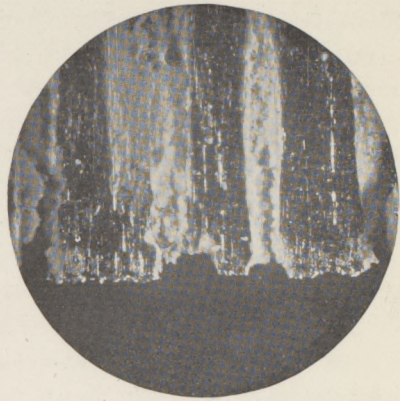
Hebben wij een natrium-electrolyt dan zullen zich in dit oogenblik de natriumionen aan het huidje moeten ontladen door een electron op te nemen — waar het huidje niet gereduceerd wordt zal een watermolecule het moeten ontgelden, dat door het

1) G. Schulze. *Annalen der Phys.* 41. 1913.

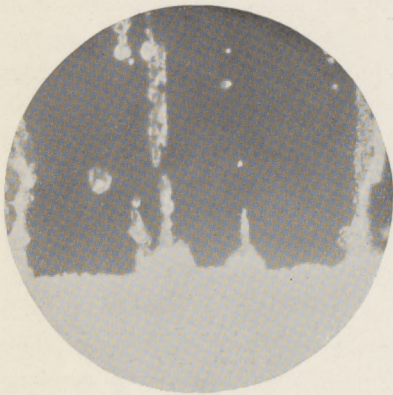




*Fig. I.*  
Aantasting van aluminium-blad  
als electrode in een oplossing  
van natriumbicarbonaat.



*Fig. II.*  
Aluminium-plaat  
na formatie in  $NaHCO_3$ .  
Opvallend licht.



*Fig. III.*  
Aluminium-plaat  
na formatie in  $NaHCO_3$ .  
Doorvallend licht.



*Fig. IV.*  
Stuk van een rond gebogen plaatje  
waarop het begin van de aantasting  
goed te zien is en ook de kromming  
van de kanaaltjes (links).

natriumatoom direct aangetast wordt. Heeft het huidje nu slechte plekken dan kunnen natriumatomen zich afzetten op het metaal en zich hiermede spontaan legeeren. Deze legering wordt direct door het water aangegrepen. Er ontwikkelt zich waterstof en natriumaluminaat. <sup>1)</sup> De waterstofbelletjes stijgen in rechte draden omhoog, wat ook gedurende de electrolyse te zien is, en voeren de loog met zich mede waardoor het huidje langs die „waterstofstralen” opgelost wordt en het metaal bloot komt. Hier slaan weer natriumatomen neer, enz. zoodat de aluminium electrode als het ware in reepjes gesneden wordt.

Dat deze lijnen niets te maken hebben met de structuur van het aluminium blijkt hieruit dat, hoe men dit laatste ook stelt de lijnen verticaal staan en langs een gebogen oppervlak de lijnen als lijnen van snelste stijging, dus in 't algemeen lijnen van dubbele kromming voor den dag komen.

Eenige reproducties van de microfoto's zijn hieraan toegevoegd.

Fig. II: afgebroken aluminiumblaadje, ondereinde  $40 \times$  lin. ver-groot in opvallend licht.

Fig. III zelfde in doorvallend licht.

Fig. IV stuk van een rondgebogen plaatje waarop het begin van de aantasting mooi te zien is en ook de kromming van de kanaaltjes.

---

<sup>1)</sup> Dit wordt door de aanwezige  $HCO_3$ -ionen weer neergeslagen en valt als vlokken op de bodem van het vat.

---

## BOEKBESPREKING.

W. Gerlach. **Materie, Elektrizität, Energie.** Band VII der „Wissenschaftliche Forschungsberichte. Naturwissenschaftliche Reihe. 195 blz. — Verlag Theodor Steinkopff, Dresden und Leipzig. Prijs f 2.—

In de laatste jaren zijn in de verschillende landen reeksen boeken van natuurwetenschappelijken inhoud verschenen, waarbij men zich ten doel stelde den lezer een overzicht te geven over den huidige stand van onze kennis van een bepaald onderwerp. Hiertoe behoort ook de reeks van boeken waarvan het bovengenoemde deel uitmaakt. Toch wijkt het boekje van Gerlach in vele opzichten van de andere af. Men vindt hier niet een bepaald gebied behandeld, maar niet minder dan 25 verschillende onderwerpen uit het gebied der physica en chemie, die alle door het inzicht, dat wij in de laatste jaren gekregen hebben, onze bijzondere belangstelling verdienen. Enkele ervan wil ik noemen. In de eerste plaats het periodieke systeem der elementen en de opbouw der verschillende atomen volgens

de laatste opvattingen van Bohr, Aston's onderzoek over de isotopen, Rutherford's laatste experimenten over het stukschieten van den atoomkern door  $\alpha$ -deeltjes, verder de proeven van Millikan en Ehrenhaft en de suprageleiding. De rest van het boek is grootendeels gewijd aan de straling der atomen, het ontstaan van lijnen en bandenspectra, van de Röntgenspectra, en aan de veranderingen, die atomen ondergaan onder den invloed van geabsorbeerde straling of electronenstoot, alsmede de chemische gevolgen daarvan. Speciale aandacht is daarbij aan het werk van Franck geschonken. Het laatste hoofdstuk bevat een kort overzicht over de kosmische theorieën van Megh Nad Saha en Eddington. Ieder hoofdstuk is als een eerste kennismaking te beschouwen. Een uitvoerige literatuur-opgave maakt het den lezer, die de kennismaking wenscht voort te zetten, gemakkelijk de origineele geschriften te vinden. G. H.

A. S. Eddington, **Raum, Zeit und Schwere**. Ein Umriss der allgemeinen Relativitätstheorie. Ins Deutsche übertragen von W. Gordon. Mit 19 Abbildungen. — Druck und Verlag von Friedr. Vieweg und Sohn Akt.-Ges., Braunschweig, 1923. 204 blz. Prijs f 3.25; geb. f 4.—

Dit boek is een Deutsche vertaling van het in 1920 verschenen werk van A. S. Eddington: *Space, Time and Gravitation*. Deze Deutsche uitgaaf vormt Band 70 van de serie „Die Wissenschaft” geredigeerd door Prof. Dr. Eilhard Wiedemann.

Het boek van Eddington geeft een zeer duidelijke niet-mathematische uiteenzetting van de algemeene relativiteitstheorie en richt zich dus tot een meer algemeen lezerskring; in de Engelsche uitgaaf zijn een zestiental mathematische noten aan het eind in een aanhangsel toegevoegd, benevens een kort historisch overzicht; in de Deutsche uitgaaf zijn deze weggelaten.

De schrijver begint met een korte uiteenzetting van de beteekenis der meetkunde in de physica door een relativist, een physicus en een mathematicus een colloquium te doen houden, waarin elk dezer drie zijn meening uiteenzet. Hierdoor wordt de weg vrijgemaakt tot het begrijpen van den geometrisch-physischen opbouw van de algemeene relativiteitstheorie.

Uitgaande van de proef van Michelson en Morley worden wij gevoerd, heen door beschouwingen over relativiteit in het algemeen, de vier-dimensionale meetkunde van de ruimte-tijd-wereld, het equivalentie-beginsel en mogelijke ruimtevormen, tot de gravitatiewet van Einstein als uitdrukking van de geometrische eigenschappen der physische wereld.

Het boek van Eddington is verschenen in het jaar volgend op dat waarin de algemeene relativiteitstheorie haar tweede experimenteele bevestiging ontvangen had door de resultaten van de zoneclips-expedities naar Sobral en Principe t.o.v. de buiging van het licht in het gravitatieveld der zon. Een uitvoerige bespreking van de waarnemingen en hun reductie verhoogt de beteekenis van het werk. De beide andere experimenta crucis: de periheliumbeweging van Mercurius en de verschuiving van de spectraallijnen in het zonlicht worden in een volgend hoofdstuk behandeld.

De relativiteitstheorie wordt verder besproken in verband met enkele grondbegrippen der mechanica; daarna in cosmologisch opzicht. De opvattingen over eindigheid en oneindigheid van ruimte en tijd zoowel van Einstein als van de Sitter komen hier ter sprake.



Een hoofdstuk over electriciteit en gravitatie besluit het physische deel van het boek. Evenwel geeft Eddington hierna in een slothoofdstuk zijn beschouwingen omtrent de physische grondbegrippen vanuit het standpunt van de kennistheorie.

Dit werk lijkt mij een belangrijke aanwinst voor de literatuur over de algemeene relativiteitstheorie. Hoewel door den niet-matematischen opzet grenzen gesteld worden aan het doordringen in deze theorie, zijn er toch genoeg wiskundige aanwijzingen om dit boek van groot nut te doen zijn voor de vele astronomen en physici, die zonder zich geheel vertrouwd te willen maken met de geometrische hulpmiddelen der relativiteitstheorie, toch zich tot op zekere hoogte inzicht wenschen te verschaffen in Einstein's werk. De heldere, veelal geestige wijze van uiteenzetting maakt de lectuur tot een dubbel genot.

R. Swierstra. **Electro-lichttechniek, op eenvoudige wijze behandeld.** (Met een voorwoord van Dr. Ing. N. A. Halbertsma.) — Polytechnische Bibliotheek, No. 44. N.V. Uitgeversmaatschappij v.h. Van Mantgem & De Does, Amsterdam.

Dit werkje beoogt, hen die in de techniek werkzaam zijn, daaronder ook de vele niet-middelbaar geschoolden, in staat te stellen om zonder veel inspanning kennis te nemen van de meest belangrijke lichttechnische vraagstukken. Het behandelt in een kort bestek een omvangrijke stof; het eerste hoofdstuk geeft „Enkele eigenschappen en wetten van het licht” (22 bldz.); het tweede hoofdstuk „Fotometrische begrippen en eenheden” (25 bldz.); het derde hoofdstuk „De invloed van het licht op den mensch en zijn arbeid” (11 bldz.); het vierde hoofdstuk „De electricische lichtbronnen”, waaronder A het gloeilicht, B het booglicht, C het vacuümlicht (te zamen 75 bldz.); het zesde hoofdstuk „Over berekening, voorschriften en voorstellen betreffende verlichting en verlichtingssterkten” (21 bldz.). Verder bevat het een zeer groot aantal goede illustraties, in de tekst 10 tabellen en daarachter nog 14 tabellen, benevens een uitslaande plaat, waarop de Philipslamp en hare bewerking zijn afgebeeld.

De behandeling der stof is zeer elementair gehouden; daarbij laat de duidelijkheid niets te wenschen over; behalve aan den betoogtrant is dit zeker te danken aan de scherpe indeeling van het geheel. Men krijgt den indruk, dat de schrijver met groote toewijding zijn taak heeft volbracht en niet heeft gerust voor alle details, ook de notatie van de afkortingen der eenheden, volledig waren verzorgd. Daarom verwondert men er zich over, dat hij overal schrijft „absorbtie” inplaats van „absorptie”, en dat hij op bldz. 48 alleen het „normale” oog tot accommoderen in staat acht.

Nederlandsche literatuur over onderwerpen als lichthygiene (hoofdstuk III) en de beginselen, waaraan een goede verlichting moet voldoen (hoofdstuk V en VI) is nog schaarsch. Dit boek voorziet dus in een leemte. Moge het de belangstelling vinden, die het verdient en aldus bijdragen tot een algemeene toepassing van goede en doelmatige verlichtingsrichtingen, waaraan nu nog menigmaal zooveel ontbreekt.

M. d. H.

H. Thirring. **L'Idée de la Théorie de la Relativité, traduit de l'allemand,** par. M. — Solovine: Gauthier Villars et Cie. Paris 1923.

In dit boek wordt voor leeken op zeer duidelijke en aangenaam leesbare wijze uiteengezet de experimenteele feiten en de theoretische grondbeginselen, die Einstein

hebben geleid tot het opstellen van het relativiteitsbeginsel. Daar de schrijver geen gebruik maakt van wiskundige formules, kan hij de theorie slechts kwalitatief behandelen. Juist de kwalitatieve kant van de theorie is het echter die zooveel gemoederen in beroering heeft gebracht, hoewel dikwijls door al te letterlijke opvatting van korte uitdrukkingen waardoor de theorie wordt weergegeven.

Het spreekt vanzelf, dat vakmensen uit het werk meer zullen halen, dan zij, voor wie het geschreven is, maar ik geloof, dat ernstige belangstellenden met groot genoegen den auteur zullen volgen en het werk niet onbevredigd uit hun handen zullen leggen. De verwarde begrippen zullen verdwijnen en de relativiteitstheorie tot een natuurkundige theorie worden en men zal duidelijk leeren inzien, dat de vele filosofische vragen die resten evengoed voor de oudere physici moesten bestaan. Met de betekenissen voor „een wereldopvatting” houdt de schrijver zich niet bezig. Ik wil hierbij nog aanhalen de meening van Einstein over het werk, zooals deze bij de voorrede is afgedrukt uit een brief aan den Vertaler: „Le livre, qui adresse au grand public, contient un exposé des mieux réussis de la Théorie de la relativité. Particulièrement instructif est le tableau synoptique ajouté à la fin, qui met en lumière l'indépendance des idées directrices de la Théorie et la façon dont elles sont reliées par elle.” J. T.

---

## TER BESPREKING ONTVANGEN BOEKEN.

- C. L. R. E. Menges*, Nouvelles vues Faraday-Maxwelliennes, 93 blz. — Gauthier Villars et Cie, Paris, 1924.
- C. G. S. Sandberg*, Isostasie und die ursächliche Einheit von Gebirgsbildung und Vulkanismus. 61 blz., 17 fig. en 5 platen. — Gebr. Borntraeger, Berlin 1924. Prijs f 3.—
- M. Lecat*, Bibliographie der Déterminants à plus de deux dimensions, 16 blz., uitgegeven door den schrijver, Leuven, 1924.

---

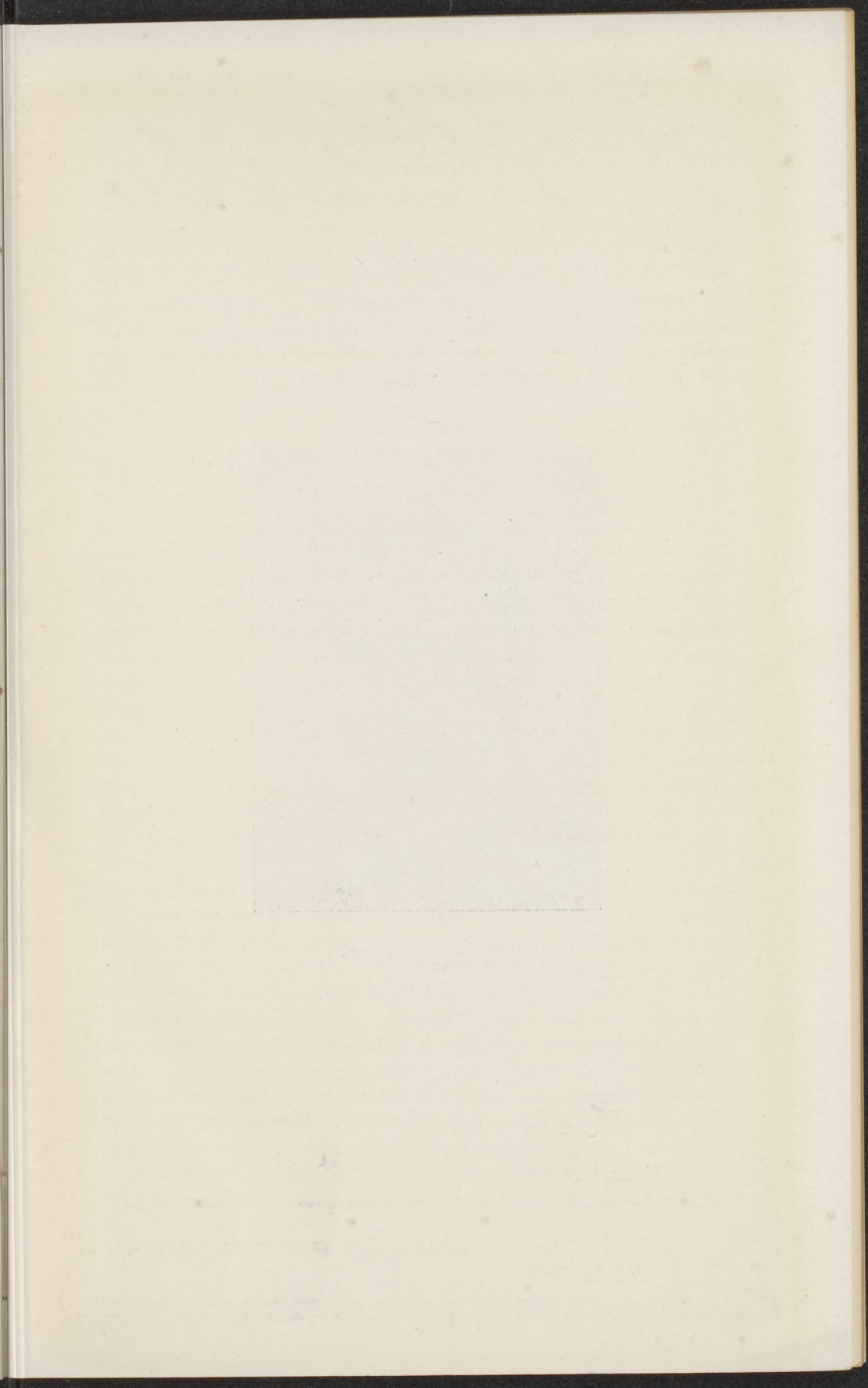
## STRIKVRAGEN.

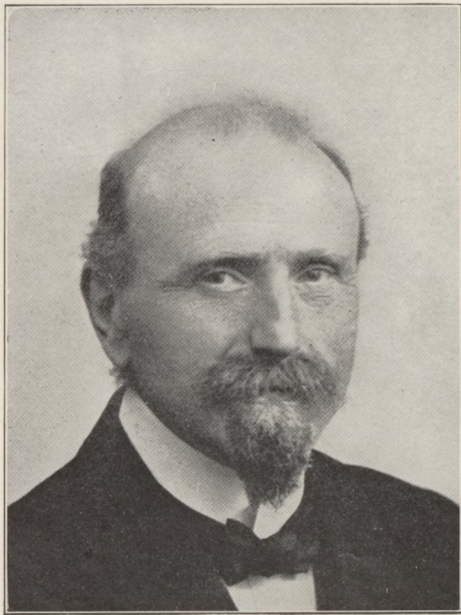
Vraag XIV: Om een seismograaf te ontwerpen voor vertikale bewegingen beproeft men uit te gaan van het denkbeeld, dat indien men een zwaren last laat dragen door een (of meer) drijvers in kwikzilver, en indien ter hoogte van het kwikniveau de verbinding tusschen last en drijvers dunne stelen zijn, men een zware massa heeft, die in zeer langzame schommelingen op en neer kan deinen.

Is er, bij een vertikalen aardschok, een relatieve beweging van massa en kwikspiegel te verwachten?

Antwoorden op strikvragen, en nieuwe strikvragen, worden gaarne tegemoet gezien aan het gewone adres der redactie, die zich het genoegen voorbehoudt, voor den besten beantwoorder of vrager een Physica-abonnement beschikbaar te stellen.

Nadruk der artikelen en reproductie der illustraties voorkomende in dit tijdschrift wordt bij deze overeenkomstig Art. 15 der Auteurswet 1912, uitdrukkelijk verboden.





J. E. VERSCHAFFELT.

# PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

---

4e JAARGANG

MAART 1924

NUMMER 3.

---

J. E. VERSCHAFFELT

1899—1924.

Den 20<sup>en</sup> Maart l.l., op den 25<sup>en</sup> herdenkingsdag van dien, waarop Dr. J. E. Verschaffelt, toen reeds Belgisch doctor, later hoogleeraar aan de Vrije Universiteit te Brussel en thans aan de Staats-Universiteit te Gent, te Leiden in de Wis- en Natuurkunde promoveerde, hebben verscheidene Nederlandsche natuurkundigen aan hun Belgischen vakgenoot hunne hartelijke gelukwensen doen toekomen en hunne hulde gebracht. Zijne belangstelling in de Nederlandsche wetenschap, de betrekking waarin hij tot de Hollandsche Maatschappij van Wetenschappen staat, bij welke hij de vertalingen voor de Archives verzorgt, en vooral het innige verband van zijn eigen onderzoekingen met onze vaderlandsche natuurkunde, waarin hij trouw blijft medeleven, gaven hun alle aanleiding om den vriendelijken, hulpvaardigen en begaafden geleerde van hunne sympathie te verzekeren. De eervolle wijze waarop hij de beoefening der proefondervindelijke natuurkunde door de Vlamingen vertegenwoordigt, vereenigden daarbij met de Belgische ambtgenooten, leerlingen en vrienden, die hem hunnerzijds hulde brachten in den hartelijken wensch, dat hij moge slagen in het verwezenlijken van zijn ideaal: het in zijne geboortestad nieuw in te richten laboratorium te maken tot een centrum van levendige beoefening der experimenteele physica.

Aan de instemming van de Redactie van „Physica” met deze gevoelens dank ik het voorrecht ook hier in gedachten in de verhandelingen van Verschaffelt te mogen bladeren en stil te staan bij enkele uit de veelzijdige reeks zijner onderzoekingen, waarvan de vermelding voldoende is om aanstonds de herinnering aan iets moois en verdienstelijks op te roepen.

In de eerste plaats trekt dan wel de aandacht het vele, dat Verschaffelt tot de kennis van de toestandsvergelijking heeft

bijgedragen. De aanvang van deze onderzoeken gaat terug tot den tijd toen van der Waals zijne theorie der mengsels ontwikkelde en Kuenen de retrograde condensatie ontdekt had. Verschaffelt's metingen over mengsels van waterstof en koolzuur verschaften o.a. de gegevens om het door Kuenen geschetste verloop der retrograde condensatie met groote nauwkeurigheid in beeld te brengen. Bij deze schoone aanvulling van Kuenen's meesterwerk, sluit zich als vanzelf Verschaffelt's onderzoek aan over den invloed van kleine bijmengselen op het gedrag van een enkelvoudige stof in de nabijheid van den kritischen toestand.

Wij herinneren ons hoe de berekeningen, waarmede hij aantoonde dat zelfs zeer kleine onzuiverheden buiten verhouding groote afwijkingen van het gedrag, dat men bij een volkomen zuivere stof zou waarnemen, teweeg kunnen brengen, en evenzo zijne uiteenzetting, dat ook uiterst kleine ongelijkmatigheden in temperatuur tot zulke afwijkingen aanleiding kunnen geven, indertijd hebben bijgedragen tot het verwerpen van onderstellingen, die op grond van de waarneming van dergelijke afwijkingen werden verdedigd en die, zoo zij juist geweest waren, de grondslagen van de theorie van van der Waals zouden hebben aangetast.

Wat de toestandsvergelijking zelve betreft, zoo treden ons naast de eenvoudige empirische vorm, waarin hij de waarnemingen omtrent de kritische isotherm van koolzuur en daarmede gelijkvormige stoffen met verrassende nauwkeurigheid heeft weten samen te dringen en de tot nieuw onderzoek prikkelende beschouwingen, welke hij daaraan heeft vastgeknoopt, de vele berekeningen voor den geest, welke hij ter uitbreiding van de vergelijking van van der Waals heeft uitgevoerd en in het bijzonder het in rekening brengen van den invloed der associatie, een waardige tegenhanger van zijne zich op geheel ander gebied bewegende ontwikkelingen over de polarisatie der electroden.

Met niet minder voorliefde dan voor de vraagstukken der toestandsvergelijking heeft Verschaffelt zich herhaaldelijk met die der capillaire verschijnselen bezig gehouden. Tot toetsing van de door van der Waals hiervoor ontworpen theorie verrichtte hij zijne belangrijke metingen over de capillaire opstijging van vloeibaar gemaakte gassen, die zich tot aan de kritische temperatuur der stof uitstrekten. Bijzonder veel zorg werd door hem besteed aan het nagaan van den vorm van menisci, vloeistof-

druppels en gasbellen, nu eens door fotografie, dan weer grafisch of door benaderde berekeningen, die ons met genoegen doen stil staan bij de gelukkige wijze, waarop hij met geringe hulpmiddelen te Brussel onderzoekingswerk in gang wist te brengen.

In volle kracht treedt de liefde waarmede Verschaffelt, bij het bestudeeren van waarnemingsmethoden, de zich daarbij voordoende mathematische vraagstukken in alle details uitwerkt, aan het licht in zijn onderzoek over het meten van de inwendige wrijving van vloeistoffen, waardoor het hem, bijgestaan door zijn leerling Nicaise, gelukte tot eene voorloopige bepaling van een zoo belangrijk gegeven als de viscositeit van vloeibare waterstof te komen.

De eigen methode van behandeling van het vraagstuk der gedempte rotatieslingeringen van een in een vloeistof opgehangen bol, leidende tot voor numerische berekening meer geschikte formules, dan door anderen gegeven waren, de toepassing van de wet der overeenstemmende toestanden op het bedoelde vraagstuk, het ontwerpen eindelijk van een toestel geschikt voor de metingen betreffende vloeibare waterstof, dit alles is evenals de bepalingen zelve, bijzonder mooi werk.

Men voelt bij de herinnering aan deze proeven, hoeveel de omstandigheden onder welke Verschaffelt, vol vaderlandsliefde, zijne schoone taak te Gent aanvaardde, nog te wenschen overlaten en hoeveel daar nog tot stand gebracht moet worden, alvorens er werk als het even genoemde zal kunnen worden verricht, waarbij wij natuurlijk afzien van het gebruik maken van zoo bijzondere hulpmiddelen als over welke bij de bedoelde onderzoekingen voor het verkrijgen der laagste temperaturen moest worden beschikt, doch denken aan de eigenlijke bepalingen, overgebracht bijv. op Verschaffelt's speciaal gebied, dat van den kritischen toestand. Het is dan ook de hartelijke wensch van al zijne vakgenooten, dat de Belgische Regeering snel en krachtig moge handelen om Verschaffelt ten dienste te stellen wat hij noodig heeft om krachtig de ontwikkeling der experimenteele physica in zijn vaderland te bevorderen. Wetenschappelijk onderzoek is zijn lust en zijn leven.

H. KAMERLINGH ONNES.

## LIJNENGROEPEN IN HET IJZERSPECTRUM

door S. GOUDSMIT.

In een overzicht in dit nummer is een uiteenzetting gegeven van de regels, welke den bouw der spectra en het anomale Zeeman-effect beheerschen. Ook werd vermeld, dat deze regels vooral van belang zijn voor de ontwarring van gecompliceerde lijnenrijke spectra, waarin men tot nu toe nog geen series kon ontdekken. Het volgende is een toepassing hiervan en wel voor het zeer lijnenrijke ijzerspectrum. <sup>1)</sup>

Het is F. M. Walters <sup>2)</sup> gelukt in dit spectrum lijnengroepen te vinden, welke de structuur vertoonen, die men krijgt bij de overgangen van een meervoudige begin- op een meervoudige eindbaan. Zoo'n lijnengroep heet een multiplet. De trillingsgetallen van zoo'n multiplet kan men in het volgende schema schrijven:

	$X_1$ 415,9	$X_2$ 288,1	$X_3$ 184,1	$X_4$ 89,9	$X_5$
	$J$ (10) $4\frac{1}{2}$	(9) $3\frac{1}{2}$	(8) $2\frac{1}{2}$	(7) $1\frac{1}{2}$	(6) $\frac{1}{2}$
$Y_1$ (10) $4\frac{1}{2}$	25900,00	25484,03			
240,2					
$Y_2$ (9) $3\frac{1}{2}$	26140,19	25724,24	25436,14		
199,5					
$Y_3$ (8) $2\frac{1}{2}$		25923,77	25635,67	25451,45	
139,7					
$Y_4$ (7) $1\frac{1}{2}$			25775,35	25591,23	25501,35
71,1					
$Y_5$ (6) $\frac{1}{2}$				25662,35	

Men begint nu met de onbekende  $X$ -banen willekeurige opvolgende quantumgetallen  $J$  toe te kennen, volgens de intervalregel van Landé klimmende in de richting der stijgende verschillen, b.v.:

$$X_1 J = 10, X_2 J = 9, X_3 J = 8, \text{ enz.}$$

Door den beperkingsregel voor  $J$  zijn deze getallen voor de  $Y$ -banen nu niet meer willekeurig te kiezen, maar worden voor

<sup>1)</sup> Een uitvoerige mededeeling zal men kunnen vinden in het zittingsverslag der Kon. Ak. van Wetensch. te Amsterdam, van 23 Februari 1924.

<sup>2)</sup> F. M. Walters, Jr., Journ. Wash. Ac. Sc. Vol. 13, p. 243, 1923.



$Y_1, Y_2$ , enz. respectievelijk 10, 9, enz. Inderdaad zijn bij deze keuze de waargenomen combinaties juist de volgens de beperkingsregel voor  $J$  geoorloofde. Vreemd is echter het ontbreken van de combinatie  $X_5 Y_5$ . Bij de beperkingsregel voor  $J$  behoorde echter ook de toevoeging, dat de combinatie  $J = \frac{1}{2} \rightarrow J = \frac{1}{2}$  verboden is. Klaarblijkelijk hebben we hier met dit geval te doen. Dit geeft ons nu de juiste waarden van  $J$  en wel

voor  $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5$   
 respectievelijk  $4\frac{1}{2}, 3\frac{1}{2}, 2\frac{1}{2}, 1\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$ .

Dezelfde waarden vindt men voor de  $Y$ -banen.

De grenzen van  $J$  voor een meervoudige baan zijn gegeven door

$$|R - K| + \frac{1}{2} \leq J \leq |R + K| - \frac{1}{2}. \quad (1)$$

In ons geval levert deze formule

$$|R - K| + \frac{1}{2} = \frac{1}{2},$$

$$|R + K| - \frac{1}{2} = 4\frac{1}{2},$$

dus  $R = 2\frac{1}{2}$  en  $K = 2\frac{1}{2}$ , zoowel voor de  $X$ - als voor de  $Y$ -banen. Dit beteekent, dat we te doen hebben met een *quintetsysteem* ( $R = \frac{5}{2}$ ) en wel met overgangen van een vijfvoudige  $D$ -baan ( $K = 2\frac{1}{2}$ ) op een andere vijfvoudige  $D$ -baan<sup>1)</sup>.

Nemen we nu een ander, door F. M. Walters gevonden multiplet.

	$Z_1$	$Z_2$	$Z_3$	$Z_4$	$Z_5$
$J$	$5\frac{1}{2}$ 448,5	$4\frac{1}{2}$ 351,3	$3\frac{1}{2}$ 257,8	$2\frac{1}{2}$ 168,9	$1\frac{1}{2}$
$Y_1$	$4\frac{1}{2}$ 18971,72	18523,21	18171,92		
	<b>240,2</b>				
$Y_2$	$3\frac{1}{2}$	18763,41	18412,11	18154,40	
	<b>199,5</b>				
$Y_3$	$2\frac{1}{2}$		18611,62	18353,90	18184,98
	<b>139,7</b>				
$Y_4$	$1\frac{1}{2}$			18493,59	18324,66
	<b>71,1</b>				
$Y_5$	$\frac{1}{2}$				18395,76

1) Eigenlijk is dit een verboden overgang, want  $K$  blijft constant. In zoo'n geval heeft men gewoonlijk niet te maken met den overgang van één enkel electron van een baan op een andere, maar met een meer ingewikkelde configuratieverandering der electronen. Men spreekt dan algemeener van den overgang van het atoom van één energietoestand in een andere.

Aan de trillingsverschillen zien we, dat hier weer dezelfde  $Y$ -termen of -banen optreden, als in het vorige multiplet. Hiervan weten wij de getallen  $J$  al en wij vinden ze dus ook gemakkelijk voor de  $Z$ -termen, weer met behulp van den beperkingsregel voor  $J$ . Men krijgt dan de in het schema aangegeven waarden. Gebruiken wij weer formule (1), dan vinden wij voor de  $Z$ -banen:

$$\begin{aligned} |R + K| - \frac{1}{2} &= 5\frac{1}{2} \\ |R - K| + \frac{1}{2} &= 1\frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Men moet nu kiezen tusschen

$$R = \frac{7}{2}, K = \frac{5}{2} \quad \text{en} \quad R = \frac{5}{2}, K = \frac{7}{2}.$$

Het is voldoende, als men van één enkele lijn het Zeeman-effect op de in het overzicht aangegeven wijze voor beide keuzen berekent en dit met de waarnemingen vergelijkt.

Zoo vindt men b.v. voor de lijnen  $Z_5 Y_4$  en  $Z_5 Y_5$ :

	Zeeman-effect berekend	Waargenomen
	$R = \frac{7}{2}, K = \frac{5}{2}$	$R = \frac{5}{2}, K = \frac{7}{2}$
$Z_5 Y_4$	$\frac{(3) \ 3 \ 6}{2}$	$\frac{(3) \ 0 \ 3}{2} \quad \frac{(3) \ 0 \ 3}{2}$
$Z_5 Y_5$	(0) 3	0            0

Hieruit blijkt met volkomen zekerheid, dat voor de  $Z$ -banen  $R = \frac{5}{2}$  en  $K = \frac{7}{2}$  is.

We hebben dus te doen met een vijfvoudige  $F$ -baan uit het quintetsysteem.

Ten slotte nog een voorbeeld:

	$Z_1$	$Z_2$	$Z_3$	$Z_4$	$Z_5$
	$5\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$
$U_1$	$5\frac{1}{2}$	28450,93	28002,43		
	388,4				
$U_2$	$4\frac{1}{2}$	28839,29	28390,79	28039,50	
	311,8				
$U_3$	$3\frac{1}{2}$	28702,58	28351,32	28093,53	

Hierin komen, zooals uit de verschillen blijkt, weer de reeds bekende  $Z$ -banen voor. Men vindt op de bovenbeschreven wijze voor de  $U$ -termen

$$R = \frac{3}{2}, K = 4\frac{1}{2} \quad \text{of} \quad R = 4\frac{1}{2}, K = \frac{3}{2}.$$

Uit het Zeeman-effect van een ander multiplet, waarin ook deze  $U$ -banen voorkomen, blijkt, dat de eerste keus de juiste is. Dit toont dus aan, dat het ijzerspectrum ook een *tripletsysteem* bevat ( $R = \frac{3}{2}$ ).

Het is nu niet moeilijk voor alle door F. M. Walters gevonden multiplets de quantumgetallen  $R$ ,  $K$  en  $J$  te bepalen. Zelfs is het gelukt eenige nieuwe multiplets er bij te vinden, welker lijnen, in het reeds bekende ijzerspectrum aanwezig, nog niet door Walters als bij elkaar behorende multiplet-componenten waren herkend. In alle gevallen geven de waargenomen Zeeman-effecten een bevestiging voor de juistheid der gevonden quantumgetallen.

Is het Zeeman-effect van een enkele lijn volkomen bekend, dan is het bijna altijd mogelijk de quantumgetallen  $R$ ,  $K$  en  $J$  voor begin- en eindtoestand vast te leggen.

Zoo vindt men b.v. in het spectrum van *Titanium* de lijnen:

$$\lambda 4289,237, \text{ Zeeman-effect } \frac{(1\ 2)\ 1\ 2\ 3\ 4}{2}$$

waaruit volgt, dat deze lijn een combinatie is van twee banen met de quantumgetallen

$$R = \frac{5}{2}, K = \frac{5}{2}, J = \frac{5}{2}, \text{ en } R = \frac{5}{2}, K = \frac{7}{2}, J = \frac{5}{2},$$

dus een  $D$ - en een  $F$ -baan uit een *quintetsysteem*.

$$\lambda 5025,027, \text{ Zeeman-effect } \frac{(2\ 4)\ 1\ 3\ 5}{3}.$$

Quantumgetallen

$$R = \frac{4}{2}, K = \frac{7}{2}, J = 2, \text{ en } R = \frac{4}{2}, K = \frac{9}{2}, J = 2.$$

Deze lijn behoort tot een *quartetstelsel* en moet daarom in het vonkspectrum van *Titanium* optreden, wat inderdaad het geval is.

Uit het bovenstaande ziet men, dat het dank zij het werk van Landé, nog slechts een kwestie van tijd is, eer alle spectra ontward zijn en men hieruit de conclusies voor den bouw der atomen zal kunnen trekken.

## OVER HET VERSTUIVEN DER ELECTRODEN IN ONTLADINGSBUIZEN

door G. HOLST.

Bij vele ontladingsverschijnselen treedt een verstuiven der electroden op, dat zich door de vorming van een vaak donker gekleurd metaalneerslag op den glazen wand der ontladingsbuis kenbaar maakt. In het bijzonder is de verstuiwing der *kathode* onderzocht geworden. Men schrijft deze gewoonlijk toe aan den stroom der op de kathode toeschietende positieve ionen, die bij hun botsing tegen de kathode metaaldeeltjes uit deze los slaan, en men heeft voor verschillende metalen onderzocht op welke wijze de verstoven hoeveelheid metaal van den aard van het gas, den gasdruk, de stroomsterkte en het potentiaalverval aan de kathode afhangt. Bij vele van deze metingen was de vorm der ontlading echter zoo gecompliceerd, dat het niet mogelijk is, uit de gemeten grootheden op te maken, hoe groot het aantal en de snelheid der positieve ionen was, die tegen de kathode botsten.

Bij de onlangs gepubliceerde metingen over de verstuiwing van wolfram uit het Laboratorium der General Electric Company Ltd. te Londen <sup>1)</sup> is dat tot zekere hoogte wel het geval. Wel is waar heeft men ook hier niet direct de verstoven hoeveelheid metaal als functie van de snelheid der positieve ionen bepaald, doch het aantal metaalatomen dat per positief ion wordt los gemaakt als functie van de spanning op de buis en dat onder omstandigheden, waarin de snelheid der positieve ionen evenredig is met den wortel uit de spanning. Hierdoor is men in staat de verstuiwing in verschillende gassen onderling te vergelijken, zonder dat onzekerheden optreden door de ongelijke snelheden der ionen.

Wij zullen aan deze metingen enkele beschouwingen vastknoopen. Zoolang de snelheid der positieve ionen zeer klein is, zal er in het geheel geen verstuiwing optreden. Immers om een atoom uit het metaaloppervlak vrij te maken is een hoeveelheid energie  $\varepsilon = \lambda/N$  noodig, waar  $\lambda$  de verdampingswarmte van een gram-molecuul beteekent en  $N$  het getal van Avogadro. Zoolang de energie der atomen tengevolge van de warmtebeweging klein is ten opzichte van  $\varepsilon$ , zal slechts dan een atoom (massa  $m$ ) het metaaloppervlak verlaten, wanneer het bij den stoot van een

<sup>1)</sup> Phil. Mag. 45, 98, 1923.

positief ion een snelheid loodrecht op het metaaloppervlak krijgt, zoodanig, dat  $\frac{1}{2} m v^2 > \varepsilon$  is.

Nemen we nu aan, dat het toeschietend ion een massa  $m_1$  heeft en een snelheid  $v_1$  terwijl het metaalatom met de massa  $m$  zich in rust bevindt, dan zal dit in het gunstigste geval na de botsing een snelheid  $v$  bezitten gelijk aan

$$v = \frac{2 m_1}{m_1 + m} v_1 \quad (1)$$

en daar  $\frac{1}{2} m v^2 > \varepsilon$ , moet ook a fortiori  $\frac{1}{2} m \frac{4 m_1^2}{(m_1 + m)^2} v_1^2 > \varepsilon$  zijn.

Nu is echter  $\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = e V$ , waarin  $e$  de lading van het ion voorstelt en  $V$  de doorloopen potentiaal. Er zal dus slechts dan de mogelijkheid bestaan, dat een atoom wordt los gemaakt, wanneer

$$V > \frac{\varepsilon}{4 e} \frac{(m_1 + m)^2}{m m_1} \quad (1)$$

In het volgende tabelletje vindt men voor enkele metalen de waarde van  $\lambda^2$ ) en de uit formule (1) berekende waarde van  $V$  voor argon en neon opgegeven.

			Argon	Neon
	$\lambda$	$m$	$V$	$V$
Wolfram	220 000	184	16	27
Molybdeen	180 000	96	9,5	14
Platina	130 000	195	10	17
Thorium v. Wolfr.	200 000	232	17,5	30
Cadmium	26 000	112	1,5	2,2
Koper	71 000	63	3,3	4,2

Uit formule (1) volgt dat, om dezelfde energie aan een metaal atoom mee te deelen, verschillende gasionen spanningen moeten doorloopen, die zich verhouden als  $\frac{(m_1 + m)^2}{m_1}$ .

Bestaat nu, zooals bij de bovengenoemde proeven der G.E.C. Ltd., de kathode uit wolfram, waarvoor  $m = 184$ , dan kan men voor verschillende gassen de spanningen berekenen waarbij de

1) Vergl. J. Stark, Zeitschr. für Elektrochemie, 15, 509, 1909.

2) Tables Annuelles 4 (2), 830, 1922.

verstuiving dezelfde zal zijn. Noemt men de spanning, waarbij in argon een bepaalde hoeveelheid metaal verstuift 1, dan geeft de 4e kolom van het volgende tabelletje aan de spanning waarbij in de andere gasen dezelfde hoeveelheid verstuift, terwijl kolom 5 de experimenteele waarde geeft. <sup>1)</sup>

Gas	$m_1$	$\frac{(m_1 + m)^2}{100 m_1}$	Berekend	Experiment
H	1	342	27	—
He	4	88,5	7,0	—
N	14	28,0	2,2	2,6
Ne	20	20,8	1,6 <sup>5</sup>	1,6
Ar	40	12,6	1	1

De overeenstemming voor Ar, Ne en N is dus behoorlijk. Voor H en He leent de figuur zich niet om een nauwkeurige vergelijking te maken. Alleen ziet het er naar uit, of de verstuiving in helium half zoo groot is als de berekende. De reden hiervoor kan uit de proeven van Kingdon en Langmuir <sup>2)</sup> worden afgeleid. Het helium ion blijkt den gloeidraad te kunnen binnendringen; het kan er later door verwarming weer uit worden vrijgemaakt. Onder die omstandigheden zal het dus zeker zijn energie niet alleen aan wolframatomen, die aan het oppervlak liggen, overdragen, doch ook aan dieper gelegene. Hierdoor wordt de kans, dat een wolframatoom voldoende energie krijgt om te kunnen ontsnappen, natuurlijk verkleind.

Behalve in de bovengenoemde gasen, heeft men bij de G.E.C. nog de verstuiving in kwikdamp en kaliumdamp bepaald. Deze vallen geheel buiten de reeks; de verstuiving is hier veel geringer dan volgens formule (1) zou zijn te verwachten. De reden hiervoor laat zich gemakkelijk gissen. De kwik- en kalium ionen zullen bij de botsing tegen den draad er op condenseeren. De draad bedekt zich met een uiterst dun laagje van kwik of kalium, dat er eerst bij relatief hoge temperatuur weer af verdampt. De nieuw aankomende ionen dragen hun energie aan de atomen van dit laagje over, zoodat er kwik of kalium verstuift, zonder dat de wolframdraad aan gewicht verliest. Men moet dus een veel geringer verstuiving verwachten dan bij de niet condenseerende gasen.

<sup>1)</sup> Deze waarden zijn ontleend aan fig. 3 in het artikel der G. E. C. voor  $S = 0.3$ .

<sup>2)</sup> K. H. Kingdon en I. Langmuir. Phys. Rev. 22, 148, 1923.

In het reeds aangehaalde artikel van Kingdon en Langmuir bespreken deze het verdwijnen van een éénatoom dik laagje thorium van een wolframdraad onder invloed van het bombardement door positieve gasionen. Zij nemen daarbij aan, dat een Th atoom slechts dan wordt vrijgemaakt, wanneer door een eerste gasion een kuiltje in het draadoppervlak is geslagen, en daarna een tweede ion, dat op den bodem van dit kuiltje teruggeslingerd wordt, bij het terugspringen een atoom aan den rand van het kuiltje los slaat. Op deze wijze rekenende komen zij tot een drempelwaarde voor de verstuiving die veel hoger ligt dan die, welke uit onze rekening volgt. Zoo vinden zij voor Th in neon een drempelwaarde van 40 Volt, terwijl formule (1) 30 Volt zou geven.

Op dezelfde wijze berekend zouden Kingdon en Langmuir voor een wolframkathode in argon of neon 39 resp. 42 Volt vinden. Deze waarden zijn echter zeker te hoog. Men kan n.l. in bepaalde ontladingsbuizen zooals booglampjes of gelijkrichters met wolframkathode reeds sterke verstuiving waarnemen, niettegenstaande de spanning op de buis niet hoger is dan 25 of 30 Volt. Neemt men b.v. een dergelijke buis met argonvulling, waarin een gloeiende wolframdraad als kathode dienst doet, dan kan men, bij een bepaalde stroomsterkte door het gas, een abnormaal sterke verstuiving der kathode waarnemen, wanneer men den stroom door den gloeidraad te klein maakt en daarmee de temperatuur van de kathode te laag. Stijgt daarbij de spanning tusschen anode en kathode, die bij normalen gloeistroom kleiner dan  $\pm 15$  Volt is, tot 25 Volt of hoger, dan wordt de ballon in korten tijd zwart door verstoven wolfram, terwijl de levensduur der gloeikathode tot een klein breukdeel terugvalt.<sup>1)</sup> Deze sterke verstuiving zou volgens de theorie van Kingdon en Langmuir niet te verwachten zijn, terwijl de eenvoudiger opvatting, dat verstuiving kan optreden zoodra het ion een potentiaalverschil doorloopt, voldoende om aan een atoom van de kathode een snelheid te geven, zoodanig  $\frac{1}{2}mv^2 > \lambda/N$  is, hier het waargenomene kan verklaren.<sup>2)</sup>

1) Hier treedt het merkwaardige verschijnsel op dat zoowel bij te groote als te kleine gloeistroom de levensduur van den draad maar kort is; bij te groote stroom door verdampen, bij te kleine door verstuiven.

2) Deze buitengewoon sterke verstuiving bij relatief lage spanning, hebben wij vroeger gemeend te kunnen verklaren, door de attractie die door de kathode op het + ion wordt uitgeoefend (beeldkracht), waardoor dit met snelheid botst. Deze opvatting houden wij nu voor onjuist. Het + ion zal onder die omstandigheden bijna steeds een electron uit de kathode halen, voor het zelf een belangrijken weg in de richting van de kracht heeft afgelegd; zie Physica 1. 78. 1921.

De door Kingdon en Langmuir waargenomen verstuiving van thorium, zal dan ook ongetwijfeld reeds bij lager spanningen kunnen optreden. Het aantal verstoven deeltjes per opvallend ion is natuurlijk bij lage spanningen zeer klein om eerst later nagenoeg evenredig met de spanning toe te nemen, zoodat het mogelijk is, dat bij de experimenten van Kingdon en Langmuir dit aantal eerst bij een snelheid van ongeveer 40 Volt een waarde verkrijgt, die meetbaar wordt. De drempelwaarde ligt echter zeker lager.

Keeren wij nu tot de proeven der G. E. C. terug. In het overzicht worden de volgende drie conclusies gegeven :

1. De verstuivingsnelheid hangt niet van de temperatuur der kathode af.
2. Zij neemt regelmatig toe met de energie der positieve ionen en is bemerkbaar zoodra de energie een weinig grooter is dan die, welke noodig is om het gas te ioniseeren. Er bestaat geen onregelmatigheid in de nabijheid van den normalen kathodeval.
3. Ze hangt van de natuur van het gas af. De gassen, die onderzocht werden kunnen op de volgende wijze volgens toenemende verstuivingsnelheid gerangschikt worden: waterstof, helium, stikstof, neon, kwik, argon.

Vergelijkt men de uitspraken 1 en 2 met wat men overigens in de literatuur aantreft, dan stuit men schijnbaar op tegenspraak. Het is daarom de moeite waard na te gaan, waardoor deze tegenstrijdigheid in het leven wordt geroepen.

Nemen we punt 1. Inderdaad hangt de verstuiving van de kathode niet van de temperatuur af, wanneer een bepaald aantal positieve ionen met een bepaalde snelheid tegen de kathode botst. Bij vele ontladingsvormen wordt echter zoowel de snelheid als het aantal positieve ionen door de temperatuur der kathode bepaald, zoodat wel degelijk een groote afhankelijkheid van de verstuiving van de temperatuur wordt waargenomen. B.v. treedt zooals reeds werd aangegeven, in een buis met een gloeiende wolframkathode in argon bij een bepaalde stroomsterkte bij lage temperatuur der kathode een sterke verstuiving op. Bij voldoende hooge temperatuur der kathode, d. w. z. wanneer de stroom door het gas de verzadigingsstroom van de thermische electronenemissie der kathode niet belangrijk overtreft, bestaat de rol der positieve ionen slechts daarin, dat ze de ruimtelading der electronen compenseeren, waardoor deze zich naar de anode kunnen bewegen.



Het aantal positieve ionen, dat hiervoor noodig is, is betrekkelijk gering. Is echter de temperatuur der kathode zóó laag, dat de thermische electronenemissie der kathode slechts een klein gedeelte van den totalen stroom levert, dan worden de meerdere electronen door op de kathode toeschietende positieve ionen, uit de kathode vrijgemaakt. Het aantal positieve ionen is dan veel grooter; de verhouding tusschen het aantal positieve ionen en electronen in de onmiddellijke nabijheid van de kathode wijzigt zich zoodanig, dat er een positieve ruimtelading om den gloeidraad ontstaat, met het gevolg, dat het electriche veld zich aan de kathode concentreert. Hierdoor zullen de positieve ionen met snelheid tegen de gloeikathode botsen; bij voldoende snelheid zal verstuiwing optreden. De temperatuur bepaalt hier dus indirect wel degelijk de verstoven hoeveelheid metaal.

Hetzelfde geldt voor punt 2. Ook hier is de door anderen waargenomen toename van de verstuiwing bij het overschrijden van den normalen kathodeval bij een glimontlading nauw verbonden met het optreden van een positieve ruimtelading voor de kathode. Deze heeft weer een concentratie van het veld en daarmee een bombardement van de kathode tengevolge. Alle factoren die het optreden van een positieve ruimtelading voor de kathode veroorzaken, zullen dan ook de verstuiwing doen toenemen, terwijl elke maatregel, waardoor deze ruimtelading kan worden verkleind, een vermindering van de verstuiwing tengevolge zal hebben.

In de boven besproken gevallen, kan men dan ook de verstuiwing voorkomen, in het eerste geval door verhooging van de temperatuur der kathode, waarbij door de uit de kathode tredende electronen de positieve ruimtelading wordt gecompenseerd, in het tweede geval door het verkleinen van de stroomdichtheid in de ruimte tusschen anode en kathode, waardoor de kathodeval tot de normale waarde terugkeert.

Ten slotte wil ik nog iets zeggen over die gevallen van verstuiwing, waarbij veel hogere spanningen in het spel zijn, zooals bijv. in Röntgenbuizen. De snelheid waarmee een positief ion op de kathode treft, zal in dit geval steeds grooter zijn dan die welke correspondeert met de drempelwaarde der verstuiwing. Ook hier treden groote verschillen in verstuiwingssnelheid op. Onderzocht is o.a. de verstuiwing van aluminium in verschillende gassen. Heeft men een vulling van stikstof, zuurstof, waterstof of

dergelijke gassen, dan is de verstuiwing relatief gering. <sup>1)</sup> Vergelijkt men deze met die in argon, dan blijkt dat de verstuiwing in dit laatste gas vele malen zoo groot is, als in elk der eerstgenoemde gassen.

Het ziet er naar uit, alsof men hier te doen heeft met een analoog geval als reeds bij helium werd besproken. Gassen met een klein atoom <sup>2)</sup> resp. ion (zie tabel) kunnen in het metaal binnendringen en zullen daarbij hun energie aan een groot aantal atomen van de kathode overdragen.

Element	Atoomdiameter $\cdot 10^8$
<i>N</i>	1,3
<i>O</i>	1,3
<i>H</i>	0
<i>Ne</i>	1,3 (2,32) <sup>3)</sup>
<i>Ar</i>	2,0 <sup>5</sup> (3,62)

Heeft men echter met argon te doen, waarvan de atoomdiameter ongeveer vergelijkbaar is met de tralieconstante van het kathodemateriaal, dan is het duidelijk, dat een dergelijk atoom niet in de tralie kan binnendringen. Het moet dus zijn geheele energie aan de aan het oppervlak liggende atomen overdragen, hetgeen een buitengewoon sterke verstuiwing doet verwachten. Is deze opvatting juist dan volgt daaruit tevens, dat die metalen het minst zullen verstuiwen, die aan opvallende ionen de beste gelegenheid geven om diep in het oppervlak in te dringen. Dat zullen echter tevens die metalen zijn, welke het gemakkelijkst bij temperatuurverhooging hun gasinhoud in vacuum afgeven. Hiertoe behoort in de eerste plaats aluminium, dat volgens de ervaring in ontladingsbuizen voor hoge spanningen inderdaad relatief weinig verstuiwt.

De kathodeverstuiwing is, zooals mede uit het bovenstaande blijkt een zeer gecompliceerd verschijnsel. Men is er nog lang niet in geslaagd het in alle details te overzien. Metingen als die der G. E. C. Ltd., waarbij de verstuiwing onafhankelijk van de ontladingsvorm gemeten is, zijn echter geschikt eenig licht op het verschijnsel te werpen.

<sup>1)</sup> Bij kleine snelheid der ionen is de verstuiwing van aluminium volstrekt niet bijzonder laag.

<sup>2)</sup> W. L. Bragg, Phil. Mag. 40. 169. 1920.

<sup>3)</sup> S. Holst Weber, Comm. Leiden, Suppl. 42. 37.

**Summary.**

The experiments on cathode disintegration of the G. E. C. Ltd., published in Phil. Mag. 1923, are discussed. A formula is given for the ratio of disintegration in different gases, which is in fair accordance with the experiment for several gases. The exceptions are explained by the condensation of the gas or vapour on the filament or in the case of helium by the small volume of the ion.

Reasons are given that the threshold value of disintegration given by Kingdon and Langmuir is too high. The influence of the form of discharge on the disintegration is discussed in some cases.

Eindhoven.

NATUURKUNDIG LABORATORIUM DER  
N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN.

**SAMENVATTENDE OVERZICHTEN.**

**HET ANOMALE ZEEMAN-EFFECT EN DE BOUW DER SPECTRA <sup>1)</sup>**

door S. GOUDSMIT.

**Het invoeren van quantumgetallen.**

Een van de vele vruchtbare resultaten, welke de theorie van Bohr opgeleverd heeft, is de *beperkingsregel*.

Bij het waterstofatoom wordt de baan van het electron bepaald door twee quantumgetallen, het azimuthale quantumgetal  $k$ , dat het impulsmoment van het electron vastlegt en het radiale  $q$ , dat de radiale beweging beheerscht.

Inplaats van  $q$  gebruikt men veel het hoofdquantumgetal,

$$n = k + q$$

en een electronenbaan wordt dan aangeduid door het symbool  $n_k$ .

Gaat het electron van een baan met de energie  $E_1$  over op een baan met de energie  $E_2$  dan wordt volgens Bohr een spectraallijn uitgezonden van de frequentie

$$\nu = \frac{E_1}{h} - \frac{E_2}{h} \quad (1)$$

$h$  is de constante van Planck. In aansluiting aan de empirische formules voor spectraallijnen noemt men de getallen  $-E/h$  *spectraaltermen*. <sup>2)</sup>

De beperkingsregel luidt, nu dat slechts overgangen tusschen die

1) Men vergelijke ook: T. van Lohuizen. Het anomale Zeemaneffect. Physica 1, p. 288, 1921; H. A. Kramers, Bouw der atomen (II), Physica 2, p. 381, 1922.

2)  $E$  is negatief, vandaar het  $-$  teeken.

banen kunnen voorkomen, waarvan de getallen  $k$  één verschillen.

Wij schrijven dit

$$k \rightarrow \begin{matrix} k + 1, \\ k - 1. \end{matrix}$$

Behalve bij waterstof en geïoniseerd helium is het nog niet gelukt de elektronenbanen en hun energieën theoretisch te berekenen. Bij vele elementen volgen de trillingsgetallen der spectraallijnen empirische formules. In deze formules komt elke spectraallijn als het verschil van twee termen te voorschijn. Men heeft alle reden deze gelijk te stellen met de boven genoemde spectraaltermen van Bohr, zoodat men dus daarin een middel heeft, om uit die empirische formules de energiewaarden van de elektronenbanen te berekenen.

Men vindt in elk spectrum eenige *termreeksen*, welke de namen *s*-, *p*-, *d*-, *f*-reeks dragen. De bijbehorende energieën en banen noemt men tegenwoordig *s*-, *p*-, *d*-, *f*-energieën en -banen. Uit het spectrum blijkt, dat niet alle overgangen tusschen deze elektronenbanen voorkomen. Sommerfeld zag het eerst daarin de werking van den beperkingsregel. Geeft men n.l. alle *s*-banen het azimuthale quantumgetal  $k = 1$ , de *p*-banen  $k = 2$ , de *d*-banen  $k = 3$ , de *f*-banen  $k = 4$ , dan laat de beperkingsregel juist de waargenomen overgangen toe.<sup>1)</sup>

Inderdaad behooren b.v. de overgangen van een *p*-baan op een andere *p*-baan of van een *d*-baan op een *s*-baan, welke volgens de beperkingsregel verboden zijn, tot de uitzonderingen. De zgn. hoofdserie van een spectrum krijgt men, als het electron van de opvolgende banen der *p*-reeks op de eerste baan van de *s*-reeks springt. Verder volgt uit de vorm van de empirische formules, dat men aan de opvolgende banen van één zoo'n reeks ook opvolgende hoofdquantumgetallen  $n$  toevoegen moet.

In werkelijkheid zijn de spectra echter iets ingewikkelder. Men weet b.v., dat de gele natriumlijn en de andere lijnen, welke tot de hoofdserie behooren, alle dubbel zijn. Dit komt, doordat bij de alkaliën de *p*-banen voorkomen in twee variëteiten met een klein energieverschil. Ook de banen van de *d*- en *f*-reeks zijn dubbel. De *s*-banen zijn echter enkelvoudig. Een dergelijk stelsel van banen noemt men een *doubletsysteem*.<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> Er bestaan ook nog reeksen met  $k = 5, 6, \dots$ ; zij dragen nog geen vaste namen. Banen met hogere  $k$  zijn minder vaak waargenomen.

<sup>2)</sup> Men bedenke wel, dat in dit overzicht onder banen steeds verstaan wordt: banen, waarop het lichtgevend electron zich gedurende korten tijd bewegen kan. De verschillende spectraallijnen komen tot stand, doordat in de verschillende atomen verschillende overgangen plaats vinden.

Bij de aardalkaliën is het nog iets gecompliceerder. Het spectrum vertoont twee systemen, een *enkelvoudig systeem*, waarin de *S*-, *P*-, *D*-, *F*-banen *alle* enkelvoudig zijn (hoofdletters) en een *triplet-systeem*, waarin de reeks van *s*-banen alle enkelvoudig, de andere drievoudig zijn (kleine letters).

Er komen in zoo'n spectrum ook lijnen voor, welke ontstaan door den overgang van een baan uit het eene systeem op een uit het andere.

Beschouwen wij nu de, volgens den *k*-regel geoorloofde, overgangen van een drievoudige *d*- op een drievoudige *p*-baan. Men zou hier negen overgangen verwachten, maar vindt altijd slechts zes spectraallijnen. Ook hier werkt een beperkingsregel. Sommerfeld gaf nu alle electronenbanen nog een derde quantumgetal *j*, met den beperkingsregel:

$$j \rightarrow \begin{matrix} j+1, \\ j, \\ j-1. \end{matrix}$$

Het getal *j* mag dus, in tegenstelling met *k*, bij den overgang ook constant blijven. Geeft men nu aan een triplet van *p*-banen, achtereenvolgens  $j=2, 1, 0$  en aan de *d*-banen  $j=3, 2, 1$ , dan krijgt men met dien regel juist de waargenomen zes overgangen.

Ten slotte geeft men alle banen nog een vierde quantumgetal *r*. In een enkelvoudig systeem geeft men alle banen  $r=\frac{1}{2}$ , in een doubletsysteem  $r=1$ , in een tripletsysteem  $r=\frac{3}{2}$ , enz. De beperkingsregel voor *r* luidt:

$$r \rightarrow \begin{matrix} r+1, \\ r, \\ r-1. \end{matrix}$$

In een spectrum met meerdere systemen komen alleen even of oneven systemen voor, en daarmede of slechts gebroken, of slechts geheele waarden van *r*.

Uit het voorgaande blijkt, dat men uit de spectra niet direct de absolute waarden van de getallen *n*, *k*, *j* en *r* vaststellen kan. De beperkingsregels geven echter gelukkig hun onderlinge verschillen. Had men b.v. de *s*-, *p*-, *d*-, *f*-banen achtereenvolgens  $k=7, 8, 9, 10$  gegeven, inplaats van  $1, 2, 3, 4$ , dan zouden

toch weer dezelfde overgangen verboden zijn. Door een diepergaand onderzoek over den vorm van de banen en den opbouw van het periodiek systeem der elementen, gelukte het Bohr de absolute waarden van  $n$  voor de verschillende reeksen bij verschillende elementen te bepalen. Voor  $k$  vond hij 1, 2, 3, 4 . . . . ; over de absolute waarden van  $j$  en  $r$  is men het nog niet eens.<sup>1)</sup>

Wij zullen ons aansluiten bij Landé<sup>2)</sup> die eenigszins afwijkende hulpquantumgetallen invoert, en schrijven voortaan  $K, J, R$ .

Elke baan is dus nu gekarakteriseerd door vier quantumgetallen :

$R$  geeft aan of wij met een enkelvoudig-, doublet-, triplet- of meervoudig systeem te maken hebben, en hangt waarschijnlijk samen met het impulsmoment van de atoomrest (d. i. het atoom zonder het lichtgevend electron).

Voor een  $p$ -voudig systeem is  $R = \frac{p}{2}$ .

Beperkingsregel: 
$$R \rightarrow \begin{matrix} R + 1, \\ R \\ R - 1. \end{matrix}$$

$K$  geeft aan, of wij in een  $s$ -,  $p$ -,  $d$ -,  $f$ -reeks zijn en bepaalt het impulsmoment van het lichtgevend electron.

$K = k - \frac{1}{2}$ , dus voor een  $s$ -baan  $K = \frac{1}{2}$ ; voor een  $p$ -baan  $K = \frac{3}{2}$ ,  $d$ -baan  $\frac{5}{2}$ ,  $f$ -baan  $\frac{7}{2}$ , enz.

Beperkingsregel: 
$$K \rightarrow \begin{matrix} K + 1, \\ K \\ K - 1. \end{matrix}$$

$n$  geeft aan de hoeveelste baan uit de reeks wij hebben en ( $n - k$ ) bepaalt de radiale beweging van het electron. Geen beperking, alle overgangen zijn mogelijk.

$J$  geeft bij meervoudige banen aan, welke variëteit wij hebben moeten en bepaalt waarschijnlijk het totale impulsmoment van het atoom.

Beperkingsregel: 
$$J \rightarrow \begin{matrix} J + 1, \\ J \\ J - 1. \end{matrix}$$

(Toevoeging:  $J = \frac{1}{2} \rightarrow J = \frac{1}{2}$  verboden).

Let men op de theoretische beteekenis van  $R, K$ , en  $J$  en vat men ze als vectoren op, dan stelt  $J$  de som van  $R$  en  $K$  voor.

1) Men laat echter alle quantumgetallen altijd met één opklimmen.

2) A. Landé, ZS. für Phys. 15. p. 189. 1923.

Kiezen wij dus een bepaalde  $R$  en  $K$ , dan zal  $J$  aan grenzen gebonden zijn. Landé vond voor zijn keuze van  $R$ ,  $K$  en  $J$ :

$$\left| K - R \right| + \frac{1}{2} \leq J \leq \left| K + R \right| - \frac{1}{2}. \quad (2)$$

Men begrijpt nu, waarom de  $s$ -banen in alle systemen enkelvoudig zijn. Immers voor een  $s$ -baan is  $K = \frac{1}{2}$  en heeft men alleen  $J = R$ <sup>1)</sup>.

Voor een enkelvoudig systeem is  $R = \frac{1}{2}$ , dus vindt men bij elke baan slechts één  $J$ , alle banen zijn enkelvoudig. Nemen wij b.v. een sextetsysteem,  $R = 3$ , dat o. a. bij mangaan voorkomt, dan vinden wij voor

de  $s$ -banen:  $K = \frac{1}{2}$ ,  $J = 3$ , enkelvoudig.

de  $p$ -banen:  $K = \frac{3}{2}$ ,  $J = 2, 3, 4$ , drievoudig.

de  $d$ -banen:  $K = \frac{5}{2}$ ,  $J = 1, 2, 3, 4, 5$  vijfvoudig.

de  $f$ -banen:  $K = \frac{7}{2}$ ,  $J = 1, 2, 3, 4, 5, 6$  zesvoudig.

De volledige zesvoudigheid wordt dus eerst bij de  $f$ -banen bereikt. De volgende reeksen, met  $K = \frac{9}{2}$  enz. blijven dan zesvoudig.

Daar het voorgaande geheel berustte op de rol, die de beperkingsregels vervullen in de ontwarring der spectra, dient hier op een paar belangrijke uitzonderingen gewezen te worden.

In elektrische velden, b.v. bij een vonkspectrum, komen ook overgangen voor welke volgens den beperkingsregel voor  $k$  verboden zijn. In zeer sterke magnetische velden komen ook lijnen voor, welke volgens den  $J$ -regel verboden zijn. Zoo vonden Paschen en Back<sup>2)</sup> alle negen spectraallijnen, welke men bij de overgangen van een drievoudige  $d$ - op een drievoudige  $p$ -baan krijgen kan.

Merkwaardig is nog de „Intervalregel” van Landé. Beschouwen wij als voorbeeld een  $d$ -sextet, waarbij de zes banen de quantumgetallen  $J = 6, 5, 4, 3, 2, 1$  hebben, dan verhouden de vijf energieverschillen tusschen de opvolgende banen zich bij benadering als

$$(6^2 - 5^2) : (5^2 - 4^2) : (4^2 - 3^2) : (3^2 - 2^2) : (2^2 - 1^2). \quad (3)$$

Voor de  $p$ -banen van een tripletsysteem, zooals b.v. in de hoofdserie der alkalispectra te zien is, wordt deze verhouding

$$\left( \frac{5}{2}^2 - \frac{3}{2}^2 \right) : \left( \frac{3}{2}^2 - \frac{1}{2}^2 \right) = 2 : 1.$$

1) Daar  $R \geq \frac{1}{2}$ , geeft  $K = \frac{1}{2}$ :

$$\left| \frac{1}{2} - R \right| + \frac{1}{2} \leq J \leq \left| \frac{1}{2} + R \right| - \frac{1}{2}$$

dus alleen de waarde  $J = R$ .

2) F. Paschen und E. Back, Physica I, p. 261, 1921.

### Het Zeeman-effect.

In een magnetisch veld wordt een spectraallijn in meerdere componenten gesplitst. Volgens de theorie moet men zich nu voorstellen, dat elke electronenbaan zich splitst in eenige banen met kleine energiever verschillen. Uit de waargenomen splitsingen der spectraallijnen kan men de splitsing van de banen bepalen. Dit is het eerst door T. van Lohuizen onderzocht.<sup>1)</sup> De theorie verlangt, dat de energiewaarden van de gesplitste baan 1e *aequidistant* en 2e *symmetrisch* ten opzichte van de oorspronkelijke energie zijn, 3e dat hun afstand *evenredig* is met het magnetisch veld en 4e dat de evenredigheidsfactor een *universeele constante* is.

Alleen aan de laatste voorwaarde wordt niet voldaan. Landé voerde daarom den *splitsingsfactor*  $g$  in, dit is die evenredigheidsfactor voor de verschillende banen, uitgedrukt in de theoretische waarde.

Uit het waarnemingsmateriaal blijkt, dat banen van dezelfde reeks, dezelfde splitsing vertoonen, dat wil dus zeggen, dat deze splitsing onafhankelijk is van het quantumgetal  $n$  en alleen door  $R$ ,  $K$ , en  $J$  bepaald wordt.

Bovendien bestaan er twee soorten van splitsingen. In fig. 1 stellen de horizontale lijnen door hun hoogte energiewaarden voor, de langste lijn geeft de energie zooals die buiten het magneetveld was. In geval 1 a is in het veld de oorspronkelijke energiewaarde ook vertegenwoordigd; men geeft

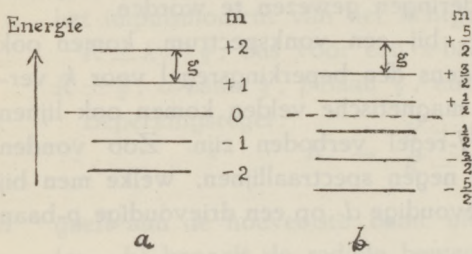


Fig. 1.

dan elke baan nog een *magnetisch quantumgetal*  $m$ , dat de waarden  $0, \pm 1, \pm 2$ , enz. doorloopt. In geval 1 b is de oorspronkelijke energiewaarde in het veld niet vertegenwoordigd, het getal  $m$  doorloopt dan de waarden  $\pm \frac{1}{2}, \pm \frac{3}{2}, \pm \frac{5}{2}$ , enz.

De eerste manier van splitsing vindt men altijd bij oneven systemen; de laatste bij alle even systemen<sup>2)</sup>. Men ziet uit de figuur, dat de afwijking van de oorspronkelijke energie door  $m \cdot g$  gegeven wordt, als men de bekende afhankelijkheid van de veldsterkte nog

1) T. van Lohuizen, Versl. Kon. Ak. v. Wetensch., Afd. XXVIII, p. 53, 1919.

2) De elementen uit de oneven groepen van het periodiek systeem hebben in het spectrum van het neutrale atoom alleen *even*, die uit de *even* groepen alleen *oneven* termsystemen. Een  $n$ -voudig geïoniseerd atoom vertoont de termstructuur van het neutrale element, dat  $n$  plaatsen terug staat.



opneemt in de eenheid waarin  $g$  uitgedrukt wordt. De splitsing van een baan is dus volkomen bekend, als wij voor die baan het getal  $g$  kennen en de grenzen tot waar  $m$  loopt. Landé vond empirisch

$$g = \frac{3}{2} + \frac{R^2 - K^2}{2(J^2 - \frac{1}{4})}, \quad (4)$$

en als grenswaarden voor  $m$ :

$$-(J - \frac{1}{2}) \leq m \leq (J - \frac{1}{2}). \quad (5)$$

Theoretisch moet  $m$  samenhangen met de projectie van  $J$  op de richting van het magnetisch veld; dit verklaart eenigszins den vorm der laatste formule.

Met dergelijke modelbeschouwingen gelukte het Landé ook de formule voor  $g$ , wat den vorm betreft, eenigszins aannemelijk te maken. Dit onderzoek toonde echter tevens aan, dat de theorie der quanta in haar tegenwoordigen vorm nog niet in staat is, het anomale Zeeman-effect te verklaren, zooals o. a. blijkt uit het optreden van gebroken quantumgetallen, den term  $\frac{1}{4}$  in de noemer van de formule voor  $g$  enz.

Hoe krijgen wij nu uit de bovenbesproken splitsing van de banen de splitsing van de spectraallijn? De frequentie van de spectraallijn kregen wij, op een constanten factor na, door de energie van de eindbaan af te trekken van die der beginbaan.

De *afwijking* van de oorspronkelijke spectraallijn krijgt men dus door de afwijking  $mg$  van de eindbaan af te trekken van de afwijking  $mg$  van de beginbaan. Niet alle overgangen van de gesplitste beginbaan op de gesplitste eindbaan komen voor; er is weer een beperkingsregel voor  $m$  <sup>1)</sup>

$$m \rightarrow \begin{array}{l} m+1, \perp, \\ m, \parallel, \\ m-1, \perp. \end{array}$$

Blijft bij den overgang  $m$  constant dan is de spectraallijn evenwijdig aan de magnetische krachtlijnen gepolariseerd, in de beide andere gevallen loodrecht er op.

De boven besproken regels en formules beheerschen het geheele anomale Zeeman-effect in niet te sterke velden. Verder zijn nog de meervoudigheid der banen en de mogelijke overgangen vastgelegd.

<sup>1)</sup> Hebben begin- en eindbaan dezelfde  $J$ , dan is voor de magnetisch gesplitste banen de overgang  $m=0 \rightarrow m=0$  verboden.

Wij zullen nu als voorbeeld de lijngroep  $\lambda$  3280 —  $\lambda$  3350 uit het zinkspectrum uitvoerig behandelen. Het zijn de overgangen van een  $d$ -triplet op een  $p$ -triplet. De termwaarden ( $-E/h$ ) zijn

$$\begin{aligned} p_1 &= 42871,45, & d_1 &= 12985,64, \\ p_2 &= 43260,36, & d_2 &= 12990,19, \\ p_3 &= 43450,14, & d_3 &= 12993,59. \end{aligned}$$

Men krijgt ineens de frequentie van de spectraallijn, als men de termwaarde van de beginbaan aftrekt van die der eindbaan.

Voor de beginbaan is

$$R = \frac{3}{2}, K = \frac{5}{2},$$

dus volgens de formule (2) doorloopt  $J$  de waarden

$$\left| \frac{5}{2} - \frac{3}{2} \right| + \frac{1}{2} \leq J \leq \left| \frac{5}{2} + \frac{3}{2} \right| - \frac{1}{2},$$

dus  $J = \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}$ ,

en wel zoodanig, dat voor  $d_1$  is  $J = \frac{7}{2}$ ; voor  $d_2$ :  $J = \frac{5}{2}$ ; voor  $d_3$ :  $J = \frac{3}{2}$ ; want volgens den intervalregel (formule (3)) moet bij benadering gelden

$$(d_2 - d_1) : (d_3 - d_2) = \left( \frac{7}{2}^2 - \frac{5}{2}^2 \right) : \left( \frac{5}{2}^2 - \frac{3}{2}^2 \right),$$

in dit geval dus

$$4,55 : 3,40 = 3 : 2.$$

Deze regel, hoewel slechts bij benadering geldig,<sup>1)</sup> leert ons dus de juiste toevoeging der quantumgetallen  $J$ .

Voor de eindbaan is

$$R = \frac{3}{2}, K = \frac{3}{2},$$

en men vindt voor  $J$  de waarden  $J = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}$ .

De intervalregel geeft

$$(p_2 - p_1) : (p_3 - p_2) = \left( \frac{5}{2}^2 - \frac{3}{2}^2 \right) : \left( \frac{3}{2}^2 - \frac{1}{2}^2 \right)$$

dus  $388,91 : 189,78 = 2 : 1$ .

Dus  $p_1$  krijgt  $J = \frac{5}{2}$ ;  $p_2$ :  $J = \frac{3}{2}$ ;  $p_3$ :  $J = \frac{1}{2}$ .

Volgens den beperkingsregel voor  $J$  zijn alleen de volgende zes door pijlen aangegeven overgangen mogelijk

<sup>1)</sup> De nauwkeurige metingen van Paschen gaven 4,94 : 3,28, wat buitengewoon goed uitkomt. (Physica I, p. 270.)

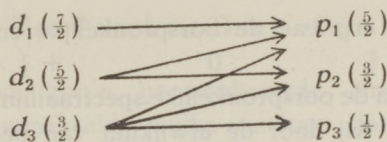


Fig. 2 stelt de energiewaarden weer op de gebruikelijke wijze schematisch voor.

Onderaan is het beeld geteekend, dat men in de spectroscopie ziet. De sterkste lijnen ontstaan bij de overgangen waarbij  $K$  en  $J$  in denzelfden zin veranderen.

Bij deze groep hebben Paschen en Back in sterke magnetische velden ook de verboden lijnen, natuurlijk met hun Zeeman-effect, waargenomen.

Wij zullen nu, als voorbeeld, voor één van de lijnen uit deze groep het Zeeman-effect berekenen. Kiezen wij hiertoe den overgang van  $d_3$  op  $p_1$ .

Voor de beginbaan is:

$$R = \frac{3}{2}, K = \frac{5}{2}, J = \frac{3}{2}.$$

Dus volgens formule (4) vindt men

$$g = \frac{3}{2} + \frac{(\frac{3}{2}^2 - \frac{5}{2}^2)}{2(\frac{3}{2}^2 - \frac{1}{4})} = \frac{1}{2},$$

Terwijl volgens formule (5)  $m$  begrensd is door

$$-(\frac{3}{2} - \frac{1}{2}) \leq m \leq +(\frac{3}{2} - \frac{1}{2}),$$

dus  $m = 0, \pm 1$ .

De afwijkingen  $mg$  van de oorspronkelijke energie (waarbij als eenheid de normale theoretische splitsing genomen is) worden dus

$$-\frac{1}{2}, \quad 0, \quad +\frac{1}{2}.$$

Nu voor de eindbaan:  $R = \frac{3}{2}, K = \frac{3}{2}, J = \frac{5}{2}$ , dus

$$g = \frac{3}{2} + \frac{(\frac{3}{2}^2 - \frac{3}{2}^2)}{2(\frac{3}{2}^2 - \frac{1}{4})} = \frac{3}{2},$$

en  $m$  doorloopt de waarden

$$m = 0, \pm 1, \pm 2,$$

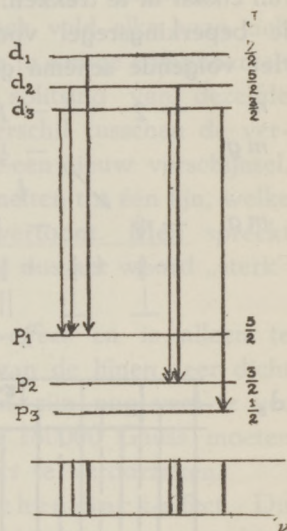


Fig. 2.

De afwijkingen  $mg$  van de oorspronkelijke energie zijn dus  $-\frac{6}{2}, -\frac{3}{2}, 0, +\frac{3}{2}, +\frac{6}{2}$ .

De afwijking van de oorspronkelijke spectraallijn bij een bepaalden overgang krijgen wij door de afwijking van begin- en eindbaan van elkaar af te trekken, waar bij wij bedenken moeten, dat volgens de beperkingsregel voor  $m$  niet alle overgangen mogelijk zijn. Het volgende schema geeft deze bewerking aan.

$m$	- 2	- 1	0	+ 1	+ 2	
$mg$		$-\frac{1}{2}$	0	$+\frac{1}{2}$		
$mg$	$-\frac{6}{2}$	$-\frac{3}{2}$	0	$+\frac{3}{2}$	$+\frac{6}{2}$	af
	$+\frac{5}{2}$	$+\frac{3}{2}$	$+\frac{3}{2}$	$+\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$
	$+\frac{5}{2}$	$+\frac{3}{2}$	$+\frac{3}{2}$	$+\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$
	$+\frac{5}{2}$	$+\frac{3}{2}$	$+\frac{3}{2}$	$+\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$

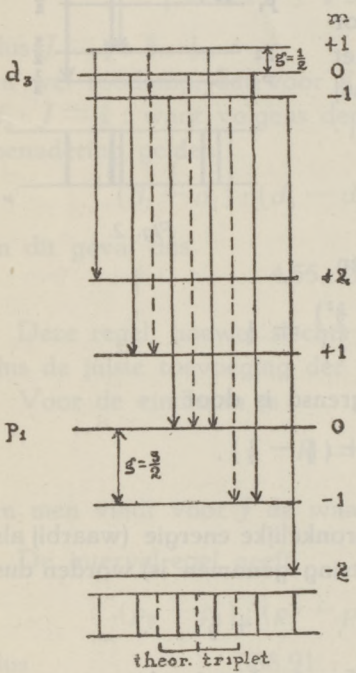


Fig. 3.

De verticale pijlen geven de overgangen aan, waarbij de ontstane spectraallijn evenwijdig aan het magnetisch veld gepolariseerd is, bij de schuine pijlen loodrecht er op.

Fig. (3) stelt hetzelfde voor : onderaan is weer het beeld geteekend, dat men in de spectroscop ziet <sup>1)</sup>.

Schijnen op het eerste gezicht de boven gegeven regels en formules eenigszins kabalistisch, dan is dit in hoofdzaak daaraan te wijten, dat ons tot nu toe de theoretische ondergrond bijna geheel onbekend is.

Daar omgekeerd uit den bouw van lijngroepen en hun Zeeman-effect voor de begin- en eindbanen de getallen  $R, K$  en  $J$

te bepalen zijn, heeft men dus in deze formules een zeer belangrijk hulpmiddel om ingewikkelde spectra te ontwarren. Zelfs bij het lijnenrijke ijzerspectrum is dit reeds voor een gedeelte gelukt.

<sup>1)</sup> De gestreepte lijnen zijn evenwijdig gepolariseerd.  
Symbolische schrijfwijze  $\frac{(0)1(2)35}{2}$ .

### Het Paschen-Back-effect.

Beschouwen wij zoo'n gecompliceerde lijngroep als het bovenbesproken voorbeeld, welke ontstaat door de overgangen van een meervoudige begin- op een meervoudige eindbaan.

Wij hebben gezien, dat in een magnetisch veld elke baan zich in meerdere banen splitst, waardoor elke lijn in eenige componenten gesplitst wordt. Wordt de magnetische splitsing van dezelfde grootte als het oorspronkelijke energieverschil tusschen de verschillende begin- of eindbanen, dan ontstaat een nieuw verschijnsel, de geheele lijngroep schijnt samen te smelten tot één lijn, welke het normale theoretische Zeeman-effect vertoont. Men spreekt in dit geval van een „sterk” veld, waarbij dus het woord „sterk” een relatieve beteekenis heeft.

Dit verschijnsel heet *Paschen-Back-effect* en is alleen te verwezenlijken voor lijngroepen, waarvan de lijnen zeer dicht bij elkander liggen. De gele natriumlijnen zijn nog veel te ver uiteen. Men zou een magnetisch veld van 180000 Gauss moeten hebben, om hier het *Paschen-Back-effect* te veroorzaken.

Van veel belang is het *partieele Paschen-Back-effect*. Dit ontstaat als b.v. voor de beginbanen de schijnbare samensmelting reeds heeft plaats gevonden en voor de eindbanen nog niet. Voor de beginbanen was het aanwezige veld dus relatief sterk, voor de eindbanen zwak.

Daar wij uit het boven behandelde de magnetische splitsing van de eindbanen in zoo'n geval volkomen kennen, is het dus mogelijk uit de waargenomen lijnen de splitsing van de beginbanen in een relatief sterk veld te bepalen.

Dit is het eerst door Sommerfeld nagegaan en ten slotte door Pauli en Landé gecompleteerd. Het bleek hierbij dat het samenvallen der banen slechts schijnbaar was. Het effect bestaat hierin, dat 1e de getallen  $mg$  heele getallen worden, 2e de energiewaarden een zoodanige verandering of verschuiving ondergaan, dat weliswaar de *energiewaarden* samenvallen voor een aantal der magnetische „splitsels” der banen met diverse  $J$ , zonder dat nochtans die oorspronkelijke banen met verschillende  $J$  samensmelten tot éénzelfde on-onderscheiden bewegingswijze. Dit blijkt ook hieruit, dat zulke banen met dezelfde energie blijkens de voorkomende overgangen verschillende getallen  $m$  dragen.

Wij zullen hier slechts de hoofdresultaten van het werk van Pauli <sup>1)</sup> aangeven.

In een sterk veld beschouwt Pauli het magnetisch quantumgetal  $m$  als de som van twee andere

$$m = m_K + m_R,$$

waarbij analoog aan formule (5)

$$\begin{aligned} -\left(R - \frac{1}{2}\right) &\leq m_R \leq \left(R - \frac{1}{2}\right), \\ -\left(K - \frac{1}{2}\right) &\leq m_K \leq \left(K - \frac{1}{2}\right). \end{aligned}$$

Men zal zich moeten voorstellen, dat in dit geval de binding tusschen het lichtgevend electron ( $K$ ) en de atoomrest ( $R$ ) overheerscht wordt door het uitwendig magnetisch veld.  $R$  en  $K$  stellen zich *elk afzonderlijk* in t. o. van de veldrichting en niet meer als één geheel ( $J$ ).  $m_R$  hangt samen met de projectie van  $R$ ,  $m_K$  met de projectie van  $K$  op de veldrichting, wat den vorm van de laatste formules verklaart.

Beschouwen wij nog eens de energie van de baan waartoe de meervoudige baan schijnbaar samengesmolten is, dan is volgens Pauli de afwijking  $mg$  voor elke baan van deze energiewaarde empirisch gegeven door

$$mg = m_K + 2 m_R = m + m_R.$$

In een sterk veld komen alleen die overgangen voor, waarbij  $m_R$  constant blijft. Overigens blijven de regels voor  $m$  dezelfde.

Men kan nagaan, dat het totaal aantal banen, waarin een meervoudig baancomplex zich splitst, in een sterk veld evengroot is als in een zwak veld.

Elke „Zeeman-baan” in een zwak veld gaat over in een „Paschen-Back-baan” in een sterk veld. Welke precies in elkaar overgaan is ook door Pauli vastgesteld; hij vond ook nog andere regels welke het verband geven tusschen de splitsing in een zwak en een sterk veld. Hiervoor zij echter verwezen naar de boven aangehaalde oorspronkelijke verhandelingen van Pauli en Landé.

Fig. 4 stelt schematisch het eenvoudigste geval voor, n.l. den overgang van een dubbele  $p$ -baan op een enkelvoudige  $s$ -baan in een doubletsysteem (Na-hoofdserie.)

Fig. 4 a is zonder magneetveld, 4 b in een zwak veld, 4 c in een sterk veld.

Daar de splitsing der  $s$ -baan in een zwak en een sterk veld

<sup>1)</sup> W. Pauli ZS für Phys. 16, p. 155, 1923.

Zie vooral A. Landé ZS für Phys. 19, p. 112, 1923.

dezelfde is, is er in dit geval geen partieel Paschen-Back-effect. Onderaan is weer geteekend, wat men in de spectroscop ziet.

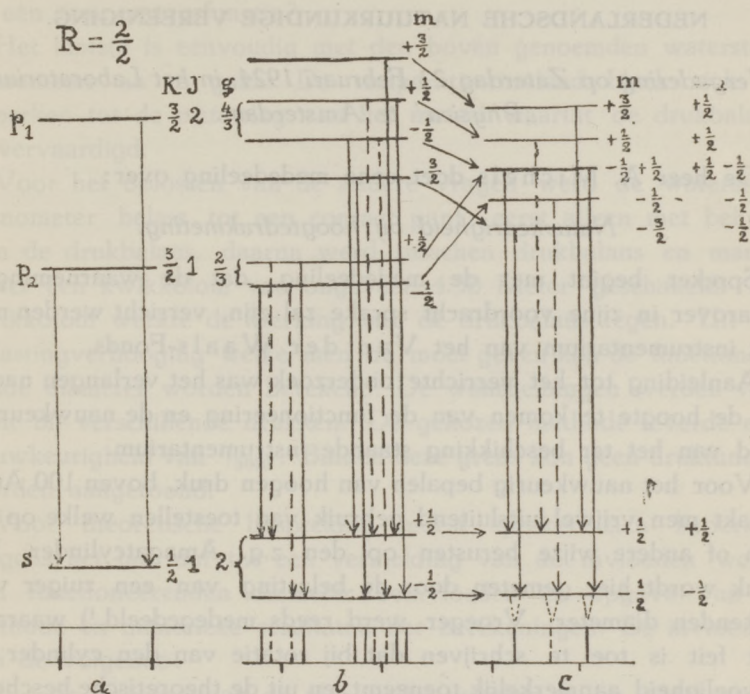


Fig. 4.

Had men in plaats van  $K, J, R$ , de getallen  $k = K + \frac{1}{2}$ ,  $j = J + \frac{1}{2}$ ,  $r = R + \frac{1}{2}$ , genomen, dan werden b.v. de formules (2) en (5):

$$|k - r| + 1 \leq j \leq |k + r| - 1$$

$$-(j - 1) \leq m \leq +(j - 1).$$

Beschouwt men  $k, j$  en  $r$  weer als vectoren, dan beteekenen de termen  $+1$  en  $-1$  in deze formules, dat  $k$  niet evenwijdig of tegengesteld gericht mag zijn aan  $r$  en evenzoo, dat  $j$  niet evenwijdig of tegengesteld aan het uitwendige magneetveld zijn mag. Men vergelijke over dit „evenwijdigheidsverbod” N. Bohr, Ann. der Phys. 71, p. 288, 1923.

Ten slotte zij nog vermeld, dat het Landé ook gelukt is, de meervoudigheid der banen, welke ook al zonder veld bestaat, in eenzelfde schema onder te brengen als de door een uitwendig veld veroorzaakte magnetische splitsing.

## VERSLAGEN.

## NEDERLANDSCHE NATUURKUNDIGE VEREENIGING.

Vergadering op Zaterdag 23 Februari 1924, in het Laboratorium  
„Physica” te Amsterdam.

De heer A. Michels doet eene mededeeling over:

*Nauwkeurigheid bij hoogtedrukmeting.*

Spreker begint met de mededeeling, dat de waarnemingen waarover in zijne voordracht sprake zal zijn, verricht werden met het instrumentarium van het Van der Waals-Fonds.

Aanleiding tot het verrichte onderzoek was het verlangen nader op de hoogte te komen van de functioneering en de nauwkeurigheid van het ter beschikking staande instrumentarium.

Voor het nauwkeurig bepalen van hoogen druk, boven 100 Atm. maakt men vrijwel uitsluitend gebruik van toestellen welke op de een of andere wijze berusten op den z.g. Amagatcylinder. De druk wordt hier gemeten door de belasting van een zuiger van bekenden diameter. Vroeger werd reeds medegedeeld <sup>1)</sup> waaraan het feit is toe te schrijven dat bij rotatie van den cylinder de gevoeligheid aanmerkelijk toeneemt, en uit de theoretische beschouwingen afgeleid, aan welke voorwaarden men bij de meting moet voldoen. Hierbij bleven de vragen op te lossen, hoe gevoelig is het toestel en hoe nauwkeurig?

Ten einde de eerste vraag op te lossen vergeleek spreker een drukbalans van het type Schäffer und Budenberg met een z.g. Waterstof-manometer. De laatste bestaat uit een buis gevuld met waterstof. In de buis zijn platinacontacten aangebracht. Bij drukverhooging stijgt kwik in de buis en maakt contact met het platinadraadje. Verscheidene malen na elkander werd nagegaan de belasting welke men aan de drukbalans moest geven om het contact te bereiken. Uit de eventueele verschillen in belasting is de gevoeligheid af te leiden. Zij bleek minstens  $\frac{1}{120\ 000}$ . Spreker ging uitvoeriger op enkele detailpunten van de waarneming in.

Voor de beantwoording van de tweede vraag moet men weten, wat men als het werkende oppervlak van den zuiger heeft aan te

<sup>1)</sup> Zie Ann. d. Phys. 72; Physica 3, 1923.



nemen. Asdiameter of gatoppervlak, of een functie van beiden. Verder blijft de vraag: is de functioneerende diameter een druk- of een temperatuurfunctie?

Het laatste is eenvoudig met den boven genoemden waterstofmanometer na te gaan. De temperatuurinvloed bleek zich te beperken tot de uitzetting van het metaal waaruit de drukbalans is vervaardigd.

Voor het oplossen van de andere vragen werd de waterstofmanometer belast tot een contact punt, eerst alleen met behulp van de drukbalans, daarna werd tusschen drukbalans en manometer een kwikkolom van ongeveer 4.50 Meter geschakeld. De kwikkolom werkte de werking van de drukbalans tegen. Uit de belastingverhooging welke men nu moet geven kan de functioneerende diameter worden berekend. De waarnemingen werden verricht bij verschillende drukken. De gekozen methode leverde een nauwkeurigheid van  $\frac{1}{3000}$ . Binnen deze grens kon geen drukfunctie worden aangetoond.

Voor theoretische bespreking moest spreker zich beperken wegens het late uur tot een vermelding van de invloeden welke den functioneerenden diameter beïnvloeden en opgave van de methode en numerieke resultaten der berekeningen. De invloeden zijn de volgende:

1. de wrijving van de olie welke tusschen as en wand wordt uitgeperst;
2. de vloeistofwrijving tengevolge van de daling van den zuiger;
3. de deformatie van de as tengevolge van het ophangen der belastingsgewichten;
4. de deformatie van de as tengevolge van de zijdelingsche samenpersing;
5. de deformatie van den wand tengevolge van de druk.

Als resultaat verkreeg spreker bij het gebruikte type, dat theoretisch de functioneerende diameter het rekenkundig gemiddelde is van as- en gatdiameter behoudens een correctie van  $\frac{1}{10\ 000}$  wegens den tweeden genoemden invloed. De deformaties leverde een drukfunctie van de eerste graad. Haar maximale waarde bij het gebruikte exemplaar bedroeg  $\frac{1}{23\ 000}$ , en valt dus buiten de waarnemingsgrenzen.

Een demonstratie besloot de voordracht.

## BOEKBESPREKING.

*H. Kayser* und *H. Konen*. **Handbuch der Spectroscopie**. Siebenter Band, erste Lieferung, 498 blz. — S. Hirzel, Leipzig 1924. Prijs ingen. 30 Mk.

Het beroemde standaardwerk, waarvan Kayser na een tiental jaren van voorbereiding in 1900 het eerste deel in 't licht gegeven had, was in 1912 aangegroeid tot 6 statige deelen, tesamen meer dan 5000 bladzijden omvattende — en nog was het toen lang niet voltooid. De schrijver had zich oorspronkelijk voorgesteld, de zuiver physische spectroscopie in 4 deelen te kunnen onderbrengen en dan in een vijfde deel de physische toepassingen te geven. Het geheele werk zou, schatte hij, in 10 à 12 jaren klaar kunnen zijn. Evenwel, de stof breidde zich zò uit, dat alléén voor de physische spectroscopie 6 deelen nog niet voldoende ruimte boden. Dl I omvat: de geschiedenis der spectroscopie, de spectroscopische methoden en hulpmiddelen; dl II: emissie en absorptiewetten, uiterlijk der lijnen, betrekkingen tusschen de golflengten van lijnenreeksen, Doppler-effect, Zeeman-effect; dl III: absorptiespectra; dl IV: kleurstoffen, dispersietheorieën en hare toetsing, phosphorescentie, fluorescentie; de deelen V en VI eindelijk gaven voor elk element afzonderlijk een zoo volledig mogelijk overzicht van de literatuur betreffende zijn spectrum benevens de kritisch geschifte opsomming van de golflengten der lijnen en van verdere resultaten. Meer dan 14000 verhandelingen werden voor dezen reuzenarbeid geëxcerpeerd en beoordeeld!

In de voorrede van deel VI (1912) zegt Kayser dat, wegens de aangroeiing der literatuur betreffende astrofysische spectroscopie, hij voor het samenvatten van dat onderdeel nog wel 3 boekdeelen noodig achtte, zoodat hij vreesde, wegens zijn klimmenden leeftijd dit werk aan jongere krachten te zullen moeten overlaten. Maar hij hoopte althans in de gelegenheid te zijn, de reeds vroeger verschenen deelen van het werk nog zelf aan te vullen en alles te brengen op de hoogte van een lateren tijd.

Deze wensch van den schrijver — de wetenschappelijke wereld zal het weten te waardeeren — is in vervulling gegaan. En dat ondanks den moreelen en materielen druk der tijdsomstandigheden. Gelukkig bezit Kayser nu een voortreffelijken vasten medewerker in *H. Konen*, zijn opvolger aan de Universiteit te Bonn — die hem trouwens ook bij de bewerking der vroegere deelen reeds vaak ter zijde had gestaan.

Met bewonderenswaardige energie en groot talent hebben thans de beide auteurs in dl VII bijeengebracht wat er sedert 1910 aan belangrijks op spectroscopisch gebied is tot stand gebracht. Dat is niet gering geweest: een rijkdom van nieuwe gezichtspunten en een reusachtige aanwas van waarnemingsmateriaal. Deel VII is bedoeld als een aanvulling van V en VI; alle elementen zullen er nogmaals in worden behandeld. Hoewel het manuscript van het volledige deel reeds klaar ligt, hebben de schrijvers uit practische overwegingen besloten, als eerste aflevering te doen verschijnen wat reeds afgedrukt was; twee afleveringen zullen nog volgen. Het aantal geraadpleegde verhandelingen is ongetwijfeld weer met eenige duizendtallen toegenomen.

De thans voor ons liggende aflevering omvat de spectra van: lucht (ook bliksem, noorderlicht), argon, zilver, aluminium, archonium, arsenicum, goud, borium, baryum, beryllium, bismuth, bromium, koolstof, calcium, cadmium, cerium, chloor,

cobalt, chromium, caesium, celtium, koper, denebium, dubhium, dysprosium, emanium of extradio, erbium, europium, eurosamarium, fluorium, ijzer. Voor elke lijn die men als lid van een spectraalreeks erkend heeft, is de verkorte serieformule opgegeven. Daarbij sluit de notatie zich het best aan bij de door Paschen gebruikte; zij wijkt iets meer af van de Engelsche (Saunders, Fowler). Moge het werk van Kayser en Konen er toe leiden dat zulke verschillen verdwijnen! — In de tabellen zijn de golflengten uitgedrukt in internationale eenheden (I. A.); vele oudere opgaven moesten daartoe worden gecorrigeerd. Een belangrijke aanvulling is verder, dat thans ook Röntgenspektra konden worden opgenomen, golflengten in „X-eenheden”.

Zoo zijn er in de bewerking enkele bijzonderheden waardoor dit nieuwe deel zich van de voorafgaande onderscheidt en die eigenlijk nog wel nadere toelichting vereischen. Ze zullen dan ook in eene inleiding worden besproken; maar de schrijvers hebben er de voorkeur aan gegeven, die inleiding pas te publiceren met de laatste aflevering van deel VII.

Overigens zullen de spectroscopisten zich ongetwijfeld erover verheugen dat zij van de thans geboden, zoo zorgvuldig verzamelde en met kennis geschifte gegevens aangaande een aantal elementen reeds kunnen gebruik maken. Bijzondere zorg is besteed aan het ijzerspectrum omdat daarin vele geschikte standaardgolflengten voorkomen. De „normalen 2e orde” zijn in de tabel vet gedrukt. Men vindt er tevens aangeduid tot welke klassen en groepen de lijnen behooren in verband met symmetrie bij verbreding, drukeffect, temperatuurinvloed (Gale en Adams, St. John en Ware, King), terwijl ook het „pooleffect” vermeld wordt. In het algemeen zijn weggelaten de golflengten, opgegeven vóór de ontdekking van het pooleffect. Voor vele honderden lijnen, over bijna het geheele spectrum verdeeld, is reeds een zoodanige overeenstemming tusschen de verschillende metingen bereikt, dat een nauwkeurigheid van 1 à 2 duizendsten Ångström gewaarborgd schijnt.

Met een zoo betrouwbaren gids als het groote handboek is, kan men veilig trachten door te dringen in de nog duistere gebieden der spectroscopie.

W. H. J.

*P. P. Ewald, Kristalle und Röntgenstrahlen.* — Berlijn, Julius Springer 1923, 327 blz. Prijs voor Holland 6.35 Dollar, gebonden.

Terwijl in de meeste werken, welke het aangegeven gebied der natuurkunde behandelen, de nadruk valt op de eigenschappen der Röntgenstralen, is de bedoeling van dit boek meer een overzicht te geven van onze kennis van de gekristalliseerde toestand der materie. Aangezien de schrijver zich ten doel gesteld heeft, het boek begrijpelijk te maken ook voor niet-physici, vormen de eerste vijf hoofdstukken een inleiding, waarin achtereenvolgens de grondbegrippen der kristallographie, kristallographische structuurtheorie, interferentieverschijnselen en Röntgenstralen behandeld worden.

In het zesde hoofdstuk wordt een overzicht gegeven van de voornaamste experimenteele methoden van het onderzoek van kristallen met Röntgenstralen, die in de dan volgende hoofdstukken, ieder afzonderlijk behandeld worden. Aan de hand van eerst eenvoudige, later wat gecompliceerdere voorbeelden, wordt nagegaan, hoe het mogelijk is, volgens de werkwijze der beide Bragg's, de structuur van kristallen te bepalen. Vervolgens wordt ook de methode van Laue uitvoerig behandeld. Hierbij wordt zeer de nadruk gelegd op de voordeelen, die

deze methode biedt bij de controle van structuren, die op andere wijze zijn gevonden. Schrijver wijst erop, hoe door het groot aantal interferentiebeeldjes, dat een opname volgens de methode van Laue vertoont, het mogelijk is, zeer nauwkeurig de plaats der atomen in het ruimterooster te bepalen.

Vergeleken bij de beide voorgaande, is de methode volgens Debye en Scherrer wel wat stiefmoederlijk behandeld. Dit is te meer te betreuren, omdat juist deze methode boven de eerst behandelden het groote voordeel heeft, dat ze niet beperkt is tot die stoffen, die toevallig in goed gevormde kristallen verkregen kunnen worden.

Hoe uit de verkregen interferentiefiguren de structuur is af te leiden, wordt in enkele noten aan het slot behandeld, n.l. de grafische methode van Hull en de mathematische van Johnsen en Toeplitz en die van Runge. De praktische bruikbaarheid van deze laatste wordt toegelicht aan het grafietmodel van Debye en Scherrer. Zeer gelukkig is deze keuze niet, daar het wel zoo goed als zeker is, dat de structuur door Debye en Scherrer aan grafiet toegekend, niet juist is. Zeer sterk voelt men ook hier weer het gemis van een praktisch bruikbare, algemeene methode.

Nadat nog eenige aandacht gewijd is aan de zoogenaamde diagrammen van Seemann, en Schiebold, en besproken is het werk van Polanyi en anderen, aangaande de structuur van bewerkte metalen, volgt in Hoofdstuk XII een uitvoerige beschrijving van de tot nu bekende structuurtypen. Enkele van deze zijn echter nog verre van zeker. Het op blz. 183 behandelde antimoontype is zeer zeker niet zoo eenvoudig als hier is aangegeven. Het ruimterooster van wit tin is niet zooals door Bijl en Kolkmeyer is aangegeven, maar kan beschreven worden als een diamantrooster, in een richting samengedrukt; dat de structuur van grafiet nog onvoldoende bekend is, werd reeds eerder opgemerkt.

In de nu nog volgende hoofdstukken worden achtereenvolgens behandeld de geometrische eigenschappen der kristalroosters, in sluiting aan de algemeen structuurtheorie van Sohncke, Fedorow en Schoenflies, en het verband tusschen kristalstructuur en fysische en chemische eigenschappen. Onder anderen komt hierbij ter sprake het vraagstuk, in hoeverre de studie der interferentie verschijnselen van Röntgenstralen aan kristallen ons iets kan leeren over de bouw van de atomen. Bij de bespreking der chemische eigenschappen, stelt de schrijver zich op het standpunt van de theorie der complexe binding, zooals die hoofdzakelijk door A. Werner is uitgewerkt.

Voor hen, die zich met het onderzoek van kristalstructuur bezig houden, kan het boek van veel nut zijn. Een groot aantal gegevens, die in de literatuur zeer verspreid zijn, is in kort bestek bijeen gebracht. Een vrijwel volledige lijst van tot nu toe bekende structuren aan het slot, zal in vele gevallen van groot nut kunnen zijn. Enkele minder juiste uitdrukkingen kunnen allicht in een nieuwe druk herzien worden; zoo is bijv. op blz. 137 de rangschikking van de glasachtige lichamen onder de colloïde niet zeer gelukkig.

Verder zouden eenige meerdere literatuur aanwijzingen in de tekst aanbeveling verdienen, zoo o. a. op blz. 244, waar opgemerkt wordt, dat goud en koper, in tegenstelling tot goud en zilver, geen mengkristallen geven, zonder nadere aanduiding. Overigens maakt het boek met zijn vele duidelijke afbeeldingen, een aangenamen, goed verzorgden indruk. De lezing zij ten zeerste aanbevolen!

v. A.

## MEDEDEELINGEN.

PROGRAMMA VAN HET INTERNATIONAAL CONGRES VOOR  
TECHNISCHE MECHANICA TE DELFT OP 22—28 APRIL 1924.**Dinsdag 22 April 8 u. n.m.**

Opening van het Congres in het Bibliotheekgebouw der Technische Hoogeschool.  
Receptie aangeboden door het Uitvoerend Comité.

**Woensdag 23 April 9 u. v.m. en 2<sup>1</sup>/<sub>4</sub> u. n.m.**

Eerste algemeene vergadering (elasticiteitstheorie en verwante onderwerpen)  
in het Gebouw voor Werktuig- en Scheepsbouwkunde der Techn. Hoogeschool.

**Woensdag 23 April 5 u. n.m.**

Receptie aangeboden door den Senaat der Technische Hoogeschool  
(Gebouw voor W. en S.).

**Donderdag 24 April 8<sup>1</sup>/<sub>2</sub> u. v.m.**

Zittingen der secties (Gebouw voor W. en S.).

**Donderdag 24 April 1 u. n.m.**

Lunch aangeboden door het Gemeentebestuur van Delft.

Verder: uitstapjes naar den Haag en Scheveningen.

De mogelijkheid bestaat een bezoek te brengen aan den Rijksstudiedienst  
voor de Luchtvaart te Amsterdam. Er wordt evenwel de aandacht op  
gevestigd dat men hiervoor te ca. 1 u. 40 n.m. uit Delft moet vertrekken.

**Vrijdag 25 April 9 u. v.m. en 2 u. n.m.**

Tweede algemeene vergadering (hydro- en aerodynamica) in het Gebouw  
voor W. en S.

**Vrijdag 25 April 8<sup>1</sup>/<sub>2</sub> u. n.m.**

Gezellige samenkomst (Cabaret).

**Zaterdag 26 April 9 u. v.m.**

Zittingen der secties (Gebouw voor W. en S.).

**Zaterdag 26 April 4 u. n.m.**

Algemeene vergadering in het Gebouw voor W. en S.

Zakelijke aangelegenheden en sluiting van het Congres.

**Zaterdag 26 April 7 u. n.m.**

Gemeenschappelijke maaltijd in hotel „De Oude Doelen”, Tournooiveld 3—5,  
te den Haag.

**Maandag 28 April ca. 9 u. v.m.**

Excursie naar Eindhoven teneinde een bezoek te brengen aan de „Philips'  
Gloeilampenfabrieken” en het daaraan verbonden Natuurkundig Laboratorium.  
Voor deze excursie wordt den congresleden door de Heeren Philips ver-  
goeding der reiskosten Delft—Eindhoven, resp. Den Haag—Eindhoven, en  
terug, en een lunch te Eindhoven, aangeboden.

## VOORDRACHTEN.

**23 April. Eerste algemeene vergadering.**

- 9 h. a.m. Prof. Ir. C. B. Biezeno, w.i., Delft:  
Graphical and Numerical Stress Determination in Beams and Plates.
- 10 h. a.m. Prof. Dr. E. G. Coker, London:  
Optical Stress Determination.  
(In the course of the discussion following this lecture Dr. A. A. Griffith will briefly explain the use of soap films in solving stress problems).
- 11<sup>1</sup>/<sub>4</sub> h. a.m. Prof. Dr. L. Prandtl, Göttingen:  
Spannungsverteilung in plastischen Körpern.
- 2<sup>1</sup>/<sub>4</sub> h. p.m. Dr. A. A. Griffith, Farnborough (Hants):  
The Theory of Rupture (with experiments).
- 3<sup>1</sup>/<sub>4</sub> h. p.m. Ing. J. Czochralski, Frankfurt a.M.:  
Die Grundlagen der Verfestigungsvorgänge.

**24 April. Sectie I.**

- 8<sup>1</sup>/<sub>2</sub> h. a.m. Prof. Dr. H. Alt, Dresden:  
Kinematische Synthese (zusammenfassender Bericht).
- 9<sup>1</sup>/<sub>2</sub> h. a.m. Dr. J. Droste, Leiden:  
Bemerkung zu den Variationsprinzipien der Mechanik und der Physik.
- 10 h. a.m. Prof. I. Tzénoff, Sofia:  
Une forme nouvelle des équations du mouvement des systèmes non holonomes et son application dans la théorie des percussions.
- 10<sup>1</sup>/<sub>2</sub> h. a.m. Pauze.
- 11 h. a.m. Prof. Dr. R. v. Mises, Berlin:  
Motorrechnung, ein neues Hilfsmittel der Mechanik.
- 11<sup>1</sup>/<sub>2</sub> h. a.m. Prof. Dr. Ph. Frank, Prag:  
Ueber die geometrische Deutung von Painlevé's Theorie der reellen Bahnkurven.
- 12 h. Gemeenschappelijke zitting met sectie III (zie beneden).

**24 April. Sectie II.**

- 8<sup>1</sup>/<sub>2</sub> h. a.m. Dr. Ing. Th. Wyss, Danzig-Langfuhr:  
Experimentelle Spannungsuntersuchungen an einem hakenförmigen Körper (mit Lichtbildern).
- 9 h. a.m. Dr. Ing. E. Schwerin, Berlin-Halensee:  
Die Torsionsstabilität des dünnwandigen Rohres.
- 9<sup>1</sup>/<sub>2</sub> h. a.m. Mr. R. V. Southwell, Teddington:  
Stress Systems in Solids of Revolution.
- 10 h. a.m. Prof. Dr. R. Grammel, Stuttgart:  
Knickung von Schraubenfedern.
- 10<sup>1</sup>/<sub>2</sub> h. a.m. Pauze.
- 11 h. a.m. Prof. Dr. W. Hort, Charlottenburg-Berlin:  
Schwingungen von Stäben und Platten.
- 11<sup>1</sup>/<sub>2</sub> h. a.m. Dr. Ing. K. Terzaghi, Constantinopel:  
Die Theorie der hydrodynamischen Spannungserscheinungen und ihr erdbautechnisches Anwendungsgebiet.
- 12 h. Prof. Dr. H. Reissner, Charlottenburg-Berlin:  
Ueber das Erddruckproblem.

**24 April. Sectie III.**

- 8<sup>1</sup>/<sub>2</sub> h. a.m. Prof. Nils Zeilon, Uppsala:  
Potential Problems in the Theory of Fluid Resistance.
- 9 h. a.m. Prof. S. Brodetsky, Leeds:  
Vortex Motion.
- 9<sup>1</sup>/<sub>2</sub> h. a.m. H. Solberg, Kristiania.  
Zum Turbulenzproblem.
- 10 h. a.m. Prof. Dr. V. Bjerknes, Bergen (Noorwegen):  
Die hydrodynamischen Fernkräfte und deren Zusammenhang mit ihr Auftriebskräften die die Aeroplane tragen (mit Versuchen).
- 10<sup>1</sup>/<sub>2</sub> h. a.m. Pauze.
- 11 h. a.m. Prof. A. Friedmann, Petrograd (Leningrad).  
Bericht über einige hydrodynamische Arbeiten Russischer Gelehrten.
- 12 h. Prof. Dr. Ing. Th. Rehbock, Karlsruhe i. B.:  
Die Wasserwalzen als Regler im Energiehaushalt der Wasserläufe (mit Lichtbildern).

**25 April. Tweede algemeene vergadering.**

- 9 h. a.m. Dr. G. I. Taylor, Cambridge:  
The Hydrodynamics of Rotating Fluids (with experiments).
- 10 h. a.m. Prof. Dr. Th. von Kármán, Aachen:  
Stabilitätsfragen in der Hydrodynamik und Theorie der Turbulenz.
- 11 h. a.m. Prof. Dr. J. M. Burgers, Delft:  
The motion of a Fluid in the Boundary Layer along a Plane Surface.
- 2 h. p.m. Prof. Dr. T. Levi-Civita, Roma:  
La détermination rigoureuse des ondes permanentes d'ampleur finie.

- 2<sup>3</sup>/<sub>4</sub> h. p.m. Ing. E. Hogner, Stockholm:  
Ueber die Theorie der Schiffswellen und des Schiffswellenwiderstandes.
- 3<sup>3</sup>/<sub>4</sub> h. p.m. Sir Napier Shaw, London:  
The Physical Structure of the Atmosphere regarded from the Dynamical Point of View.

**26 April. Sectie I.**

- 9 h. a.m. Dr. H. P. Berlage, den Haag:  
Ueber seismische Schwingungen.
- 9<sup>1</sup>/<sub>2</sub> h. a.m. Prof. A. N. Kriloff, Moscou:  
On the Approximate Integration of Differential Equations by a Numerical Process.
- 10 h. a.m. Prof. Dr. H. Föttinger, Danzig-Zoppot:  
Ueber Maschinen zur Berechnung von Wirbel- und Quellfunktionen.
- 10<sup>1</sup>/<sub>2</sub> h. a.m. Prof. Dr. R. Courant, Göttingen:  
Ueber das Ritz'sche Verfahren zur Lösung von Randwertaufgaben.
- 11 h. a.m. Pauze.
- 11<sup>1</sup>/<sub>2</sub> h. a.m. Dr. F. A. Vening Meinesz, Amersfoort:  
Détermination de l'intensité de la pesanteur dans les océans au moyen des observations exécutées dans un sous-marin.
- 12 h. Prof. F. Pfeiffer, Stuttgart:  
Sperrungsvorgänge bei Reibung starrer Körper.
- 12<sup>1</sup>/<sub>2</sub> h. p.m. Demonstration von Schwingungsmessern durch Herrn Dr. Ing. Jos. Geiger (cf. Sect. II).

**26 April. Sectie II.**

- 9 h. a.m. Dr. G. Masing, Siemensstadt bei Berlin:  
a) Ueber die Aenderung des Gesamtvolumens eines Körpers durch innere Spannungen;  
b) Innere Spannungen und Aufreissen von Messing (season cracking).
- 9<sup>1</sup>/<sub>2</sub> h. a.m. Prof. B. P. Haigh, Greenwich:  
Theory of Rupture in Fatigue.
- 10 h. a.m. Dr. H. Hencky, Delft:  
Zur Theorie plastischer Deformationen und der hierdurch im Material hervorgerufenen Nachspannungen.
- 10<sup>1</sup>/<sub>2</sub> h. a.m. Dr. Ing. A. Nádai, Göttingen:  
Beobachtungen der Gleitflächenbildung an plastischen Stoffen.
- 11 h. a.m. Pauze.
- 11<sup>1</sup>/<sub>2</sub> h. a.m. a) Dr. E. Schmid, Berlin-Dahlem:  
Neuere Untersuchungen an Metalleinzelkristallen.  
b) Dr. K. Weissenberg, Berlin-Dahlem:  
Zur Theorie über Deformationsstrukturen.
- 12 h. Dr. Ing. Jos. Geiger, Augsburg:  
Messgeräte und Verfahren zur Untersuchung mechanischer, technisch besonders wichtiger Schwingungsvorgänge.
- 12<sup>1</sup>/<sub>2</sub> h. p.m. Demonstration von Schwingungsmessern durch Herrn Dr. Ing. Jos. Geiger.

**26 April. Sectie III.**

- 9 h. a.m. Prof. L. Marchis, Paris:  
L'état actuel en France des études aérodynamiques.
- 9<sup>1</sup>/<sub>2</sub> h. a.m. Prof. E. Hahn, Nancy:  
Application aux turbo-machines des théories modernes de l'hydrodynamique.
- 10 h. a.m. Prof. C. Witoszynski, Varsovie:  
a) Sur l'insuffisance du principe de la circulation dans l'aérodynamique dans son état actuel;  
b) La construction des profils d'aviation.
- 10<sup>1</sup>/<sub>2</sub> h. a.m. Ir. C. Koning, Amsterdam:  
Einige Bemerkungen über nicht stationäre Strömungen an Tragflügeln.
- 11 h. a.m. Pauze.

- 11 $\frac{1}{2}$  h. a.m. Dr. Ing. G. Kempf, Hamburg :  
 Ueber den Reibungswiderstand von Flächen verschiedener Form.  
 12 h. a.m. Ir. A. G. v. Baumhauer, Amsterdam :  
 Some Notes on helicopters.  
 12 $\frac{1}{2}$  h. p.m. Demonstration von Schwingungsmessern durch Herrn Dr. Ing. Jos.  
 Geiger (cf. Sect. II).

Het Uitvoerend Comité :

Prof. Ir. C. B. BIEZENO, Voorzitter. Prof. Dr. J. M. BURGERS, Secretaris.  
 Prof. Dr. J. A. SCHOUTEN. Dr. Ir. E. B. WOLFF.

#### NEDERLANDSCHE NATUURKUNDIGE VEREENIGING.

*Vergadering op Zaterdag 29 Maart 1924, des namiddags te te  $\frac{1}{4}$  voor 4 uur, in het Laboratorium voor Algemeene en Anorganische Chemie der Universiteit te Amsterdam, Nieuwe Prinsengracht 126 (1 $\frac{1}{2}$  minuut van de gewone vergaderplaats).*

*Agenda :*

C. J. Brester: Over de symmetrie van kristallen in verband met de reststralen.

A. Sommerfeld: Die Ordnung des Eisenspektrums und Verwandtes.

*Bestuur.* In de vergadering van 26 Januari werd bij acclamatie in de vacature, ontstaan door het bedanken van den heer H. C. Burger, gekozen de heer D. Coster te Haarlem.

In dezelfde vergadering droeg de heer J. M. Burgers het voorzitterschap over aan den heer A. D. Fokker.

#### STRIKVRAGEN.

Vraag XV: Bij licht vriezend weer steke men zijn stok in versch gevallen sneeuw,  $\frac{3}{4}$  m diep b.v., en make door een beetje wrikken een nauw konisch gat. Zoodra men den stok wegtrekt, is het gat vol van een blauwig licht. Waar komt dit vandaan? en waarom is het blauw?

Antwoord op vraag XIII, luidende: *Men leidt stoom van water, dat onder normalen druk kookt, door een oplossing van zout in water. Deze oplossing zal een temperatuur aannemen, hooger dan 100° C., n.l. haar eigen kooktemperatuur. Hoe is het mogelijk dat aldus warmte van een bron van lagere temperatuur wordt overgebracht naar hoogere temperatuur?*

Om te beginnen kan men opmerken, dat waterdamp van 1 atm. druk niet in evenwicht kan zijn met een zoutoplossing die beneden haar kookpunt is. Bij de onderlinge aanraking moet er dus waterdamp in de zoutoplossing condenseeren. De vrijkomende condensatiewarmte zal de zoutoplossing verhitten net zoo lang totdat zij haar kookpunt bereikt heeft.

Is de zoutoplossing op haar kookpunt, dan nog is er geen evenwicht mogelijk met waterdamp van 100° en 1 atm., maar slechts met damp van 1 atm. en de hoogere oplossingskooktemperatuur. Er zal dus nog zooveel damp condenseeren tot het overblijvende met die hoogere temperatuur ontwijken kan.

Vraagt men nu: hoe kan door al deze overbrenging van warmte naar hooger temperatuur de entropie verminderen? dan is het antwoord dit, dat tegenover die entropievermindering een grootere entropievermeerdering staat als gevolg van de toenemende verdunning der zoutoplossing.

Nadruk der artikelen en reproductie der illustraties voorkomende in dit tijdschrift wordt bij deze overeenkomstig Art. 15 der Auteurswet 1912, uitdrukkelijk verboden.



# PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

4e JAARGANG

APRIL 1924

NUMMER 4.

## OVER DE EVENWICHTSVERDEELING DER ELECTRICITEIT OP EEN GEÏSOLEERDE, GELEIDENDE ELLIPSOIDE

door C. DE JANS.

In een voorgaand nummer van dit Tijdschrift <sup>1)</sup> heeft de heer W. Uitterdijk de opmerking gemaakt, dat als men een vrijelijk geëlectriseerde cirkelvormige schijf door een stelsel van evenwijdige rechten in strooken van dezelfde breedte gesneden denkt, dan op elke strook evenveel lading zit. <sup>2)</sup> Deze opmerking kan gemakkelijk veralgemeend worden, als volgt.

Beschouwen we een geïsoleerde, geleidende drieassige ellipsoïde in electrostatisch evenwicht en aan alle uitwendige invloeden onttrokken. Zij  $Q$  haar totale lading; noemen we  $O$  het middelpunt,  $P$  een willekeurig punt der ellipsoïde,  $u$  de loodrechte afstand van  $O$  tot het raakvlak in  $P$ . Het is welbekend, dat de oppervlakedichtheid  $\psi$  der lading in  $P$  evenredig is met dien afstand  $u$ ; en men heeft, als  $V$  het volume der ellipsoïde voorstelt,

$$\psi = \frac{Q}{3V} u.$$

Een oppervlakelement  $\delta\sigma$  in  $P$  draagt dus een lading

$$\delta Q_1 = \frac{Q}{3V} u \delta\sigma,$$

of, als  $\delta v$  den inhoud voorstelt van den elementairen kegel met basis  $\delta\sigma$  en top  $O$ ,

$$\delta Q_1 = \frac{Q}{V} \delta v. \quad (1)$$

<sup>1)</sup> Zie *Physica*, 3e Jaargang, p. 290–302.

<sup>2)</sup> T. a. p., p. 295.

Snijden we de ellipsoïde door een plat vlak  $\Pi$ <sup>1)</sup>; dat vlak snijdt de ellipsoïde volgens een ellips  $E$ ; beschouwen we het ellipsoidale segment  $S$ , dat door  $\Pi$  van het lichaam der ellipsoïde wordt afgezonderd en  $O$  niet bevat, alsmede de ellipsoidale kap  $K$ , die het kromme oppervlakdeel van dat segment uitmaakt. Zij  $v_1$  het volume van  $S$ ,  $v_2$  de inhoud van den kegel  $k$ , waarvan  $O$  de top is die de ellips  $E$  tot basis heeft.

De lading  $Q_1$  der kap  $K$  zal krachtens de formule (1) zijn

$$Q_1 = \frac{Q}{V} v,$$

waarbij  $v$  het volume voorstelt van het lichaam, begrensd door de kap  $K$  en door den mantel van den kegel  $k$ . Er komt dus

$$Q_1 = \frac{Q}{V} (v_1 + v_2). \quad (2)$$

Trekken we nu den diameter der ellipsoïde, die toegevoegd is aan de richting van het vlak  $\Pi$ ; zij  $\alpha$  zijn helling ten opzichte van dat vlak. Noemen we  $X$  het punt, waar die diameter het vlak  $\Pi$  doordringt, en  $A$  het punt, waar hij de kap  $K$  treft. Stellen we resp. door  $x$ ,  $a$ ,  $x^1$  de lengten  $OX$ ,  $OA$ ,  $AX$  voor. Duiden we nog door  $E$  den vlakken inhoud der ellips  $E$  aan en door  $E_0$  den inhoud der centrale doorsnede der ellipsoïde met een plat vlak evenwijdig aan  $\Pi$ . Een welbekende formule der integraalrekening geeft dan <sup>2)</sup>

$$v_1 = E_0 \sin \alpha \left( a - x - \frac{a^3 - x^3}{3a^2} \right).$$

Anderdeels geldt de betrekking

$$E = E_0 \cdot \frac{a^2 - x^2}{a^2};$$

de inhoud van den kegel  $k$  met hoogte  $x \cdot \sin \alpha$  is dus

$$v_2 = \frac{1}{3} E x \cdot \sin \alpha = E_0 \sin \alpha \cdot \frac{a^2 x - x^3}{3a^2}.$$

Nu gaat (2) over in

$$Q_1 = \frac{Q}{V} \cdot \frac{2}{3} (a - x) E_0 \sin \alpha.$$

1) We redeneeren voor het algemeene geval, dat  $\Pi$  niet door  $O$  is getrokken; maar het is duidelijk dat in het tegenovergestelde geval de redeneering *mutatis mutandis* blijft doorgaan. Zelfde opmerking als we het segment beschouwen, dat  $O$  bevat.

2) Zie b.v. J. A. Serret, *Cours de Calcul différentiel et intégral*, t. II, p. 274.

Doch men heeft<sup>1)</sup> 
$$V = \frac{4}{3} \cdot a E_0 \sin \alpha,$$

alsook 
$$a - x = x^1;$$

derhalve 
$$Q_1 = Q \cdot \frac{x^1}{2a}. \quad (3)$$

Deze uitkomst toont dat, als het vlak *II* verschillende evenwijdige standen inneemt ( $a = \text{const.}$ ), de lading  $Q_1$ , door de ellipsoidale kap *K* gedragen, evenredig is met den afstand tusschen het punt *A* en het vlak *II*.

Hieruit volgt, dat als men door een stelsel van evenwijdige, aequidistante platte vlakken, waarvan de twee uiterste de ellipsoïde aanraken, het oppervlak dezer laatste in reepen<sup>2)</sup> verdeelt, dan al die reepen gelijke ladingen dragen.

Voor het geval van een bol is deze stelling van zelf sprekend, en als men de ellipsoïde laat ontaarden tot een cirkelvormige schijf, dan komt men tot de opmerking van den h. W. Uitterdijk.

#### Summary.

It is shown that if a freely charged, conducting ellipsoid in electrostatic equilibrium is divided up into strips by an arbitrary system of equidistant parallel planes, then each strip bears an equal charge.

1) Zijn  $a, b, c$  een stel van toegevoegde stralen der ellipsoïde,  $\theta$  de hoek tusschen  $b$  en  $c$ , dan gelden de bekende betrekkingen

$$V = \frac{4}{3} \pi a b c \cdot \sin \theta \cdot \sin \alpha,$$

$$E_0 = \pi b c \cdot \sin \theta.$$

2) De twee kappen aan de uiteinden rekenen we mede tot die reepen.

Gent, 31 Maart 1924.

## SAMENVATTENDE OVERZICHTEN.

### BOTSINGEN VAN DE TWEDE SOORT

door D. COSTER.

In de kinetische gastheorie worden de moleculen opgevat als volkomen veerkrachtige bolletjes. Gebruik makende van de wetten van behoud van arbeidsvermogen en impuls is men dan in staat op de bekende wijze rekenschap te geven van wrijving, warmtegeleiding en diffusieverschijnselen van gassen en de daarbij optredende grootheden, zoowel als de druk en specifieke warmte, in verband

te brengen met moleculaire constanten. Wanneer we het eenvoudigste geval van een éénatomig gas nemen, dan weten we uit de kinetische gastheorie, dat hierbij zich geen nadere complicaties voordoen, m. a. w. dat er dus in de atomen wel iets is, dat aan de voorstelling van de volkomen veerkrachtige bolletjes beantwoordt. Uit de quantatheorie weten we wat dit „iets” is.

Behoudens de energie van de translatiebeweging kan het atoom nog een „quanta-energie” opnemen; hierdoor komt het atoom in een bijzonderen toestand te verkeerren: één der electronen loopt niet in de rustbaan, maar in een baan van hogere energie, die ook weer door quantacondities wordt bepaald. De kleinste quanta-energie die het atoom op kan nemen is zeer veel grooter dan de gemiddelde energie der voortgaande beweging bij kamertemperatuur.

Het atoom is dus in den regel niet in staat quanta-energie op te nemen en zijn inwendige toestand blijft onveranderd, m. a. w. de botsingen zijn volkomen elastisch.

In dit artikel bespreken we niet de botsingen der kinetische gastheorie, maar juist dezulke, waarbij de quanta-energie der daarbij betrokken atomen of moleculen voor en na de botsing niet dezelfde is. We kunnen ons bijv. denken dat een gas verwarmd wordt, de kinetische energie der atomen neemt toe, ten slotte is er een niet meer verwaarloosbaar deel der botsingen, waarbij de energie der relatieve beweging grooter is dan de quanta-energie, die één der atomen op kan nemen. Dan zal het ook werkelijk voorkomen dat een gedeelte der atomen die quanta-energie opneemt en de volkomen elasticiteit der botsing is verloren. Dergelijke processen komen ongetwijfeld vele malen voor in de natuur, zij zijn evenwel voor een quantitatief onderzoek minder geschikt. Iets anders is het met de botsingen van electronen met atomen.

Stel we hebben een éénatomig gas. De inwendige energie van het atoom in zijn stabiele bewegingswijze zij  $u_1$ , de energie in de volgende quantabewegingswijze  $u_2$ . De proeven van Franck en Hertz hebben geleerd, dat wanneer bij de botsing de kinetische energie der electronen (we kunnen n.l. bij deze botsingen de atomen in den regel beschouwen als stilstaande) kleiner is dan  $u_2 - u_1$ , de botsing volkomen elastisch is. Is de kinetische energie van het botsende electron grooter dan dit bedrag, dan zal althans een gedeelte dezer botsingen zoo verlopen, dat het

electron de energie  $u_2 - u_1$  aan het atoom afstaat en dit uit zijn stabiele bewegingswijze in de volgende quantabeweging wordt overgebracht; het electron vliegt met de rest van zijn energie verder. <sup>1)</sup>

In een even interessant als kort artikel in de Zeitschrift für Physik (Deel IV p. 46) hebben nu Klein en Rosseland uit thermodynamische overwegingen de conclusie getrokken, dat ook het omgekeerde proces van het zoeven beschrevene mogelijk is en ook werkelijk in de natuur moet plaats grijpen. We beginnen dus met een atoom, dat *niet* in zijn stabiele bewegingswijze verkeert maar in een hooger en energietoestand met energie  $u_2$ , het „botst” met een electron, dat bijv. een zeer kleine snelheid heeft. Het atoom staat zijn overschot aan quanta-energie  $u_2 - u_1$  aan het electron af, dat dus met groote snelheid wegvliegt, terwijl het atoom na de botsing tot zijn stabiele bewegingswijze teruggekeerd is. Voor een dergelijke soort van botsing stelden Klein en Rosseland den naam voor van *botsingen van de 2de soort*, terwijl de botsingen door Franck en Hertz bestudeerd botsingen van de 1ste soort werden genoemd. Fig. 1 stelt een en ander schematisch voor. Het atoom met kleinere quanta-energie wordt door een kleineren cirkel aangeduid, wanneer het een grootere quanta-energie heeft door een grooten cirkel. Het kleinste cirkeltje stelt het electron voor, de pijl geeft richting en grootte van zijn snelheid aan.

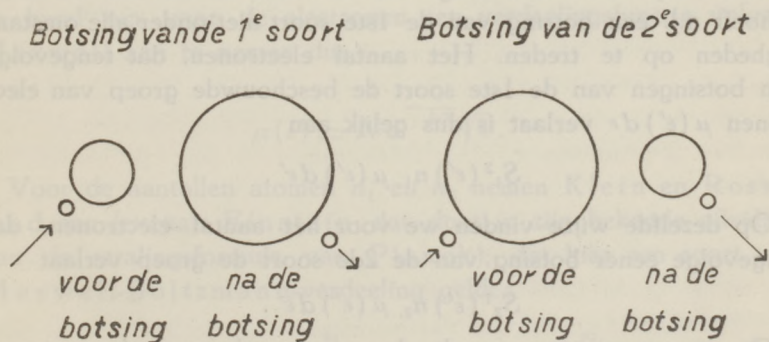


Fig. 1.

We zullen hier nu in beknopten vorm de beschouwingen van Klein en Rosseland weergeven. Eenvoudigheidshalve nemen

<sup>1)</sup> Voor een nadere bespreking zie G. Hertz, Physica 2, 15, 61, 93, 148, (1922).

we aan, dat we een éénatomig gas hebben, waarbij de atomen slechts in twee quantabewegingen kunnen verkeerren: er zijn  $n_1$ -atomen met een inwendige energie  $u_1$  en  $n_2$  atomen met de inwendige energie  $u_2$ , terwijl  $u_2 - u_1 = u$  een positieve grootheid is. De atomen in de 2 toestanden  $u_1$  en  $u_2$  zijn met elkaar in thermisch evenwicht. Verder is er een electronengas, dat op zichzelf in een toestand van evenwicht verkeert en waarvan de snelheden een of andere verdeelingsfunctie hebben, die we noemen  $\mu(\varepsilon) d\varepsilon$ , waarin  $\varepsilon$  is de kinetische energie der electronen. We vragen nu, welke voorwaarden vervuld moeten zijn, opdat er ook evenwicht besta tusschen de atomen en de electronen. We vatten een bepaalde groep van electronen met de kinetische energie tusschen de grenzen  $\varepsilon'$  en  $\varepsilon' + d\varepsilon'$  in het oog. Deze groep *verliest* per tijdseenheid een gedeelte zijner electronen, doordat zij een botsing van de 1ste soort uitvoeren met atomen in den toestand  $u_1$ . De eenvoudigste veronderstelling, die we kunnen maken is, dat dit aantal evenredig is met het aantal electronen  $\mu(\varepsilon') d\varepsilon'$  der betrokken groep en met het aantal atomen  $n_1$  in den toestand  $u_1$  en verder met een bepaalden factor  $S_1^2(\varepsilon')$  die de waarschijnlijkheid aangeeft dat een botsing van de 1ste soort plaats grijpt. Deze factor  $S_1^2$  bevat ten eerste iets als een „werkzame doorsnede” van het atoom, die we eventueel aan de kinetische gastheorie kunnen ontleenen en ten tweede een soort van waarschijnlijkheidsfactor zooals we die in de quantatheorie meer ontmoeten. Bij een ontmoeting van een atoom met een electron behoeft n.l. een botsing van de 1ste soort niet onder alle omstandigheden op te treden. Het aantal electronen, dat tengevolge van botsingen van de 1ste soort de beschouwde groep van electronen  $\mu(\varepsilon') d\varepsilon$  verlaat is dus gelijk aan

$$S_1^2(\varepsilon') n_1 \mu(\varepsilon') d\varepsilon'.$$

Op dezelfde wijze vinden we voor het aantal electronen, dat tengevolge eener botsing van de 2de soort de groep verlaat

$$S_2^1(\varepsilon') n_2 \mu(\varepsilon') d\varepsilon'.$$

Op twee manieren wordt de groep ook weer door nieuwe electronen verrijkt. Ten eerste door botsingen van de 1ste soort van electronen, die vóór de botsing de energie  $\varepsilon' + u$  bezitten. Dit aantal bedraagt:

$$S_1^2(\varepsilon' + u) n_1 \mu(\varepsilon' + u) d\varepsilon.$$

Ten tweede door botsingen van de 2de soort van electronen die vóór de botsing een energie  $\varepsilon' - u$  hebben, welk aantal bedraagt:

$$S_2^1(\varepsilon' - u) n_2 \mu(\varepsilon' - u) d\varepsilon'.$$

Als evenwichtsvoorwaarde krijgen we dus:

$$(1) \quad S_1^2(\varepsilon') n_1 \mu(\varepsilon') + S_2^1(\varepsilon') n_2 \mu(\varepsilon') = S_1^2(\varepsilon' + u) n_1 \mu(\varepsilon' + u) + S_2^1(\varepsilon' - u) n_2 \mu(\varepsilon' - u).$$

Het is gemakkelijk in te zien dat aan voorwaarde (1) voldaan is, wanneer voor alle waarden van  $\varepsilon$  de volgende betrekking geldt:

$$(2) \quad S_2^1(\varepsilon) n_2 \mu(\varepsilon) = S_1^2(\varepsilon + u) n_1 \mu(\varepsilon + u).$$

We willen er even op wijzen dat voorwaarde (2) niet alleen voldoende, maar ook noodzakelijk is. Voor het geval dat  $\varepsilon'$  in (1) kleiner is dan  $u = u_2 - u_1$ , is  $S_1^2 = 0$ , omdat electronen met energie kleiner dan  $u$  geen botsing van de 1ste soort kunnen uitvoeren. Ook is  $\mu(\varepsilon' - u) = 0$  voor het geval  $\varepsilon' < u$ , omdat de energie der electronen steeds positief is. In dit geval geldt dus zeker (2). Door vervanging van het argument  $\varepsilon'$  in (1) resp. door  $\varepsilon' + u$ ,  $\varepsilon' + 2u$  enz., bewijzen we successievelijk dat (2) ook moet gelden voor  $\varepsilon' + u$ ,  $\varepsilon' + 2u$ , enz.; dus geheel algemeen moet gelden.

We kunnen nu meer bepaalde onderstellingen invoeren betreffende de verdeelingsfuncties der atomen en electronen. Het ligt voor de hand om voor de electronen een verdeelingsfunctie volgens Maxwell aan te nemen dus:

$$\mu(\varepsilon) = N e^{-\frac{\varepsilon}{kT}} \sqrt{\varepsilon}.$$

Voor de aantallen atomen  $n_1$  en  $n_2$  nemen Klein en Rosse-land aan (evenals Einstein dat doet in zijn bekende afleiding van de stralingsformule van Planck), dat hier een soort van Maxwell-Boltzmann-verdeeling geldt:

$$n_1 = C p_1 e^{-\frac{u_1}{kT}}; \quad n_2 = C p_2 e^{-\frac{u_2}{kT}},$$

waarin de „gewichtsfuncties”  $p_1$  en  $p_2$  een maat geven voor de aprioristische waarschijnlijkheid, dat een atoom in den toestand  $u_1$ , respectievelijk  $u_2$  verkeert. Vergelijking (2) wordt dan gereduceerd tot:

$$(3) \quad S_2^1(\varepsilon) p_2 \sqrt{\varepsilon} = S_1^2(\varepsilon + u) p_1 \sqrt{\varepsilon + u}.$$

Ofschoon we van de factor  $S_2^1$ , die ons hier juist het meest interesseert, zeer weinig weten, kunnen we toch uit (3) een belangrijke conclusie trekken. De proeven van Franck en Hertz hebben bewezen, dat wanneer bij de botsing de energie der electronen maar weinig grooter is dan de energie  $u$  noodig om het atoom uit zijn stabiele bewegingswijze in een hoogerentatoestand te doen overgaan werkelijk een niet te verwaarloozen deel der botsingen ook zóó verloopt, dat het atoom in hoogerentatoestand gebracht wordt. Dit beteekent dus, dat (zie vergelijking (3)) de waarde van  $S_1^2(\varepsilon + u)$  niet meer te verwaarloozen is, zoodra  $\varepsilon$  slechts weinig grooter is dan 0. In het eerste lid derzelfde vergelijking komt echter de factor  $\sqrt{\varepsilon}$  voor. Om dezen factor te compenseeren moet  $S_2^1(\varepsilon)$  voor kleine waarden van  $\varepsilon$  juist groot zijn. Dit wil zeggen, dat de waarschijnlijkheid voor een botsing van de 2de soort groot is, wanneer het electron een kleine snelheid heeft. Te verwonderen hoeft dit resultaat ons niet: immers, wanneer het botsende electron een kleine snelheid heeft, blijft het gedurende langeren tijd in den invloedssfeer van het atoom en het is wel zeer plausibel dat juist dan de waarschijnlijkheid van overdracht van energie zeer groot is.

Ook wanneer atomen of moleculen onderling botsen is de mogelijkheid aanwezig voor een botsing van de 2de soort. Aangezien we hier met meer gecompliceerde omstandigheden te doen hebben, is het wenschelijk, dat we voor dit geval nog eens nader preciseeren, wat we onder zulk een botsing verstaan. Wanneer moleculen of atomen onderling botsen, noemen we een botsing van de 2de soort in het algemeen een dusdanige botsing, waarbij één der betrokken atomen tengevolge van de botsing quanta-energie *verliest*; dit atoom verkeert dus vóór de botsing in een hoogerentatoestand dan na de botsing. Franck <sup>1)</sup> heeft het eerst de beschouwingen van Klein en Rosseland uitgebreid tot de botsingen van atomen of moleculen onderling en daaruit allerlei interessante conclusies getrokken, die door hem en zijn leerlingen dan nader experimenteel op de proef zijn gesteld. <sup>2)</sup> We zullen hier geen chronologisch overzicht geven van alle

1) J. Franck, Zeitschrift für Physik 9, 259, 1922.

2) G. Cario, ZS. f. Physik, 10, 185, 1922.

G. Cario en J. Franck, ZS. f. Physik, 11, 161, 1922 en 17, 202, 1923.

Zie ook J. Franck en W. Grotrian, ZS. f. Physik 6, 35, 1921.



stappen, die achtereenvolgens op dezen weg gedaan werden, maar liever de tot nog toe bereikte resultaten in hun logisch verband bespreken.

Er komt dus zooals boven werd gezegd bij een botsing van de 2de soort quanta-energie vrij. Waar blijft deze energie? We hebben hier de volgende mogelijkheden nader onder de oogen te zien:

1e, de vrijgekomen quanta-energie wordt omgezet in kinetische energie der botsende atomen.

2e, de voorhanden quanta-energie van het eene atoom wordt geheel of gedeeltelijk verbruikt om het andere atoom in een hoogerem quantatoestand te brengen.

3e, quanta-energie wordt omgezet in chemische energie.

We zullen deze drie gevallen achtereenvolgens bespreken.

#### *I. Quanta-energie wordt omgezet in kinetische energie der botsende atomen.*

Dit is een botsing van geheel hetzelfde type als de door Klein en Rosseland beschouwde botsingen van atomen met electronen. Een mooi voorbeeld geven de proeven van Wood<sup>1)</sup> over de uitdooving van de fluorescentie van de bekende resonantielijne van kwik 2536,7 Å. (d. i. de lijn  $1,5 S - 2 p_2$  uit het serieschema). Het verschijnsel der resonantiestraling bij gassen is door Wood reeds lang voor het tot standkomen van Bohr's theorie experimenteel bestudeerd. We weten nu, dat — bijvoorbeeld in het geval van de lijn 2536,7 bij kwik — het verschijnsel daarin bestaat, dat het normale kwikatomen door de absorptie van deze lijn uit de stabile bewegingswijze (den toestand  $1,5 S$  in de taal der spectraaltermen) overgebracht wordt in den toestand  $2 p_2$ . Wanneer er met het atoom in den tusschentijd niets anders gebeurt (bijv. het botst niet met een ander atoom), kan het niets anders doen dan weer onder uitzending van dezelfde lijn tot de normale bewegingswijze terugkeeren. Al de geabsorbeerde energie wordt dus diffuus gereëmitteerd en het kwikatoom gedraagt zich voor deze lijn in zeker opzicht als een klassieke resonator, waarop geen andere wrijvingskrachten werken dan die der straling. Het verschijnsel is alleen goed te constateeren, als de kwikdamp zich in een goed geëvacueerde buis bevindt en zelf een druk heeft van niet meer dan een paar mm kwikhoogte. Wood onderzocht ook den invloed

1) R. W. Wood, Physik. ZS. 9, 450 (1908), Phil. Mag. 15, 581 (1908).

dien de aanwezigheid van een ander gas (lucht) op de resonantiestraling heeft. Het bleek dat deze daardoor sterk afnam, zoo zelfs dat een hoeveelheid lucht van een druk van 1 cm kwikhoogte, de intensiteit der resonantiestraling tot op ongeveer  $\frac{1}{5}$  verminderde. Dit laatste verschijnsel nu, de verzwakking der resonantiestraling van kwik door toevoeging van vreemde gassen, wordt door Franck verklaard als een botsing van de 2de soort. Het kwikatoom, dat in een hoogere quantabeweging verkeert, botst met een luchtmolecuul; door de botsing gaat het kwikatoom over in de stabiele bewegingswijze en de quanta-energie wordt omgezet in kinetische energie der botsende moleculen en wel zoo, dat daarbij de wet van behoud van hoeveelheid van beweging behouden blijft (het lichtere luchtmolecuul krijgt dus de grootste energie). Cario heeft deze opvatting door een nader onderzoek aannemelijker gemaakt. Ten eerste heeft hij de proeven van Wood herhaald maar in plaats van lucht als toegevoegd gas gebruikt een der inerte gassen (He, Ne, Ag), om de mogelijkheid van een of ander chemisch tusschenproces zooveel mogelijk uit te sluiten. Inderdaad werd eenzelfde invloed als bij toevoeging van lucht opgemerkt. Tevens trachtte Cario het verschijnsel ook eenigszins quantitatief te verklaren. Wanneer een kwikatoom in den hoogerem quantatoestand  $2p_2$  verkeert, kan het op twee manieren in zijn normalen toestand  $1,5S$  terugkeeren: door uitstraling van de lijn 2536,7 of door botsing met een luchtmolecuul; het relatieve voorkomen van beide processen geeft een maat voor de intensiteit van de resonantiestraling. Tot een schatting van de intensiteit der resonantiestraling komt Cario nu door aan te nemen, dat, wanneer het kwikatoom *niet* botst, het zijn energie gemiddeld na  $10^{-8}$  sec. uitstraalt, en dat, wanneer het vóór dien tijd met een atoom van het toegevoegde gas botst, ook altijd de quanta-energie in kinetische energie der botsende atomen wordt omgezet. Men moet dus nog een onderstelling invoeren over de straal van de werkingsfeer van het kwikatoom, dat in den toestand  $2p_2$  verkeert. Cario vindt, dat hij, om ook quantitatief een bevredigende overeenstemming met Wood's resultaten te verkrijgen, hiervoor moet nemen een ongeveer 3 maal grootere straal, dan uit de kinetische gastheorie voor het normaal kwikatoom bepaald wordt. Dat men hier een grootere straal vindt, is op zichzelf natuurlijk zeer plausibel, daar het electron in den  $2p_2$  toestand ook op een grootere baan loopt.

Bestraalt men kwikdamp met de ultraviolette kwiklijn  $1849 \text{ \AA}$ , dan krijgt men in het resonantiespectrum zoowel deze lijn als de lijn  $2536,7$ . De lijn  $1849$  is de eerste lijn van het singletsysteem ( $1,5 S - 2 P$ ) van kwik; wanneer dus de lijn  $2536,7$  ook zal optreden, moet het atoom, dat eerst in den toestand  $2 P$  gebracht was door absorptie van  $1849$ , daarna op een of andere wijze van  $2 P$  in den toestand  $2 p_2$  overgaan, om van hieruit onder uitzending van  $2536,7$  in den normalen toestand  $1,5 S$  terug te keeren. Hoe geschiedt de overgang van  $2 P$  tot  $2 p_2$ ? Zal deze door stralingsprocessen plaats grijpen dan moet dit langs een omweg geschieden, daar de directe stralingsovergang van  $2 P$  naar  $2 p_2$  uitgesloten is. Dit zou bijv. kunnen via den toestand  $2,5 S$ . We krijgen dan eerst  $2 P - 2,5 S =$  absorptie van de ultrarode lijn  $10140 \text{ \AA}$ . en daarna  $2 p_2 - 2,5 S =$  emissie van de groene lijn  $4078 \text{ \AA}$ . Het is evenwel niet zeer waarschijnlijk dat zulk een proces plaats grijpt aangezien een dergelijke emissie niet wordt waargenomen. Het ligt dus voor de hand ook hier aan te nemen dat de overgang  $2 P \rightarrow 2 p_2$  direct door een botsing van de 2de soort met een ander kwikatoom plaats grijpt en dat het verschil in quanta-energie dezer twee toestanden ten goede komt aan de energie der translatiebeweging der beide botsende atomen.

Bovenstaande hypothese krijgt een sterken steun door een onderzoek van Franck en Cario van een analoog verschijnsel bij Na-damp. Het Na-spectrum heeft een doubletstructuur, het eerste doublet der hoofdsérie vormen de bekende D-lijnen  $5890$ , ( $1,5 s - 2 p_1$ ) en  $5896 \text{ \AA}$  ( $1,5 s - 2 p_2$ ), het tweede doublet zijn de lijnen  $3302,3$  ( $1,5 s - 3 p_1$ ) en  $3302,9$  ( $1,5 s - 3 p_2$ ). De D-lijnen zijn typische resonantielijnen ( $1,5 s$  is de normale toestand van het Na-atoom). Bestraalt men Na-damp met de lijn  $3302,9$ , zoo treft men in het resonantiespectrum zoowel deze lijn als de de beide D-lijnen aan. Nu is er toevalligerwijze ook een intensieve zinklijn die in golflengte zeer nauwkeurig met de Na-lijn  $3302,9$  overeenkomt en dit maakt het experimenteren in dit geval veel gemakkelijker. We moeten dus volgens de bovenstaande verklaring aannemen dat wanneer we Na-damp met de zinklijn  $3302,9$  bestralen deze lijn geabsorbeerd wordt en de Na-atomen overgaan in den toestand  $3 p_2$ . Een gedeelte dezer atomen botsen voor zij hun energie uitgestraald hebben met andere atomen en gaan tengevolge der botsing over in den toestand  $2 p_1$  of  $2 p_2$ .

Daarna zenden zij één der  $D$ -lijnen uit en gaan weer over in hun stabiele bewegingswijze. Het te veel aan energie ( $2p_1 - 3p_2$  of  $2p_2 - 3p_2$ ) gaat bij de botsing over in kinetische energie der beide botsende atomen. Het Na-atoom, dat op deze wijze in een bewegingswijze  $2p_1$  of  $2p_2$  geraakt, heeft dus een abnormaal groote snelheid; zendt dit nu een  $D$ -lijn uit, dan is deze volgens het principe van Doppler verbreed. Het is nu de vraag deze verbreding te constateeren. Op een even eenvoudige als elegante

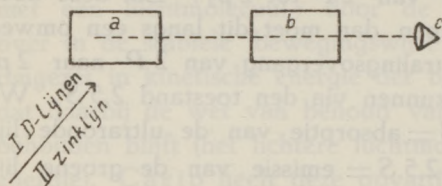


Fig. 2.

wijze is dit door Franck en Cario gedaan. In fig. 2 stellen de beide rechthoeken Na-resonantielampen voor. Dit zijn geëvacueerde kwartsbuizen, die een weinig metalliek natrium bevatten, zij worden op een temperatuur van ongeveer  $200^\circ$  gehouden. Lamp  $a$  wordt afwisselend bestraald óf door de  $D$ -lijnen van een Na-lichtbron (geval I) óf door de lijn 3302,9 van een zinkvonk (geval II). De pijl in fig. 2 geeft het invallende primaire licht aan, de primaire lichtbronnen staan niet in de figuur. In  $c$  wordt in de beide gevallen het  $D$ -lijnen-resonantielicht waargenomen. De omstandigheden worden zoo geregeld, dat in de twee gevallen bij ontbreken van de lamp  $b$  de intensiteit van het  $D$ -lijnen-resonantielicht hetzelfde is. Schakelt men nu lamp  $b$  in, dan blijkt dat in geval I het resonantielicht van lamp  $a$  sterker in  $b$  wordt geabsorbeerd dan in geval II. Dit is juist wat men moet verwachten. In geval II heeft men een verbreding der uitgezonden  $D$ -lijnen volgens het principe van Doppler, alleen de kern van de lijnen wordt in de lamp  $b$  geabsorbeerd en er komt dus meer licht bij den waarnemer in  $c$  dan in het geval I, waar geen verbreding der  $D$ -lijnen plaats vindt.

Botsingen van het boven beschreven type komen ongetwijfeld ook in vlammen voor. Het ligt wel het meest voor de hand aan te nemen, dat de chemische energie der binding direct in quanta-energie van het molecuul wordt omgezet. Beschouwen we bijv. de waterstof-zuurstofvlam. Mocht men aannemen, dat men hier alleen met de binding van twee waterstofatomen en één zuurstofatoom te doen had, dan was het geval wel zeer eenvoudig. Het

zou dan in strijd zijn met de impulswet, wanneer men aannam, dat de chemische energie der binding direct in energie der translatie werd omgezet. In werkelijkheid heeft men ook nog een dissociatie-proces van het zuurstofmolecuul. Toch is niet goed in te zien, hoe dit dissociatieproces aanleiding zou kunnen zijn, dat de chemische energie onmiddellijk in translatie-energie werd omgezet. Veel waarschijnlijker is, dat het molecuul direct na zijn ontstaan in een hoogerem quantatoestand verkeert. Het kan dan in zijn stabiele bewegingswijze overgaan of door straling, of door te botsen met een ander molecuul. In het laatste geval wordt de quanta-energie geheel in warmte-energie omgezet.

II. *Quanta-energie van het ééne atoom wordt geheel of gedeeltelijk in quanta-energie van het andere omgezet.*

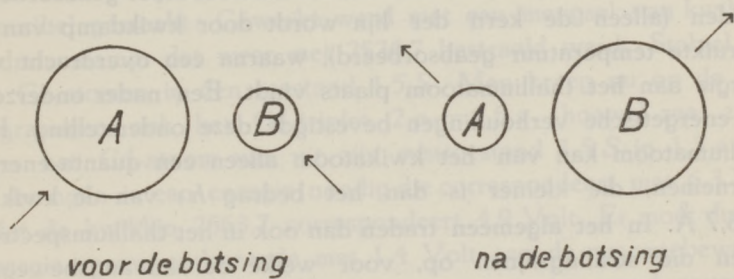


Fig. 3.

Dit geval wordt schematisch aangegeven door fig. 3. Evenals in fig. 1 stelt een groote cirkel een atoom in een hoogerem quantatoestand voor, een kleine cirkel beteekent een atoom in een lagerem quantatoestand. De pijlen geven hier de snelheden der atomen aan. Zijn  $A$  en  $B$  atomen van dezelfde soort, dan is het hier bedoelde proces empirisch niet te konstateeren. Ongetwijfeld moet evenwel — zooals uit het volgende blijken zal — dergelijk stuivertje-verwisselen van quanta-energie door botsing veelvuldig in de natuur voorkomen. Wanneer  $A$  en  $B$  van verschillende soort zijn, is een overdracht van quanta-energie door botsing als volgt mogelijk.  $A$  is in een hoogere quantabeweging en in staat de quanta-energie  $h\nu_A$  af te geven.  $B$  is in de stabiele bewegingswijze, er is een energie  $h\nu_B$  noodig om dit atoom tot de eerst-hoogerem quantabeweging op te voeren. Wanneer nu  $h\nu_B$  kleiner is dan  $h\nu_A$ , dan kan  $B$  door de botsing met  $A$  de

energie  $h\nu_B$  opnemen, het overschot van  $A$ 's energie  $h\nu_A - h\nu_B$  wordt in translatie-energie omgezet.

Door Franck en Cario is dit type van botsing experimenteel onderzocht. Voor de eene atoomsoort werd kwik genomen; voor de andere thallium, zilver, cadmium. Een kwartsbuis, die een weinig kwikdamp en thalliumdamp bevatte, werd met de kwiklijn 2536,7 Å. bestraald, het resonantiespectrum, dat de buis daarbij uitzond, bleek behalve deze kwiklijn ook eenige thalliumlijnen te bevatten. Om deze thalliumlijnen behoorlijk intensief te verkrijgen moest er voor gezorgd worden dat de kwiklijn geen verbreding en omkeering vertoonde.

Was alleen thalliumdamp aanwezig, dan kwam het thallium-spectrum *niet*, wanneer met 2536,7 Å. bestraald werd. Dit alles bewijst, dat deze lijn eerst door een kwikatoom moet geabsorbeerd worden (alleen de kern der lijn wordt door kwikdamp van de gebruikte temperatuur geabsorbeerd), waarna een overdracht van energie aan het thalliumatoom plaats vindt. Een nader onderzoek der energetische verhoudingen bevestigde deze onderstelling. Het thalliumatoom kan van het kwikatoom alleen een quanta-energie overnemen, die kleiner is dan het bedrag  $h\nu$  van de kwiklijn 2536,7 Å. In het algemeen traden dan ook in het thallium-spectrum alleen die stralingslijnen op, voor welke de aanvangsbeweging dichter bij de stabiele bewegingswijze van Tl ligt, dan aan  $h\nu$  van 2536,7 beantwoordt.

Hoe kleiner de opgenomen  $h\nu$  van Tl is, des te grooter is het bedrag aan quanta-energie dat door de botsing in energie der translatie wordt omgezet. De uitgezonden Tl-lijn vertoont dan dus een grooter Doppler-effect. Ook hiervoor kregen Franck en Cario vingerwijzingen. De stabiele bewegingswijze van het Tl-atoom is een  $2p_2$ -toestand.<sup>1)</sup> In het op de boven beschreven wijze opgewekte Tl-spectrum, kwamen de beide lijnen voor  $2p_2 - 1,5s = 3776$  Å. en  $2p_2 - 3d_2 = 2768$  Å. Beide lijnen zijn absorptielijnen van Tl. De intensiteitsverhouding was evenwel niet de normale: 3776 Å. was zeer sterk, 2768 was zwak. Gaat het Tl-atoom tengevolge der botsing in den toestand  $1,5s$  over, dan is er een groot overschot aan quanta-energie, dat in translatie-energie wordt omgezet, er treedt bij uitzending van de lijn 3776 een sterk Doppler-effect op; deze

<sup>1)</sup> Dit hangt hiermede samen, dat het optische electron bij Tl in een  $6z$ -baan gebonden is.

lijn wordt dus nagenoeg niet weer in andere Tl-atomen geabsorbeerd. In het geval van de lijn 2768, die dicht bij de kwiklijn 2536,7 ligt, is het energie-overschot veel geringer; deze lijn wordt dus weer in andere Tl-atomen geabsorbeerd, die dan in vele gevallen op andere wijze (*niet* onder uitzending van 2768 Å.) uit den toestand  $3d_2$  tot de stabiele beweging terugkeeren. Analoge resultaten verkreeg men bij de andere onderzochte combinaties.

Op één merkwaardige bijzonderheid dient nog gewezen te worden: In bepaalde gevallen kan het voorkomen, dat atoom  $B$  (zie fig. 3) een *grootere* quanta-energie opneemt dan  $A$  afstaat. Het ontbrekende bedrag  $h\nu_B - h\nu_A$  moet nu gevonden worden uit de energie der relatieve beweging der beide botsende atomen. Dat ook dit proces voorkomen kan, is op de volgende wijze plausibel gemaakt: Gewerkt werd met een mengsel van kwik- en cadmiumdamp, dat weer met 2536,7 bestraald werd. Stabiël zijn de Cd-atomen in den toestand  $1,5S$ . Men kreeg nu op de photogrammen ook het Cd-triplet  $2p_i - 1,5s$ , hoewel zeer zwak. Om het Cd-atoom van uit zijn rusttoestand  $1,5S$  in  $1,5s$  over te brengen is een energie noodig die correspondeert met 6,3 Volt. Met de kwiklijn 2563,7 correspondeert 4,9 Volt. Er moet dus een energie corresponderende met 1,4 Volt aan de warmtebeweging worden ontleend. Hiermede in overeenstemming werd gevonden, dat het triplet  $2p_i - 1,5s$  pas kwam (in tegenstelling met de andere Tl-lijnen) als de temperatuur van de damp minstens  $800^\circ$  was. Een berekening leert, dat dan bij slechts  $3 \cdot 10^{-5}$  deel der botsingen de energie der relatieve beweging groot genoeg was om het ontbrekende deel der quanta-energie te leveren. Dit scheen niet in tegenspraak te zijn met de waargenomen intensiteitsverhoudingen.

### III. Quanta-energie wordt in chemische energie omgezet.

Het bestaan van een dergelijk proces werd door Franck en Cario door een bijzonder fraai experiment aangetoond. Het betrof de dissociatie van waterstof. De dissociatie-energie van waterstof, die langs thermischen weg bepaald is, ligt tusschen 80 en 100 kcal per mol. Dit beantwoordt aan de energie van een electron, dat een spanningsverval van 3,6—4 Volt doorloopen heeft. Wanneer het waterstofmolecuul direct door lichtabsorptie zou dissociëren, dan zou volgens de  $h\nu$ -betrekking van Einstein

licht van een golflengte van ongeveer 3200 Å. voldoende zijn. In werkelijkheid is het waterstof volkomen doorzichtig tot ongeveer 1300 Å. Wanneer waterstof door electronen gebombardeerd wordt, treedt pas bij ongeveer 10 Volt een lichtemissie op, bij bombardement van 18-Volt-electronen komt eerst het zichtbare bandenspectrum. Dit bewijst dus, dat hierbij het moleculair verband nog niet verbroken is en dat het waterstofmolecuul een ongeveer 5 maal grotere energie dan zijn dissociatie-energie op kan nemen zonder uit elkaar te vallen. Franck kwam op de gelukkige gedachte te probeeren, of nu het waterstofmolecuul niet door botsing met een of ander atoom, dat in een hoogere quantatoestand verkeert, kan dissociereen. Hierbij is natuurlijk noodig, dat de daarbij vrijkomende quanta-energie minstens zoo groot is als de dissociatie-energie. Dit is het geval als we kwikatoemen hebben, die de lijn 2536,7 Å. geabsorbeerd hebben en dus in de  $2p_2$ -toestand verkeeren, een geval dat experimenteel gemakkelijk te realiseeren is. Als reactie op het *atomaire* waterstof werd zijn reduceerende werking op koperoxyde of wolframtrioxyde genomen. De inrichting van het experiment kan men zich nu gemakkelijk voorstellen. Een weinig waterstof en kwikdamp in een te voren goed geëvacueerd kwartsbuis werd bestraald met de lijn 2536,7. Aan de buis was verbonden een Mac-Leod met tusschenschakeling van een vloeibare-lucht-koeling, verder was er nog een zijbuisje met het te reduceeren koperoxyd en één met phosphorpentoxyde. Wanneer nu met de lijn 2536,7 bestraald werd, bleek de spanning, (afgelezen met de Mac-Leod), te dalen, hield men met de bestraling op, dan bleef de spanning weer constant. Nam men de luchtkoeling weg, dan steeg de spanning aanvankelijk weer, om vervolgens weer langzamerhand op zijn vorige waarde te dalen. Dit was te danken aan het water, dat bij de reductie van het metaaloxijde ontstaat en eerst in de luchtkoeling werd vastgehouden. Het kwam vrij, wanneer men de vloeibare lucht wegnam, om dan door het phosphorpentoxyde geabsorbeerd te worden. Door controleerende proeven werd bewezen, dat bovengenoemde verschijnselen alleen optraden, wanneer deze drie voorwaarden vervuld waren: aanwezigheid van kwik en van waterstof, en bestraling met de lijn 2536,7 Å., die geen zelfomkeer vertoonen mag. Het koperoxyde bleek na eenigen tijd aan de oppervlakte gereduceerd te zijn, hetgeen aan de roode kleur te herkennen was.



Proeven als deze openen een nieuw perspectief voor de scheikunde. Het is duidelijk, dat men althans theoretisch op deze wijze dissociatie-energieën buitengewoon nauwkeurig bepalen kan. De groote experimenteele moeilijkheid ligt evenwel hierin, dat slechts een bovenste grens voor de dissociatie-energie verkregen wordt en men niet over voldoende keus beschikt van atomen, die het kwik vervangen zouden moeten om deze energie zooveel mogelijk te benaderen.

Ongetwijfeld hebben we in vele gevallen waar chemische processen geschieden of althans bespoedigd worden bij toetreding van licht met een dergelijke botsing van de tweede soort te doen. Het is een groot succes der quanta-theorie, dat men nu ook zulke processen leert „begrijpen”, een succes, dat we voornamelijk aan Franck en zijn medewerkers te danken hebben.

---

## VERSLAGEN.

---

### NEDERLANDSCHE NATUURKUNDIGE VEREENIGING.

*Vergadering van Zaterdag 29 Maart 1924, te Amsterdam.*

De heer C. J. Brester doet eene mededeeling

*Over de Symmetrie van kristallen in verband met de reststralen.*

Het reflexievermogen van verschillende kristallen voor ultrarode stralen is door Rubens, Schäfer, e. a., bepaald voor verschillende golflengten. De krommen, die het reflexievermogen als functie van de golflengte van het invallende licht voorstellen, vertoonen bijna steeds verschillende, voor het kristal kenmerkende maxima, waar het reflexievermogen in een klein golflengte-interval plotseling een veel hoogere waarde bereikt dan in de omgeving van dit interval. (Deze bijzonder sterk teruggekaatste stralen noemt men de reststralen van het kristal.) De verklaring is in beginsel zeer eenvoudig: het kristal, als atoomrooster of ionenrooster beschouwd, kan verschillende eigentrillingen uitvoeren. Wanneer nu de frequentie van het opvallende licht vrijwel overeenstemt met de frequentie van zulk een eigentrilling, dan kan resonantie optreden, en als gevolg daarvan een sterke reflexie van het opvallende licht, gepaard aan een sterke absorptie van de in het

kristal binnendringende straling. Men mag dit echter *niet* omkeeren, en zeggen, dat elke eigentrilling van het rooster een reflexiemaximum oplevert, want de mogelijkheid op resonantie bestaat alleen dan, wanneer energiewisseling mogelijk is tusschen het licht en het trillend systeem, en dat kan alleen wanneer bij de eigentrilling een *electrisch moment* optreedt, waarvan de component in de richting van de electriche lichttrilling niet nul is. Een theorie der reststralen komt dus in de eerste plaats neer op een theorie van het electriche moment der eigentrillingen.

Om dat te kennen, moet men weten, welke configuraties de ionen van het rooster tijdens het uitvoeren van een eigentrilling vertoonen. Deze hangen echter nauw samen met de *symmetrie-eigenschappen* van het kristal, zooals men zich met eenvoudige voorbeelden gemakkelijk duidelijk kan maken.

Bij het beschouwen van de symmetrie-eigenschappen is het wenschelijk, het kristal naar alle richtingen oneindig uitgestrekt te denken, teneinde geen last van den invloed der begrenzing te hebben. Het is echter van belang op te merken, dat het aantal eigentrillingen eindig blijft. Weliswaar kan een oneindig rooster oneindig veel eigentrillingen uitvoeren, maar het is duidelijk, dat alleen die eigentrillingen hier van belang zijn, waarbij gelijkwaardige punten op gelijke wijze trillen, en het aantal van deze trillingen is, zooals men gemakkelijk ziet, eindig.

Het oneindige kristalnet kan nu volgens Schönflies op 230 verschillende wijzen door symmetrie-eigenschappen gekenmerkt zijn, corresponderend met de 230 door hem afgeleide „ruimte-groepen”. Behalve deze zijn de 32 „puntgroepen” van belang, die de bekende 32 kristalklassen definieeren. Tusschen de ruimte-groepen en de puntgroepen bestaat een belangrijke relatie: de z.g. *wet der isomorphie*. Om deze te kunnen formuleeren voeren we eerst het begrip „isomorphe operaties” in, en verstaan daaronder operaties die wat betreft de richting der symmetrieëlementen en de grootte der draaiingshoeken met elkaar overeenkomen. Zoo is b.v. een wenteling om een as  $a$  over een hoek  $\alpha$  isomorph met een schroefing om een as  $b$  over denzelfden hoek  $\alpha$ , wanneer  $a$  en  $b$  evenwijdig zijn. De bedoelde wet der isomorphie zegt nu, dat bij elke ruimtegroep een der 32 puntgroepen behoort, zoodanig, dat aan elke operatie der ruimtegroep een daarmede isomorphe operatie der puntgroep beantwoordt. Men kan nu bewijzen, dat het mogelijk is, bij ieder kristalnet een uit een

eindig aantal deeltjes samengesteld systeem op te bouwen, dat de operaties van die puntgroep toelaat, die met de ruimtgroep van het net isomorph is, en wel zoodanig, dat de betrekkingen die tengevolge van de symmetrie-eigenschappen tusschen de amplituden der trillende punten bestaan, in dit eindige systeem geheel dezelfde zijn als in het kristalnet. Daarmee is het probleem van de roostertrillingen op het analoge probleem van de trillingen van eindige systemen teruggebracht. Daar hier slechts 32 symmetriemogelijkheden bestaan, is daardoor een belangrijke vereenvoudiging verkregen. Het gestelde probleem kan nu voor deze eindige systemen betrekkelijk eenvoudig worden opgelost door het invoeren van geschikt gekozen nieuwe veranderlijken in de trillingsvergelijkingen. In verband met het bovenstaande is de vraag naar de roostertrillingen dan tegelijk opgelost.

Door te letten op de metingen der reststralen kan de hier aangeduide theorie getoetst worden. Het is daarbij een vereischte, dat van het kristal zoowel de structuur als de reststralen nauwkeurig bekend zijn. In die gevallen, waarin deze voorwaarde vervuld was, zooals b.v. bij de alkali-haloïden, zinkblende, kalkspaat, salpeter enz. bleek een zeer goede overeenstemming tusschen de theorie en het experiment te bestaan.

---

De heer Sommerfeld, uit München, houdt eene voordracht

*Ueber die Struktur des Eisenspektrums.*

Der Vortragende erläutert einleitend den Gebrauch der „inneren Quantenzahlen“  $j$  an dem Spectrum des  $Hg$  (aufgenommen mit dem Bonner Gitter). Die Duplicität gewisser Satelliten und die Einfachheit der dritten Hauptlinie im zusammengesetzten Triplett der I. N. S. zeigen, dass der  $D$ -Term (Singulett-Term) fast genau gleich ist dem grössten der drei  $d$ -Terme (Triplett-System) und dass man jenem bez. diesem die Zahl  $j=2$  bez.  $j=1$  beilegen muss. Infolge dessen werden in der Reihe  $S, P, D, \dots$  der Singulett-Terme die  $j$ -Werte  $0, 1, 2, \dots$ . Ferner wird je für den  $s$ -Term in der Reihe der Triplett-, Quintett-, Septett-Terme  $j=1, 2, 3$ .

Der Wechsel zwischen geradzahligem und ungeradzahligem Termcharakter und die regelmässige Zunahme der maximalen Multiplicität beim Fortschreiten im periodischen System von links

nach rechts lässt für das Eisenspektrum erwarten: Triplett, Quintett und Septett-Terme, welche in der Tat von Walters in Washington und von Laporte in München gefunden worden sind, (vgl. auch eine demnächst erscheinende Arbeit von Hn. Goudsmit in Leiden), vielleicht auch Singulett- und Nonett-Terme, die bisher unbekannt sind. Beispiele für „Multipletts“ aus dem Quintett- und Septett-System und für Interkombinationen zwischen dem Triplett- und Quintett-System werden projicirt. An einen Ausschnitt aus dem Atlas von Fabry und Buisson (fig. 1) wird gezeigt, wie die Multipletts gegenseitig über einander greifen.

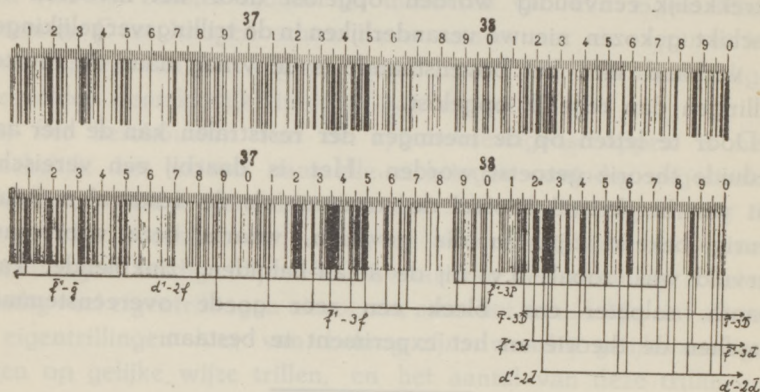


Fig. 1.

Quintett-Terme sind mit kleinen, Triplett-Terme mit grossen Buchstaben bezeichnet. In beiden Systemen giebt es zwei Arten z.B.  $f$ ,  $\bar{f}$ ,  $D$ ,  $\bar{D}$ , etc. Die Combination ( $f f$ ) in der Mitte der Figur besteht aus  $2+3+3+3+2=13$  Componenten, die links anschliessende Combination ( $d f$ ) aus  $3+3+3+2+1=12$  Componenten. Das Multiplett ( $d \bar{d}$ ) am rechten Ende der Figur gehört zum Absorptionsspektrum und enthält die stärksten Linien des ganzen Fe-Spektrums.

Zur Auffindung der Multipletts in der Untersuchung von Laporte dienten; 1) die paarweise Gleichheit der  $\Delta \nu$  gemäss dem theoretischen Schema der Multipletts, 2) die Temperaturklassen von King, 3) die Intervallregel von Landé, 4) eine früher vom Vortragenden aufgestellte Intensitätsregel, 5) die Zeeman-Aufspaltungen der einzelnen Linien, welche von Hn. Babcock im Mt. Wilson Observatory mit bemerkenswerter Vollständigkeit beobachtet und dem Vortragenden freundlichst zur Verfügung gestellt sind.

Es ist nicht nötig, dass die Zeeman-Aufspaltungen aller Componenten eines Multipletts aufgelöst oder gemessen sind, vielmehr genügt es, um eine vermutete Deutung zu prüfen, das ungefähre Aufspaltungsbild für die eine oder andere Componente zu kennen

und mit dem theoretischen zu vergleichen. Die Reduktion der gemessenen magnetischen Aufspaltungen auf rationale Teile der normalen Aufspaltung (Runge'sche Nenner) lässt sich mit hinreichender Sicherheit nicht für die einzelne Komponente sondern nur für den ganzen Liniencomplex und nur im Anschluss an die theoretische Deutung vornehmen.

Auf diese Weise wurden etwa 20 % aller Eisenlinien eingeordnet, darunter alle stärkeren Linien. Von den übrig bleibenden konnte ein Teil als Funkenlinien nachgewiesen werden.

Sehr auffallend ist beim Eisenspektrum, dass die *s*- und *p*-Terme an Bedeutung hinter den *d*- und *f*-Termen zurücktreten und dass die Termdifferenzen  $\Delta \nu$  der letzteren von derselben Grössenordnung sind wie die der *p*-Terme. Auch weit getrennte „Uebergangsterme“ ( $k=5$ ) kommen im Quintett- und Triplett-Systeme vor.

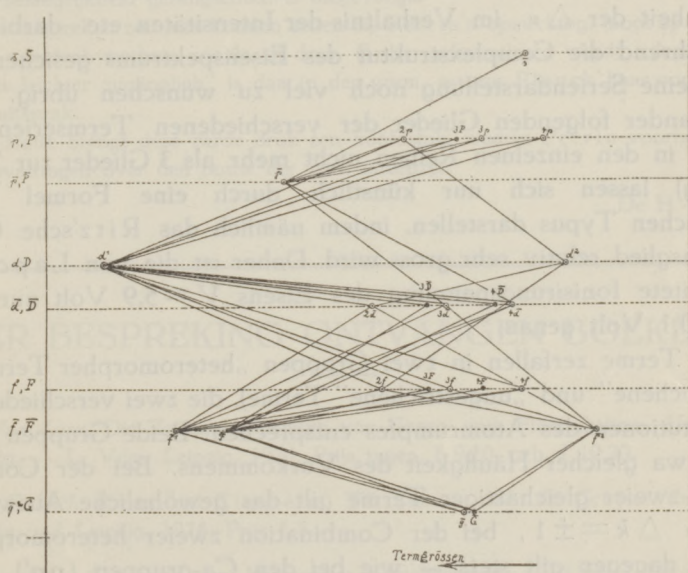


Fig. 2.

Die Complexstruktur ist nicht eingezeichnet. Jeder Punkt der Figur ist also im Allgemeinen mehrfach zu denken, jede Verbindungslinie stellt ein Multiplett von Combinationen dar. Die ausgezeichnete Stellung des Grundterms  $d^1$  (Quintett-System) tritt in der Figur deutlich hervor. Metastabile Zustände sind  $\bar{f}^2, \bar{F}, \bar{p}$ . Man beachte, dass nur ein *s*-Term mit nur einer Combination ( $\bar{p} s$ ) bekannt ist. Mutmaassliche Glieder einer Termserie sind  $2p, 3p, 4p, 2d, 3d, 4d$  und  $2f, 3f, 4f$ .

Der Grundterm des Eisens ist ein  $d$ -Term, also eine  $3_3$ -Bahn, in voller Uebereinstimmung mit Bohr's Systematik des periodischen Systems. (Fig. 2). Auffallend ist dagegen, das beim Vanadium-Spektrum, das ebenfalls von Laporte untersucht ist, der Grundterm nach den bisherigen Erfahrungen eine  $4_4$ -Bahn zu sein scheint.

Der Grundzustand des Eisens wird in schönster Weise bestätigt durch Photogramme des Absorptionsspektrums von Eisendampf (bei etwa  $1400^\circ$ ), die gleichzeitig von Grotrian und Frl. Gieseler in Potsdam und von Joos und Angerer in München erhalten sind. Diese Photogramme zeigen etwa 20 scharfe Absorptionslinien, die nach der Classification von Laporte alle von demselben Quintett- $d$ -Term ausgehen.

Der Vortragende betont, dass die Multiplicität der Terme ihre Deutung nicht erschwert sondern erleichtert. Am schwersten zu deuten sind die Singulett-Terme. Mit steigender Multiplicität wächst die Sicherheit und die Anzahl der Controllen, die sich in der Gleichheit der  $\Delta \nu$ , im Verhältnis der Intensitäten etc. darbieten.

Während die Complexstruktur des Eisenspektrums gesichert ist, lässt seine Seriendarstellung noch viel zu wünschen übrig. Die aufeinander folgenden Glieder der verschiedenen Termserien (es stehen in den einzelnen Reihen nicht mehr als 3 Glieder zur Verfügung) lassen sich nur künstlich durch eine Formel vom Ritz'schen Typus darstellen, indem nämlich das Ritz'sche Correktionsglied relativ sehr gross wird. Daher ist die von Laporte abgeleitete Ionisierungsspannung des Eisens  $V=5,9$  Volt nur auf etwa 0,1 Volt genau.

Die Terme zerfallen in zwei Gruppen „heteromorpher Terme“, („gestrichene“ und „ungestrichene“ Terme), die zwei verschiedenen Constitutionen des Atomrumpfes entsprechen. Beide Gruppen sind von etwa gleicher Häufigkeit des Vorkommens. Bei der Combination zweier gleichartiger Terme gilt das gewöhnliche Auswahlprinzip  $\Delta k = \pm 1$ , bei der Combination zweier heteromorpher Terme dagegen gilt stets — wie bei den Ca-gruppen ( $pp'$ ) und ( $dd'$ ) — die Auswahlregel  $\Delta k = 0$ .

Zum Schluss werden einige Bemerkungen gemacht über die Magnetonezahl des Eisenatoms in seinem Grundzustande. Diese beträgt  $\mu = 6$  und wird verglichen mit der Magnetonezahl  $\mu = 5$  von  $Fe^{+++}$  und  $\mu = 4(?)$  von  $Fe^{++}$ .

## BOEKBESPREKING.

*Jean Perrin, Die Atome*, in het Duitsch bewerkt door A. Lottermoser, 213 bldz., 16 fig. — Theod. Steinkopff, Dresden-Leipzig, 1923. Prijs f 2.85.

Van dit werkje van Perrin, dat zich reeds veel vrienden verwierf, verscheen een derde druk, die zeer weinig van den vorigen verschilt. Wij kunnen dus met enkele woorden volstaan. Het boekje is voor een groot deel gewijd aan moleculaire dimensie's en moleculaire bewegingen. Het overzicht over dit gebied, waarop Perrin zelf zulk mooi werk verrichtte, is evenals de physico-chemische inleiding en het erop volgende hoofdstuk over het atoom der electriciteit geschreven in den ons bekenden eleganten, boeienden stijl van Perrin. Het wordt gevolgd door een bespreking van „das Licht und die Quanten" en „Auf- und Abbau der Atome", waarin de rustige betoogtrant opgeofferd is aan de door de uitgebreidheid der stof en de beperkte plaatsruimte vereischte beknoptheid. Een nuttig overzicht geeft het o.a. over de vele toepassingen der quantentheorie en over radioactieve veranderingen. Een praktische lijst van elementen met hunne isotopen, deze laatste naar hunne belangrijkheid gerangschikt, is toegevoegd.

Een vraagteeken zou men kunnen zetten bij Perrin's opmerking, (noot op p. 142) dat de quantenhypothese zooals zij door Bohr geformuleerd wordt „dem Verständnis leichter zugänglich" is dan in den vorm, waarin Planck haar oorspronkelijk uitsprak.

Ten slotte brengt deze derde druk een hoofdstuk, waarin Perrin voornamelijk zijn opvattingen over den bouw der kern uiteenzet.

De H.-L.

## TER BESPREKING ONTVANGEN BOEKEN.

- J. J. Van Laar, Die Zustandsgleichung von Gasen und Flüssigkeiten*, 354 blz., 10 fig. — L. Voss, Leipzig, 1924. Prijs ingen. f 9.10, geb. f 10.20.
- A. C. Elsbach, Kant und Einstein*, 370 blz. — W. de Gruyter und Co., Berlin und Leipzig, 1924. Prijs f 8.—.
- G. Tammann, Lehrbuch der Heterogene Gleichgewichte*, 358 blz., 336 fig. — Fr. Vieweg und Sohn, Braunschweig 1924. Prijs ing. f 9.60, geb. f 10.90.
- M. Siegbahn, Spektroskopie der Röntgenstrahlen*; 257 blz., 119 fig. — J. Springer, Berlin, 1924. — Prijs: Dollar 3.60.

## STRIKVRAGEN.

Vraag XVI. De lucht, die in een slappe fietsband gepompt wordt, is op een of andere wijze verantwoordelijk voor het opheffen en dragen van het wiel. Toch is de druk in de luchtmasse overal even groot, zoodat deze de velg aan alle kanten even sterk drukt, met een resultante nul. Vanwaar dan de draagkracht van den band?

Antwoorden op strikvragen, en nieuwe strikvragen, worden gaarne tegemoet gezien aan het gewone adres der redactie, die zich het genoeg voorbehoudt, voor den besten beantwoorder of vrager een Physica-abonnement beschikbaar te stellen.

Op Vraag XIV: „Om een seismograaf te ontwerpen voor vertikale bewegingen probeert men uit te gaan van het denkbeeld, dat indien men een zwaren last laat dragen door een (of meer) drijver(s) in kwikzilver, en indien ter hoogte van het kwikniveau de verbinding tusschen last en drijvers dunne stelen zijn, men een zware massa heeft, die in zeer langzame schommelingen op en neer kan deinen.

Is er, bij een vertikalen aardschok, een relatieve beweging van massa en kwikspiegel te verwachten?”

zond een onzer strikvraag-medewerkers ons het volgende volledige antwoord:

De in het kwik ondergedompelde drijvers verplaatsen een hoeveelheid kwik, die een gewicht heeft, nauwkeurig gelijk aan het gewicht dier drijvers + de er op bevestigde toestel. Alzoo de massa van het verdrongen kwik eenerzijds, en de massa van drijvers + hun belasting anderzijds zijn *gelijk*; die gelijke massa's blijven steeds onderling gelijk gewicht houden in variabele gravitatie-velden en variabele traagheidsvelden, waaraan zij gelijkelijk blootgesteld worden.

Tegenover versnellingen, zelfs schokken, als bij rechtstandig van tafel op den vloer vallen, blijft deze seismograaf, theoretisch, doofstom, mits aan de voorwaarde voldaan wordt, dat in het omgevende kwik schokken zich met dezelfde snelheid voortplanten als in de drijvers. Daar in het algemeen aan deze voorwaarde *niet* voldaan wordt, zal het toestel wel kunnen „spreken”. Immers: denken we de (3) drijvers te bestaan uit drie stolpen, aan de onderzijde geheel open, overigens gesloten; gevuld met lucht. (Tusschen twee haakjes; de stelen mogen nu niet te dun zijn, ander *zinkt* de toestel of komt hinderlijk hoog te drijven, de oorspronkelijk bedoelde evenwichtstand waarbij het kwikniveau halverwege de stelen ligt, is bij te dunne stelen een *labiele*!) Bij vertikale schokvoortplanting in het kwik, bijv. een opwaartschen stoot, zal buiten boven op den stolpvormigen drijver reeds een verhoogde druk neerwaarts uitgeoefend worden, terwijl de door de lucht binnen de stolp traag voortgeplante drukverhoging de bovenzijde van de stolp nog niet bereikt heeft; inmiddels zakt alvast de stolp dieper in het kwik, om terstond daarna door die te laat het stolpdak bereikende luchtdrukverhoging, welke niet meer gecompenseerd wordt door den inmiddels reeds verder geschreden verhoogden kwikdruk boven op de stolp, weer een eindje te ver uit het kwik getild te worden. Door de weinig hooge doch breede stolpen te vervangen door lange buizen van denzelfden inhoud, wier open ondereind zoo veel verder van het boveineind ligt, wordt het tijdsverschil en daarmee het effect grooter. Het woord seismograaf schijnt voor dit toestel dus een juiste benaming — in *Gascogne*!



# PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

4e JAARGANG

MEI 1924

NUMMER 5.

## OVER HET ENERGIETRANSPORT IN STROOMENDE GASSEN EN EEN DOOR MARTIN KNUDSEN ONTDEKT THERMISCH VERSCHIJNSEL <sup>1)</sup>

door SOPHUS WEBER.

§ 1. In zijn werk over de electronentheorie der metalen heeft Niels Bohr <sup>2)</sup> in het algemeen het energietransport door diffundeerende partikels onderzocht en gevonden dat de getransporteerde hoeveelheid energie afhangt van de omstandigheden, waaronder de diffusie gebeurt. Dit resultaat is, zooals Bohr verder uiteenzet in zijn onderzoek, dat helaas alleen in het Deensch gepubliceerd is, van het grootste belang voor de uitkomsten der electronentheorie.

De invloed van dit onderzoek op de theoretische verklaring van het Peltier- en Thomson-effekt heeft Bohr buitendien in 't kort uiteengezet in een korte mededeeling in Phil. Mag. (Juni 1912, p. 984) en hij geeft hier ook een formule voor het energietransport van electronen, die diffundeeren tusschen vaste krachtcentra, door welke op de electronen krachten, omgekeerd evenredig met de  $q$ -de macht van den afstand, worden uitgeoefend. In dit geval kan de uitkomst van Bohr als volgt worden uitgedrukt: Als een eenheid van electriciteit door een vlakje getransporteerd wordt, stroomt door hetzelfde vlakje een hoeveelheid energie, ter grootte van:

$$\frac{2q}{q-1} \cdot \frac{k}{\varepsilon} \cdot T,$$

dus per electron met lading  $\varepsilon$ , de kinetische energie

<sup>1)</sup> Voordracht voor de Nederlandsche Natuurkundige Vereeniging, den 24 Nov. 1923.

<sup>2)</sup> Niels Bohr, Studier over Metallernes Elektroteori, København 1911. Vgl. ook p. 70, de 2e noot.

$$\frac{2q}{q-1} \cdot k \cdot T,$$

waar  $\frac{3}{2} k T$  de gemiddelde energie van translatie voor een molecuul is.

Voor  $q = \infty$ , hetwelk met diffusie tusschen harde elastische bollen overeenkomt wordt het energietransport per elektron  $2 k T$ .

De omstandigheden waaronder de electronen in dit geval diffundeeren zijn geheel dezelfde als bij de diffusie van gassen in poreuse lichamen of in de moleculaire strooming van Knudsen.

Voor  $q = 5$ , verkrijgt men, zooals bekend is door de onderzoeken van Maxwell, geheel dezelfde snelheidsverdeeling als bij de vrije strooming; in dit geval wordt het energietransport per electron of per partikel  $\frac{5}{2} k T$ .

Dit resultaat, dat de kinetische energie, die bij een stroomend gas door een vlakje in een bepaalde richting getransporteerd wordt, bedraagt

$$n \cdot \frac{5}{2} k T,$$

waarin  $n$  het aantal moleculen voorstelt, die door het vlakje gaan, terwijl  $\frac{3}{2} k T$  de gemiddelde energie van translatie voor een molecuul is, lijkt in eerste oogenblik onverwacht.

Onlangs is dit het onderwerp geweest van een strikvraag in „Physica”. Zooals in het daarop gevolgde antwoord<sup>1)</sup> ook werd aangegeven, heeft men de verklaring van deze op het eerste gezicht onverwachte uitkomst hierin te zoeken, dat behalve de kinetische energie,  $n \cdot \frac{3}{2} k T$ , ook een arbeid  $p V = n k T$  door het vlakje stroomt.

Alvorens tot de toepassingen van deze resultaten over te gaan, kunnen wij in het kort de gaskinetische afleiding der gegeven formules aanstippen.

§ 2. Laat ons aannemen, dat het gas de temperatuur  $T$  heeft en in de richting van de  $X$ -as stroomt met de constante snelheid  $u_0$  die klein moge zijn, vergeleken bij de gemiddelde snelheid der moleculen.

Indien zich per volumeneenheid  $N$  moleculen bevinden, dan is volgens de verdeelingsformule van Maxwell het aantal der

<sup>1)</sup> De verklaring van deze paradox voor de getransporteerde arbeid is gegeven door Bohr; hij heeft mij deze verklaring mondeling medegedeeld bij zijn bezoek in Leiden 1919. In hetzelfde gesprek heeft Bohr mij ook opmerkzaam gemaakt op de mogelijkheid het Knudsen-effect te verklaren door het verschil in energietransport.

moleculen welke snelheidscompetitie ligt tusschen  $u$  en  $u + du$ , en  $v + dv$ ,  $w$  en  $w + dw$ , bepaald door: <sup>1)</sup>

$$dN = A \cdot N e^{-hm[(u-u_0)^2 + v^2 + w^2]} du dv dw,$$

waarbij

$$A = \sqrt{\frac{h^3 m^3}{\pi^3}}.$$

Het aantal moleculen,  $n$ , die per sec. door de vlakke-eenheid in het  $YZ$ -vlak vliegen bedraagt:

$$n = AN \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} u e^{-hm[(u-u_0)^2 + v^2 + w^2]} du dv dw, \quad (1)$$

$$= N u_0.$$

De gemiddelde kinetische energie, die door deze moleculen wordt meegenomen, vindt men door integratie van

$$E = AN \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2} m (u^2 + v^2 + w^2) u e^{-hm[(u-u_0)^2 + v^2 + w^2]} du dv dw,$$

hetgeen met de substitutie  $u - u_0 = x$ , en onder verwaarloozing van de hogere machten van  $u_0$  levert:

$$E = \frac{1}{2} m AN \int [x^3 + x(v^2 + w^2) + u_0(3x^2 + v^2 + w^2)] e^{-hm(x^2 + v^2 + w^2)} dx dv dw,$$

$$E = \frac{5}{2} N u_0 \frac{1}{2h} = n \frac{5}{2} k T.$$

Om deze uitkomst van Bohr te bereiken, zou het invoeren eener bepaalde onderstelling omtrent de verdeelingsformule niet eens noodig geweest zijn; maar met het oog op de in een volgend stuk komende berekeningen over het thermokinetische effect van Gaede, heb ik reeds hier de Maxwelliaansche verdeling aangenomen.

§ 3. Indien de moleculen niet slechts translatie-energie, maar ook energie van rotatie hebben m. a. w. energie afkomstig van inwendige bewegingen in het molecuul, dan rijst de vraag hoe groot het energietransport voor deze inwendige energie zal zijn.

<sup>1)</sup> J. H. Jeans. The dynamical Theory of Gases, 1916, p. 26.

Hierbij zullen wij de hypothese volgen van Martin Knudsen<sup>1)</sup> die in zijn werk over de moleculaire warmtegeleiding aanneemt, dat de verdeling van de energie over de moleculen in de beide vormen volkomen onafhankelijk geschiedt, zoodanig dat de gemiddelde waarde van de eene energiesoort evenredig is met de waarde van de andere.

Noemen wij resp. deze gemiddelde waarde voor de translatie- en voor de rotatie-energie  $e_1$  en  $e_2$  dan verkrijgt men op bekende wijze:

$$\frac{e_1 + e_2}{e_1} = \chi, \text{ met } \chi = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{c_p}{c_v} - 1}.$$

Later heeft Eucken<sup>2)</sup> deze hypothese van Knudsen toegepast ter berekening van de verhouding tusschen warmtegeleiding en inwendige wrijving bij meeratomige gassen en daarbij een formule gevonden, die zeer goed met de experimenteele uitkomsten overeenstemt. Dezelfde hypothese in ons geval toepassende vinden we voor meeratomige moleculen voor de energie, per secunde per vlakke-eenheid getransporteerd

$$E_t = n \cdot \frac{5}{2} k T + n \cdot \frac{3}{2} k T (\chi - 1), \quad (2)$$

of, anders geschreven:

$$E_t = n \cdot k T \frac{c_p}{c_p - c_v}.$$

§ 4. Terwijl het energietransport bij de Poiseuillestromen bepaald wordt door het bovenstaande, valt de berekening bij een *moleculaire streaming* geheel anders uit, omdat de moleculen in dit geval geen gemeenschappelijke snelheid bezitten.

Laat ons een zuiver moleculaire streaming beschouwen bij constante temperaturen door een lange buis, welke dwarsafmetingen, vergeleken bij de gemiddelde vrije weglengte der moleculen in het niet valt.

Op grond van de onderzoekingen van Knudsen mogen wij aannemen dat de moleculen, door een vlakke-element van de buis uitgezonden, de cosinusformule volgen wat hunne richting betreft en de Maxwelliaansche verdeelingsformule wat hunne snelheden betreft. Bij een stationaire streaming wordt het aantal per

1) Martin Knudsen, Ann. d. Phys. 34, p. 603, 1911.

2) A. Eucken, Phys. Zschr. 14, p. 324, 1913.

secunde een doorsnede passerende moleculen bepaald door <sup>1)</sup>

$$n = \frac{1}{2} A \frac{d}{dl} \int_0^{\infty} c dN, \text{ waarin } dN = N \cdot 4\pi \left(\frac{hm}{\pi}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-hmc^2} c^2 dc,$$

of

$$n = \frac{1}{2} A \bar{c} \frac{dN}{dl}.$$

$N$  beteekent hierin het aantal moleculen per volumeneenheid en  $dN/dl$  de variatie van het aantal langs de buis. Zoolang de temperatuur en daarmee de gemiddelde snelheid  $\bar{c}$  der moleculen constant blijft, is ook  $dN/dl$  constant.

$A = \int dS \int R d\varepsilon$  is een grootheid, die door de afmetingen van de buis bepaald wordt. In het geval van een cilindrische buis met cirkeldoorsnede is  $A$ , gelijk men weet,  $= \frac{4\pi}{3} R^3$ . <sup>2)</sup>

Voor de energie, die deze  $n$  moleculen door een doorsnede transporteerden, verkrijgt men :

$$E_1 = \frac{1}{2} A \cdot \frac{1}{2} m \frac{d}{dl} \int_0^{\infty} c^3 dN,$$

$$\text{of } \frac{E_1}{n} = \frac{1}{2} m \frac{\int_0^{\infty} e^{-hmc^2} c^5 dc}{\int_0^{\infty} e^{-hmc^2} c^3 dc} = \frac{1}{2} m \frac{2h^2 m^2}{h^3 m^3} = \frac{1}{h} = 2kT,$$

dus

$$E_1 = n \cdot \frac{1}{2} kT. \tag{3}$$

De kinetische energie, die bij een moleculaire strooming door een doorsnede getransporteerd wordt, vindt men dus door per passerende molecuul een bedrag van  $\frac{1}{2} kT$  in rekening te brengen.

Bij een moleculaire effusie krijgt men natuurlijk dezelfde uitkomst.

Maken wij hier dezelfde onderstelling als in § 3 aangaande de verhouding van rotatie- en translatie-energie dan krijgen wij voor het totale energietransport bij moleculaire strooming :

$$E_{1,t} = n \cdot \frac{1}{2} kT + n \cdot \frac{3}{2} kT (\chi - 1), \tag{4}$$

1) M. Knudsen, Ann. der Phys. 28, p. 114, 1909.

2) Vgl. I. A. ter Heerdt, Dissertatie p. 55, Utrecht, 1923.

of

$$E_{1,t} = n \cdot k T \cdot \frac{1}{2} \frac{c_p + c_v}{c_p - c_v}.$$

§ 5. In zijn rapport op het eerste Solvay-congres beschrijft Martin Knudsen enkele orienteerende proefnemingen, die hij in verband met zijn onderzoekingen over de thermisch-moleculaire drukken had uitgevoerd <sup>1)</sup>.

Deze experimenten werden ondernomen om een omkeering van den thermisch-moleculairen druk op te sporen.

Knudsen liet daarbij waterstof, en atmosferische lucht, door een lange prop stroomen van aangestampte glaswol en hij ontdekte daarbij, dat een temperatuurverschil optrad tusschen de twee eindvlakken van den poreusen prop. Indien de stroomings-toestand stationair was, was ook het temperatuurverschil constant.

Aan het einde van de prop, waar gas wegstroomde, was de temperatuur het laagst.

In fig 1 zijn *AB* en *CD* de toevoer- en afvoer-buizen van het gas, terwijl *BC* de lange prop glaswol voorstelt;  $p_1$

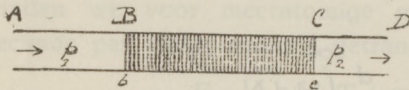


Fig. 1.

en  $p_2$  zijn de drukken van het gas in *AB* en *CD*.

Alnaargelang van de afmetingen van het toestel en

van de grootte van  $p_1$  en  $p_2$  kunnen bij den stationnairen toestand verschillende mogelijkheden optreden.

Het belangwekkendste geval is, dat in *AB* en *CD* een Poiseuille-strooming heerscht en door de prop een zuiver moleculaire strooming.

Indien het aantal moleculen, per tijdseenheid door een willekeurige doorsnede stroomende,  $n$  bedraagt, dan zullen wij in *AB* en *CD* bij de Poiseuille-stroomen een energietransport hebben

$$E = n \cdot \frac{5}{2} k T + n \varepsilon,$$

terwijl een energiebedrag

$$\varepsilon = n \cdot \frac{4}{2} k T + n \varepsilon$$

stroomt door een doorsnede van de poreuse prop.

<sup>1)</sup> Martin Knudsen. La théorie cinétique. § 10; Solvay Congres 1911.

Indien ik over deze proeven van Prof. Knudsen hier uitvoeriger bijzonderheden beschrijven kan en ook eenige nadere getallenwaarden aangeven, dan heb ik dit slechts hieraan te danken, dat Prof. Knudsen mij zijn proefnemingsjournaal van het jaar 1910 ter beschikking gesteld heeft. Ik wensch hierbij aan te teekenen, dat deze bepalingen van Prof. Knudsen slechts oriënteerende proeven waren; daar zij echter onder goed gedefinieerde experimentele omstandigheden werden uitgevoerd veroorloven zij stellig het gebruik, dat ik in deze verhandeling daarvan maak.

$n \times$  stelt voor het getransporteerde bedrag aan inwendige energie; aangezien dit volgens het voorgaande in beide gevallen hetzelfde is, kunnen wij in het vervolg deze grootheid weglaten.

Wij zien dus, dat er nu per tijdseenheid bij den overgang  $Bb$  vrij moet komen een energiebedrag:

$$E - \varepsilon = n \cdot \frac{1}{2} k T,$$

terwijl dezelfde hoeveelheid energie bij den overgang  $Cc$  moet worden opgenomen.

De temperatuur van den buiswand moet dus bij  $Bb$  een verhooging en bij  $Cc$  een verlaging te zien geven.

De grootte van het temperatuur-effect wordt bepaald door de vrijkomende resp. geabsorbeerde energie  $n \cdot \frac{1}{2} k T$  en door de isolatieomstandigheden bij de plaatsen van overgang.

Voorts zien wij, dat het temperatuursverschil tusschen  $Bb$  en  $Cc$  een temperatuursafneming moet zijn, zoodat dit Knudsen-effect voor waterstof bij gewone temperatuur het tegengestelde teeken hebben moet van het Joule-Thomson-effect, hetgeen ook overeenstemt met de proeven van Knudsen.

In groote trekken kunnen wij nu schetsen hoe het Knudsen-effect met het drukverschil tusschen  $p_1$  en  $p_2$  zich zal wijzigen.

1. Indien de afmetingen van het toestel of wel de drukken  $p_1$  en  $p_2$  zoo klein zijn, dat wij ook in de toevoer- en afleidingsbuizen een moleculaire stroom hebben dan zal het Knudsen-effect 0 zijn, dus  $\Delta t \rightarrow 0$  voor  $\lim p_1 \rightarrow \lim p_2 \rightarrow 0$ .
2. Indien de afmetingen en de drukken  $p_1$  en  $p_2$  dusdanig zijn, dat wij in de toevoer- en afleidingsbuizen Poiseuille-stroomen hebben, terwijl binnen de prop de strooming molecuair is, dan krijgen wij het temperatuursverschil evenredig met de doorstroomende hoeveelheid, dus evenredig met  $p_1 - p_2$ .

Indien de warmtegeleiding bij  $Bb$  en bij  $Cc$  niet afhangt van het gas, dan zal bij eenzelfde drukverschil volgens de wetten der moleculaire stroomen ook het temperatuur-effect in waterstof ongeveer 4 maal zoo groot zijn als in zuurstof.

Is daarbij de prop voldoende lang dan krijgen wij bij  $Bb$  een temperatuursverhoging  $\Delta t_1$ , numeriek even groot als de temperatuursverlaging  $\Delta t_2$  bij  $Cc$ . Het totale temperatuursverschil wordt  $\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2$ .

3. Indien de weerstand van de prop groot genoeg is, dan kan bij grotere waarden van  $p_1$  het geval zich voordoen, dat

men een Poiseuille-strooming heeft in  $AB$ , in  $CD$  en in het eerste stuk van de prop, terwijl in het laatste stuk de strooming moleculair is.

In dit geval krijgt men bij  $Bb$  geen temperatuursverhoging, daarentegen bij  $Cc$  de volledige temperatuursdaling. Ook in dit geval moet in de eerste benadering het temperatuurseffect in waterstof ongeveer 4 maal zoo groot zijn als in zuurstof.

4. Indien  $p_1$  en  $p_2$  beide zoo groot worden, dat zoowel in de buizen  $AB$  en  $CD$  als in de prop een Poiseuille-strooming is, dan krijgen wij geen temperatuurseffect.

Wij besluiten dus, dat het temperatuurseffect ergens in het drukgebied een maximum hebben moet; bij de grootere drukken mag men echter het Joule-Thomson-effect niet meer buiten beschouwing laten.

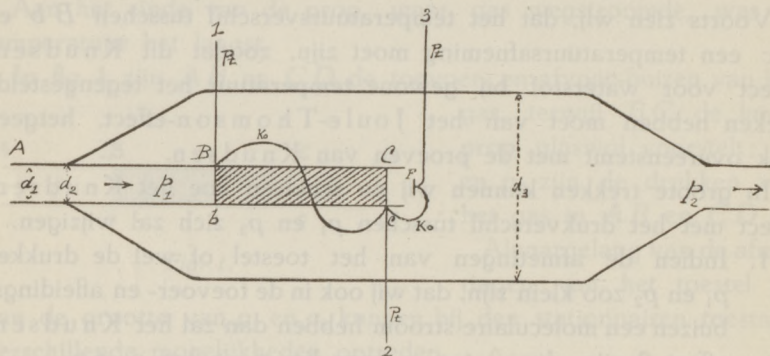


Fig. 2.

In fig. 2 is een schematische afbeelding van het toestel, dat door Martin Knudsen gebruikt werd. De afmetingen waren

$d_1 = 0,645$  cm;  $d_2 = 0,775$  cm;  $d_3 = \text{ca. } 3,5$  cm; de lengte der prop was  $BC = 15$  cm.

Aan de glaswanden bij  $Bb$  en  $Cc$  worden de twee soldeerplaatsen 1 en 2 van een platina-konstantaan-thermo-element vastgeklemd, terwijl de derde soldeerplaats met een uiterst dun plaatje  $F$  in het wegstroomende gas was verbonden.

Met behulp van het thermo-element 1—2 werd het temperatuursverschil  $\Delta t$  tusschen  $Bb$  en  $Cc$  bepaald, terwijl het temperatuursverschil  $\Delta t_2$  tusschen  $Cc$  en omgeving door het thermo-element 2—3 werd gemeten <sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Men verliese niet uit het oog, dat deze proeven pionierswerk waren; bij eene herhaling zou het toestel doelmatiger ontworpen kunnen worden.



Gedurende deze proef was het stroomingstoestel van fig. II geschakeld in de bekende stroomingsopstelling van Knudsen<sup>1)</sup>, waardoor ook de mogelijkheid geschapen werd de poreusiteit van de prop te bepalen<sup>2)</sup>. Hierdoor werd dan de grootheid  $T$  bepaald, die het product voorstelt van het volume en den druk der gashoeveelheid, die per secunde bij een drukverschil 1 door de prop gedreven wordt.

De door Knudsen gevonden uitkomsten zijn in onderstaande tabel vereenigd:  $\Delta t$  is het temperatuurverschil tusschen  $Bb$  en  $Cc$ ;  $\Delta t_2$  is het verschil tusschen  $Cc$  en de dunne plaat  $F$  in het wegstreamende gas: d.w.z. de omgeving. De temperatuur is bij  $Cc$  het laagst.

TABEL.

Waterstof				Atmosferische lucht			
$p_1$ (mm Hg)	$p_2$ (mm Hg)	$\Delta t^\circ$	$\Delta t_2^\circ$	$p_1$ (mm Hg)	$p_2$ (mm Hg)	$\Delta t^\circ$	$\Delta t_2^\circ$
2.6	0.06	0.06	0.03	2.5	0.04	0.03	0.02
5.7	0.12	.11	.06	9.0	0.07	.07	.04
84.8	1.5	.69	.67	94.6	1.10	.18	.20
125	3.6	.73	.74	161.7	2.34	.12	.12
159	4.5	.75	.79				
182	11.0	.62	.68				
341	21.0	.20	.20				

Uit deze tabel ziet men dat het verloop van het Knudsen-effekt binnen de nauwkeurigheidsgrenzen van de proef volkomen overeenstemt met het boven onder 1., 2., 3., en 4., aangegevene. In de eerste twee proeven is zoowel bij waterstof als bij lucht de toestand overeenkomstig het onder 2. gezegde, dus  $\Delta t_2 = \frac{1}{2} \Delta t$  en  $\Delta t$  evenredig met  $p_1 - p_2$ . In de volgende proeven wordt  $\Delta t_2 = \Delta t_1$  conform het onder 3. besprokene, hetgeen te verwachten was bij zoo grooten druk  $p_1$ . Ook hier is het effect in waterstof nagenoeg vier maal zoo groot als in lucht.

Bij nog hoogere waarden van den druk wordt het effect weer kleiner, zooals onder 4. voorzien werd.

1) M. Knudsen. Ann. d. Phys. 28, p. 81, 1909.

2) Vgl. S. Weber: Undersögelser over Porestörrelsen hos poröse Legemer o. s. v. Teknisk Tidsskrift, 1917, no. 37, Köbenhavn.

De vraag rijst, of de orde van grootte der gevonden waarden van  $\Delta t$  overeenstemt met hetgeen men te verwachten heeft. Ook hierop is een antwoord mogelijk. Wij zullen hier de berekeningen niet uitvoerig weergeven. In de eerste plaats was het noodig, uit andere doorstromingsproeven, de reeds genoemde grootte  $T$  te bepalen, om daaruit het aantal doorstroomende molekulen te kunnen vinden. Voor de eerste proef met waterstof, tusschen de drukken  $p_1 = 2.6$  en  $p_2 = 0.06$  kon aldus worden nagegaan, dat de te verwachten warmte-afgifte resp. warmte-opneming moest bedragen

$$q = 7,1 \cdot 10^{-5} \text{ gr. cal./sec.}$$

Vervolgens moest de warmtegeleiding schattenderwijze in rekening gebracht worden. De uitkomst is, dat men het te verwachten effect volgens berekening kan insluiten tusschen twee grenzen. Voor de genoemde eerste proef met waterstof kan men concludeeren :

$$0^0,03 < \Delta t_{\text{ber.}} < 0^0,16 .$$

Gevonden werd

$$\Delta t_{\text{obs}} = 0.07^0 .$$

Voor de tweede proef in waterstof, waar  $q = 15,6 \cdot 10^{-5}$  gr. cal/sec. moet geweest zijn, verkrijgt men :

$$0^0.05 < \Delta t_{\text{ber.}} < 0^0.24 ,$$

terwijl

$$\Delta t_{\text{obs}} = 0^0.12 .$$

In beide gevallen vindt men dus een voorloopig zeer bevredigende overeenstemming in de orde van grootte.

Voor lucht wordt het doorstroomende aantal van moleculen 3,8 maal zoo klein, en dus  $q$  ook 3,8 maal zoo klein. Tengevolge van de andere warmtegeleiding valt het te verwachten effect 3 maal zoo klein uit als men onder dezelfde omstandigheden bij waterstof zou verwachten. Dit is dan ook in eerste benadering in overeenstemming met de waarnemingen.

Bij hogere drukken wordt de quantitative berekening veel ingewikkelder. Zoolang niet nauwkeuriger waarnemingen beschikbaar zijn heeft het waarschijnlijk geen zin die berekeningen door te voeren. Ook bij de lagere drukken zou het nog geen zin hebben de berekeningen precieser uit te voeren; ik meen dat men voorloopig volstaan moet met de kennis van twee grenzen waarbinnen het effect moet liggen.

Het was hier slechts mijne bedoeling, de aandacht op dit nieuwe temperatureffect te vestigen, en te laten zien, hoe het Knudsen-effect niet alleen kwalitatief maar ook quantitatief overeenstemt met het thermische effect dat men na de gegeven theoretische beschouwingen mag verwachten.

In een volgend stuk zal ik terug komen op een nieuwe berekening van het kinetische warmte-effect van Gaede.

## HOOFPUNTEN ENER THEORIE VAN HET FERROMAGNETISME VAN IJZER EN NIKKEL

door R. H. DE WAARD.

1. De experimentele gegevens over de magnetiese eigenschappen der ferromagnetiese metalen zijn voor een belangrijk deel samengevat in de bekende hysteresis-krommen. In principe kan men deze als volgt verkrijgen:

„Men neemt van de te onderzoeken stof een omwentelings-ellipsoïde en brengt in de richting van de as een homogeen magneties veld  $H$  aan, dat men zo sterk mogelijk laat worden. Vervolgens laat men dit veld langzaam afnemen en daarna zo sterk mogelijk negatief worden om het tenslotte weer sterk positief te maken.

Men gaat nu na hoe bij dit proces de magnetisatie  $M$  zich gedraagt als funktie van  $H$ , en leidt daaruit af hoe het gedrag is als funktie van het inwendige veld

$$H = H - AM \quad (1)$$

dat men verkrijgt door van het uitwendige veld  $H$  het van de gemagnetiseerde ellipsoïde afkomstige ontmagnetiserende veld  $AM$  af te trekken. De ontmagnetiseringskoëfficiënt  $A$  hangt af van de assenverhouding der ellipsoïde: voor een oneindig lange cylinder is hij  $= 0$ , voor een bol  $= \frac{1}{3}$ , en voor een oneindig dunne ronde schijf  $= 1$ ."

De kromme lijn die men verkrijgt door  $H$  en  $M$  als abscis en ordinaat tegen elkaar uit te zetten is de gezochte hysteresis-kromme. Men neemt algemeen aan dat de gedaante dezer kromme alleen afhangt van de aard van de beschouwde stof en niet van

de gedaante der ellipsoïde; in het vervolg zal echter blijken dat deze opvatting vermoedelijk niet juist is.

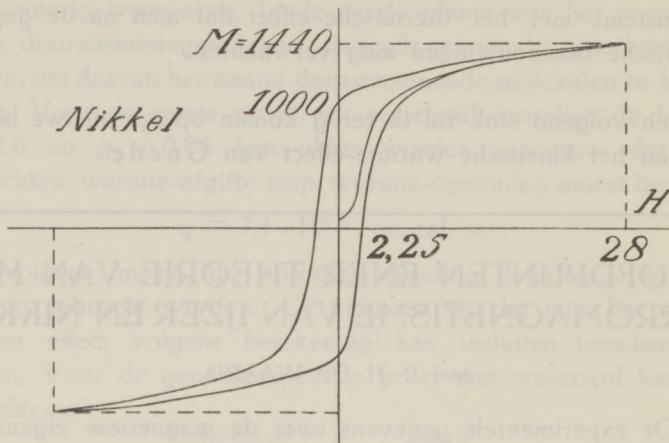


Fig. 1.

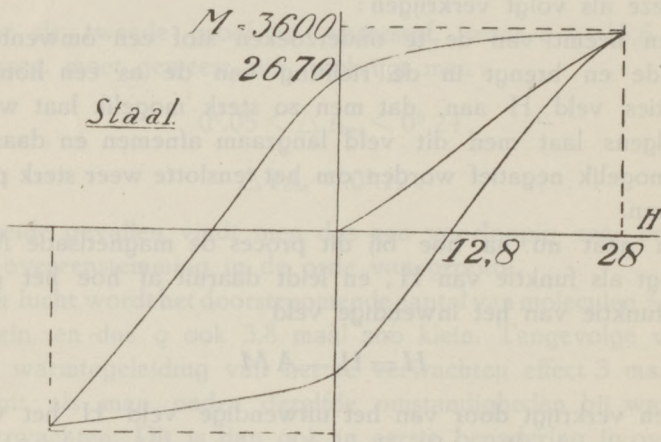


Fig. 2.

De figuren 1 en 2 geven hysteresis-krommen van een nikkel-draad en van een draad van een zeer harde staalsoort, aan welke krommen de te geven theorie in kwantitatief opzicht zal worden getoetst. De krommen zijn ontleend aan het werk van Ewing: „Magnetic induction in iron and other metals, New York 1894”, maar getransformeerd op een schaal van theoretiese eenheden.

2. Enig inzicht in het mechanisme van het magnetiseringsproces geeft een door Barkhausen <sup>1)</sup> ontdekt verschijnsel, dat nader is onderzocht door Van der Pol <sup>2)</sup>. Barkhausen wist met behulp van trioden-versterkers aan te tonen dat het magnetiseringsproces niet kontinu verloopt, maar vele kleine sprongen

vertoont, welke sprongen volgens Van der Pol aan de hysteresiskrommen het uiterlijk geven van de in figuur 3 getekende gebroken lijn. De knikken komen echter slechts in bepaalde gedeelten der krommen voor: in de figuren 4 en 5, betrekking hebbende op een ijzerdraad en een draad van nikkelstaal zijn de intervallen *AB* en *CD* aangegeven waarin door Van der Pol diskontinuiteiten werden gevonden.

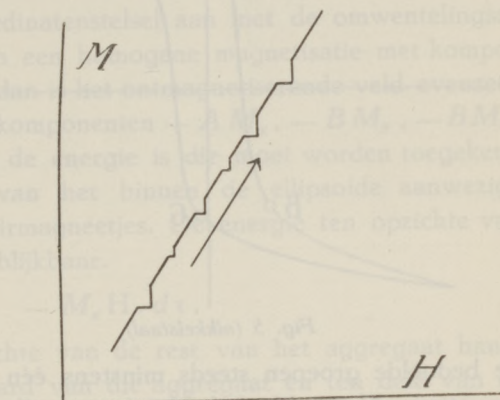


Fig. 3.

intervallen *AB* en *CD* aangegeven waarin door Van der Pol diskontinuiteiten werden gevonden.

Het ligt in verband met het beschreven verschijnsel voor de hand zich van het mechanisme van het magnetiseringsproces de volgende voorstelling te maken:

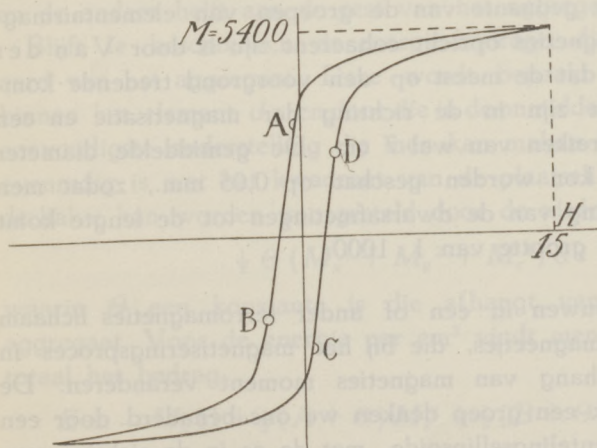


Fig. 4 (ijzer).

„In de atomen der ferromagnetische lichamen zijn bestanddelen aanwezig, die vergelijkbaar zijn met (nagenoeg)permanente magneetjes. Het magnetiseren en ontmagnetiseren bestaat in het van richting

doen veranderen van een aantal dezer elementair-magneetjes,

1) Physik. ZS., 1919, S. 401.

2) Versl. K. A. W. Amsterdam, Deel XXIX, 1920.

en de diskontinuiteiten ontstaan doordat bepaalde groepen van

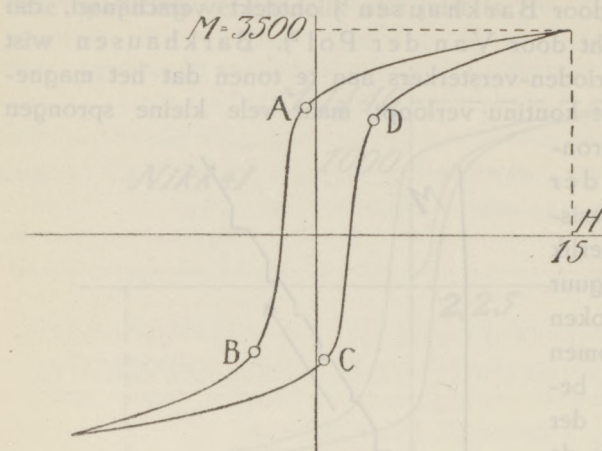


Fig. 5 (nikkelstaal).

magneetjes gelijk-  
tijdig en in onder-  
linge samenhang  
omslaan.

De Röntgen-  
spektroskopie  
heeft nu geleerd  
dat alle metalen  
moeten worden  
beschouwd als  
aggregaten van  
kleine kristallen,  
en het is dus  
waarschijnlijk dat

de bedoelde groepen steeds minstens één zo'n kristalletje zullen omvatten. Natuurlijk behoeven niet alle kristallen sprongen te vertonen: men kan zich zeer goed voorstellen dat van sommige ervan het magneties moment geleidelik verandert, terwijl andere tot diskontinuiteiten aanleiding geven."

Het hiermee beschreven beeld van het magnetiseringsproces zal als grondslag dienen voor onze verdere beschouwingen.

Wat betreft de gedaante van de groepen van elementairmagneetjes die in magneties opzicht cohaerent zijn is door Van der Pol aangetoond dat de meest op den voorgrond tredende complexen langgerekt zijn in de richting der magnetisatie en een lengte kunnen bereiken van wel 7 cm. De gemiddelde diameter van de doorsnee kon worden geschat op 0,05 mm., zodat men voor de verhouding van de dwarsafmetingen tot de lengte komt tot een orde van grootte van 1 : 1000.

3. We beschouwen in een of ander ferromagneties lichaam een groep van magneetjes, die bij het magnetiseringsproces in onderlinge samenhang van magneties moment veranderen. De gedaante van zulk een groep denken we ons benaderd door een langgerekte omwentelingsellipsoïde, met de as in de richting van uitwendig veld en magnetisatie, en van deze groep zullen we op grond van een aantal eenvoudige onderstellingen de magnetiese eigenschappen onderzoeken.

Het veld  $H$  dat op de ellipsoïde werkt heeft blijkbaar de richting van de omwentelingsas. De ontmagnetiseringscoëfficiënt volgens deze as stellen we voor door  $A$ , die in de richtingen loodrecht daarop door  $B$ : men heeft dan

$$A + 2B = 1 \quad \text{en} \quad A < \frac{1}{3}.$$

Nemen we nu een coördinatenstelsel aan met de omwentelingsas tot  $x$ -as, en onderstellen een homogene magnetisatie met componenten  $M_x, M_y, M_z$ , dan is het ontmagnetiserende veld evenzeer homogeen en heeft tot componenten  $-AM_x, -BM_y, -BM_z$ . Gaan we thans na wat de energie is die moet worden toegekend aan een element  $d\tau$  van het binnen de ellipsoïde aanwezige aggregaat van elementairmagneetjes. De energie ten opzichte van het uitwendige veld is blijkbaar.

$$-M_x H \cdot d\tau,$$

en de energie ten opzichte van de rest van het aggregaat hangt ten dele af van de aard van dit aggregaat en ten dele van de gedaante van de begrenzende ellipsoïde. De van de gedaante afhankende bijdrage is klaarblijkelijk de energie

$$\{AM_x^2 + B(M_y^2 + M_z^2)\} d\tau$$

ten opzichte van het ontmagnetiserende veld: van dit bedrag moet echter slechts de helft aan het element  $d\tau$  worden toegekend, en de andere helft aan de rest van het aggregaat.

Blijft te beschouwen de energie-bijdrage, die afhangt van de aard van het aggregaat. Deze wordt bepaald door de toestand binnen het element  $d\tau$  en door die in de onmiddelijke omgeving. De eenvoudigste onderstelling die men kan maken is wel die, dat ze evenredig is met het kwadraat van de plaatselijke magnetisatie en derhalve kan worden voorgesteld door de uitdrukking

$$\frac{1}{2} \Theta (M_x^2 + M_y^2 + M_z^2) d\tau$$

waarin  $\Theta$  een konstante is die afhangt van de aard van het aggregaat. Voor de energie per  $\text{cm}^3$  vindt men op die wijze in totaal het bedrag

$$E = -M_x H + \frac{1}{2} (A + \Theta) M_x^2 + \frac{1}{2} (B + \Theta) (M_y^2 + M_z^2)$$

of, wanneer men stelt:

$$A + \Theta = A \quad B + \Theta = B. \quad (2)$$

$$E = -M_x H + \frac{1}{2} A M_x^2 + \frac{1}{2} B (M_y^2 + M_z^2), \quad (3)$$

en we zullen met behulp van deze formule nagaan hoe de magnetisatie verandert wanneer de veldsterkte  $H$  wordt gevarieerd. Natuurlijk moet hierbij in aanmerking worden genomen dat de magnetisatie gebonden is aan een bepaalde maximumwaarde  $M_0$ , de z.g. verzadigingsmagnetisatie, hetgeen wordt uitgedrukt door de formule

$$M_x^2 + M_y^2 + M_z^2 \leq M_0^2. \quad (4)$$

4. Daar  $A + 2B = 1$  en  $A < \frac{1}{3}$  volgt uit (2) dat  $A < B$ . Neemt men dit in aanmerking, dan volgt uit het minimum-onderzoek van de uitdrukking (3) dat zich twee principieel verschillende gevallen kunnen voordoen. Wanneer

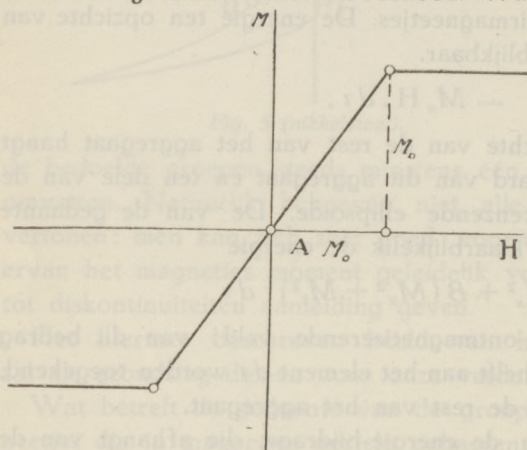


Fig. 6.

$$A > 0$$

beantwoordt aan elke waarde van  $H$  één waarde van  $M$  en heeft men voor  $H = 0$  ook  $M = 0$ : de „ $M$ - $H$ -kromme” heeft de in fig. 6 aangegeven gedaante en er is geen sprake van hysteresis.

Is echter

$$A < 0,$$

dan is steeds

$$M_x = \pm M_0$$

en heeft men een reeks van waarden van  $H$  waarbij de toestanden met  $M_x = M_0$  en  $M_x = -M_0$  beide stabiel zijn. Men moet hierbij nog onderscheid maken tusschen de mogelijkheden  $B > 0$  (fig. 7) en  $B < 0$  (fig. 8): deze beide gevallen

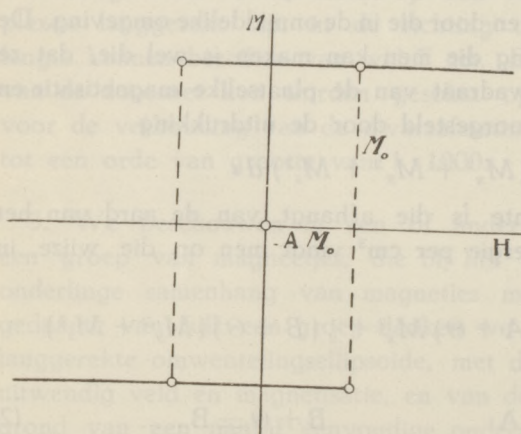


Fig. 7.



geven evenwel aanleiding tot volkomen gelijksoortige hysteresevervalselen.

Het al of niet optreden van hysteresis blijkt dus behalve van  $\theta$  af te hangen van de gedaante der beschouwde ellipsoïde. Is

$$A + \theta > 0,$$

dan is er geen hysteresis; is

$$A + \theta < 0,$$

dan wel. Daar  $0 < A < \frac{1}{3}$  is het eerste steeds het geval wanneer  $\theta > 0$ , het laatste wanneer  $\theta < -\frac{1}{3}$ . Is evenwel

$$0 > \theta > -\frac{1}{3}$$

dan hangt alles af van de gedaante van de ellipsoïde: bij deze waarden van  $\theta$  kunnen zich de in de figuren 6 en 7 aangegeven gevallen beide voordoen (het geval van fig. 8 niet omdat  $B > \frac{1}{3}$  en dus  $B = B + \theta > 0$ ) en wel is de kans op hysteresis groter naarmate de ellipsoïde meer langgerekt is.

Men komt nu tot een eigenaardig resultaat wanneer men in

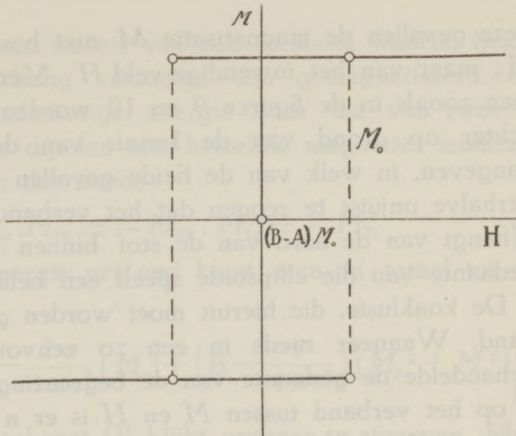


Fig. 8.

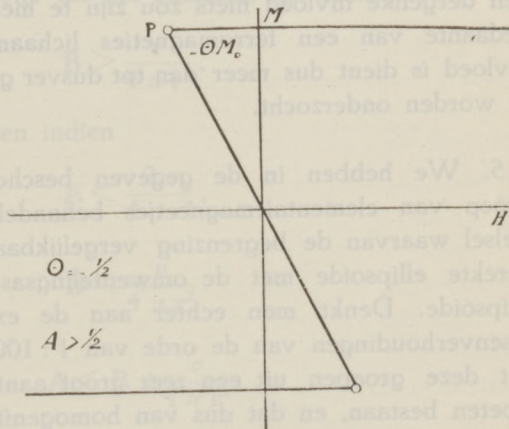


Fig. 9.

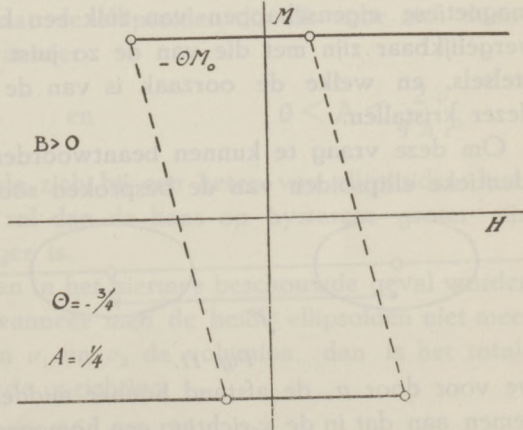


Fig. 10.

deze gevallen de magnetisatie  $M$  niet beschouwt als functie van  $H$ , maar van het inwendige veld  $H$ . Men verkrijgt dan diagrammen zooals in de figuren 9 en 10 worden weergegeven, zonder echter op grond van de kennis van de waarde  $\Theta$  te kunnen aangeven, in welk van de beide gevallen men verkeert. Het is derhalve onjuist te zeggen dat het verband tussen  $M$  en  $H$  enkel afhangt van de aard van de stof binnen de ellipsoïde: ook de gedaante van die ellipsoïde speelt een belangrijke rol.

De konklusie, die hieruit moet worden getrokken, ligt voor de hand. Wanneer reeds in een zo eenvoudig geval als het hier behandelde de gedaante van de begrenzing der stof van invloed is op het verband tussen  $M$  en  $H$  is er a priori geen reden om te verwachten dat bij de in de natuur voorkomende stoffen van een dergelijke invloed niets zou zijn te merken. De vraag of de gedaante van een ferromagnetisch lichaam op dit verband van invloed is dient dus meer dan tot dusver geschiedde experimenteel te worden onderzocht.

5. We hebben in de gegeven beschouwing een coherente groep van elementairemagneetjes behandeld als een homogeen stelsel waarvan de begrenzing vergelijkbaar was met een langgerekte ellipsoïde met de omwentelingsas in de richting van de ellipsoïde. Denkt men echter aan de experimenteel gevonden assenverhoudingen van de orde van 1 : 1000, dan is het duidelijk dat deze groepen uit een zeer groot aantal elementaire-kristallen moeten bestaan, en dat dus van homogeniteit zelfs niet bij benadering sprake kan zijn. De vraag ligt dus voor de hand of de magnetische eigenschappen van zulk een keten van kristallen wel vergelijkbaar zijn met die van de zo juist beschouwde homogene stelsels, en welke de oorzaak is van de magnetische samenhang dezer kristallen.

Om deze vraag te kunnen beantwoorden beschouwen we twee identieke ellipsoïden van de besproken soort, die met de omwen-

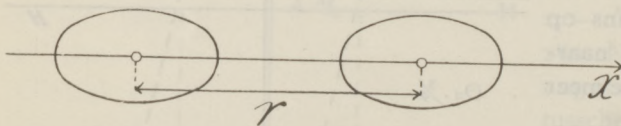


Fig. 11.

telingsassen in elkaars verlengde liggen. (fig. 11). Hun volume stellen we voor door  $v$ , de afstand hunner middelpunten door  $r$ , en we nemen aan dat in de  $x$ -richting een homogeen uitwendig magnetisch

telingsassen in elkaars verlengde liggen. (fig. 11). Hun volume stellen

veld  $H$  werkt. Gaat men nu uit van een toestand waarbij beide ellipsoiden in de  $x$ -richting verzadigd zijn gemagnetiseerd, en benadert men hun wederkerige energie door die van twee in hunne centra geplaatste dipolen met hetzelfde magneties moment, dan kan men aantonen dat steeds

$$M_{1x} = M_{2x}, M_{1y} = -M_{2y}, M_{1z} = -M_{2z}$$

zal zijn, en voor de energie per  $\text{cm}^3$  komt men in totaal tot de formule:

$$E = -M_x H + \frac{1}{2} \left\{ \left( A - \frac{2v}{4\pi r^3} \right) M_x^2 + \left( B - \frac{v}{4\pi r^3} \right) (M_y^2 + M_z^2) \right\}, \quad (5)$$

die naar de vorm geheel met (3) blijkt overeen te stemmen. Men komt daardoor gemakkelijk tot het resultaat dat wanneer

$$B > \frac{v}{4\pi r^3},$$

er hysteresis zal optreden indien

$$A < \frac{2v}{4\pi r^3},$$

en wanneer

$$B < \frac{v}{4\pi r^3}$$

indien

$$A < B + \frac{v}{4\pi r^3}.$$

Men ziet hieruit dat het stelsel der beide ellipsoiden hysteresis kan vertonen zonder dat de ellipsoiden dit elk voor zich doen: dit is b.v. het geval wanneer

$$B > \frac{v}{4\pi r^3} \quad \text{en} \quad 0 < A < \frac{2v}{4\pi r^3}.$$

Natuurlijk zal hetzelfde zich bij een keten van ellipsoiden kunnen voordoen, en wel zal dan de kans op hysteresis groter zijn naarmate de keten langer is.

Minder eenvoudig dan in het hiermee beschouwde geval worden de  $M$ - $H$ -diagrammen wanneer men de beide ellipsoiden niet meer identiek onderstelt. Zijn  $v_1$  en  $v_2$  de volumina, dan is het totale magnetiese moment in de  $x$ -richting

$$v_1 M_{1x} + v_2 M_{2x}.$$

Zet men deze grootheid uit tegen het magneties veld  $H$ , dan krijgt men in de gevallen zonder en met hysteresis gebroken lijnen

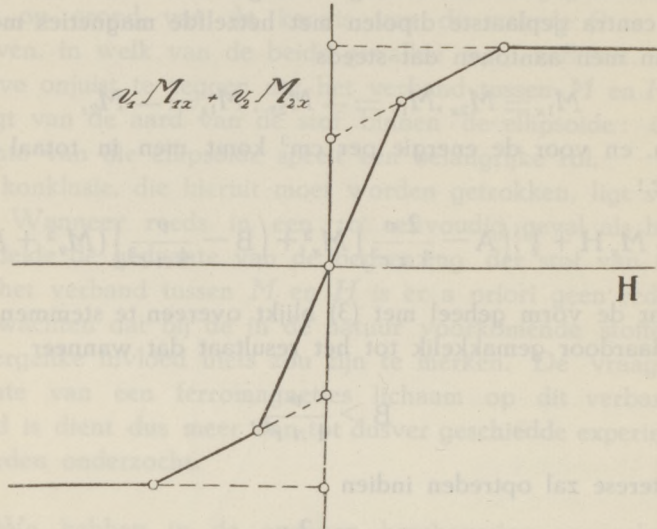


Fig. 12.

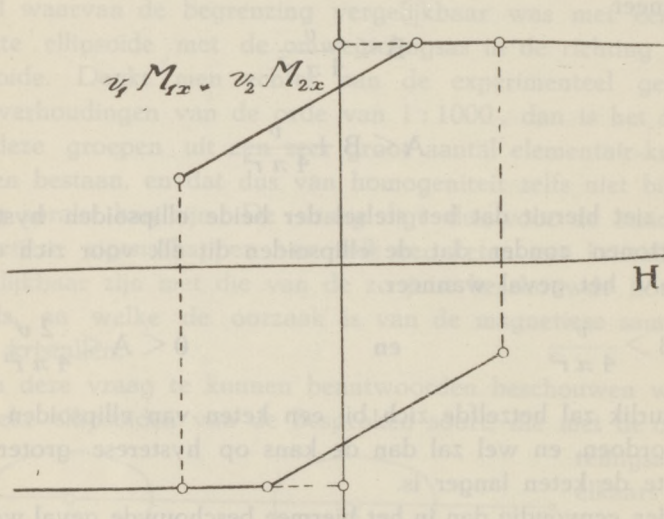


Fig. 13.

zoals resp. in de figuren 12 en 13 worden weergegeven. Men ziet dat fig. 13 al een tamelijk grote overeenkomst vertoont met de experimenteel gevonden hysteresis-krommen. We zullen echter

bij onze verdere beschouwingen van de figuren 12 en 13 geen gebruik maken, maar ze benaderd denken door de figuren 6 en 7.

Teneinde nu te kunnen inzien waarom kristalketens, die langgerekt zijn in de richting van de magnetisatie, zich als magnetiese eenheden voordoen, beschouwen we twee omwentelingsellipsoiden,

die elk voor zich hysteresis vertonen, en ten opzichte van elkaar georiënteerd zijn zoals fig. 14 dat aangeeft. De  $x$ -richting is die

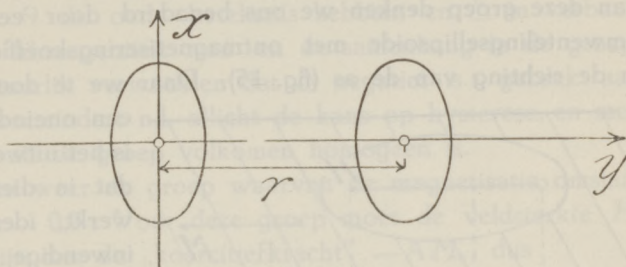


Fig. 14.

van de spontane magnetisatie der beide lichamen, en in deze richting werkt een homogeen uitwendig magneties veld  $H$ . Benadert men weer de wederkerige energie der beide lichamen door die van twee in hunne centra geplaatste dipolen met hetzelfde magneties moment, dan kan men gemakkelijk aantonen dat de toestand, waarbij beide ellipsoiden in de  $x$ -richting verzadigd gemagnetiseerd zijn, zonder uitwendig veld niet stabiel behoeft te wezen. Is dit echter nog juist wel het geval, en gaat men uit van de toestand waarbij zonder uitwendig veld  $M_{1x} = M_{2x} = M_0$ , en laat vervolgens  $H$  negatief worden, dan wordt bij een bepaalde (kleine) veldsterkte de toestand instabiel, en bij deze veldsterkte is de toestand met  $M_{1x} = M_0$  en  $M_{2x} = -M_0$  (of omgekeerd) die met de kleinste energie. De magnetisatie van één der beide ellipsoiden zal dus bij deze veldsterkte plotseling van richting veranderen, terwijl die van de andere pas bij een sterker negatief veld omkeert. Een dergelijk verschijnsel zal zich ook voordoen wanneer de beide ellipsoiden niet identiek zijn, en we zien dus dat bij de beschouwde orientatie deze lichamen niet als een magnetise eenheid mogen worden beschouwd in dien zin dat beider magnetisaties in onderling verband veranderen.

Men vindt in de tans besproken voorbeelden een voldoende verklaring voor het feit dat de magnetiese eenheden langgerekte ketens van kristallen zijn met de lengte-as in de richting van de magnetisatie, en dat de niet in elkaars verlengde liggende ketens elkanders stabiliteit slechts in geringe mate beïnvloeden.

6. We gaan tans over tot een kwantitatieve beschouwing van de in de figuren 1, 2, 4 en 5 gegeven hysteresis-krommen, en beginnen daarbij met fig 4, die betrekking heeft op week ijzer. We denken ons daartoe een oneindig lange ijzeren staaf, en letten op een groep van cohaerente elementair-magneetjes. De gedaante van deze groep denken we ons benaderd door een langgerekte omwentelingsellipsoïde met ontmagnetiseringscoëfficiënt  $A$  in de in de richting van de as (fig. 15). Daar we te doen hebben met

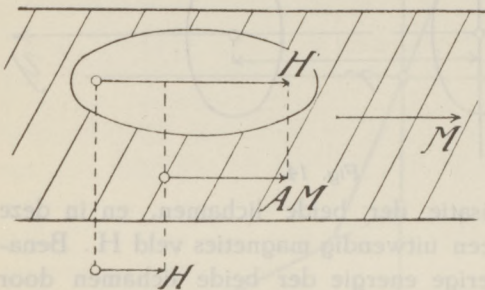


Fig. 15.

een oneindig lange staaf is het uitwendige veld  $H$ , dat in diezelfde richting werkt, identiek met het inwendige veld  $H$ . Het veld  $H'$ , dat op de beschouwde groep werkt, verschilt echter hiervan en is, als  $M$  de magnetisatie van de staaf voor-

stelt, een bedrag  $AM$  groter:

$$H' = H + AM \quad (6)$$

We gaan nu uit van een toestand, waarin  $H$  zeer groot is en de staaf nagenoeg verzadigd is gemagnetiseerd, en laten dan dit veld afnemen. Blijkens fig. 4 beginnen dan diskontinue sprongen op te treden wanneer  $H = -0,7$  is geworden. Wanneer echter de magnetisatie van een groep omslaat moet klaarblijkelijk

$$H' = H + AM < 0$$

zijn, hetgeen in het onderhavige geval, met  $H = -0,7$  en  $M = 3000$ , leidt tot

$$-0,7 + 3000 A < 0 \quad \text{of} \quad A < 0,00023.$$

Aan een ontmagnetiseringscoëfficiënt  $A = 0,00023$  beantwoordt nu een assenverhouding van de beschouwde ellipsoïde van de orde van 1 : 100; we komen dus ook tans, en wel zonder enige speciale onderstelling, tot de konklusie dat de groepen van cohaerente magneetjes zeer langgerekt moeten kunnen zijn.

We merkten reeds op dat zulk een langgerekte groep uit een groot aantal kristalletjes moet bestaan. Niettemin willen we ons de magnetisatie-krommen benaderd denken door fig. 6 als er geen,

en door fig. 7 als er wel hysteresis is. De koëfficiënt  $A$  denken we ons echter niet zoals vroeger (formule 2) bestaande uit twee bestanddelen, maar uit drie:

$$A = A + \theta + \Delta, \quad (7)$$

waarin  $A$  en  $\theta$  de oude betekenis hebben, en  $\Delta$  in verband staat met de homogeniteit van en de samenhang in de groep. Men moet natuurlijk verwachten dat  $\Delta$  negatief is: gebrek aan homogeniteit vermindert n.l. allicht de kans op hysteresis, en men heeft  $\Delta = 0$  als de groep volkomen homogeen is.

Beschouw nu weer de groep waarvan de magnetisatie omslaat wanneer  $H = -0,7$ . Voor deze groep moet de veldsterkte  $H'$  tegengesteld zijn aan de „koërcitiefkracht”  $-AM_0$ , dus

$$H' = AM_0 \quad \text{of} \quad H + AM = (A + \theta + \Delta) M_0.$$

Substitueren we hierin  $H = -0,7$ ,  $M = 3000$  en  $M_0 = 5400$ , dan krijgen we

$$(0 >) \theta + \Delta = 0,00013 - 0,4 A$$

of, daar  $A < 0,00023$ :

$$0 > \theta + \Delta > -0,00022,$$

en we vinden dus voor  $-(\theta + \Delta)$  een orde van grootte van hoogstens 0,0003.

Voor de groepen, die het laatst tot diskontinuiteiten aanleiding geven (bij  $H = -1,9$  en  $M = -2160$ ), behoeft deze orde van grootte geen andere te zijn. Men heeft n.l. in

$$H' = H + AM = (A + \theta + \Delta) M_0$$

te substitueren  $H = -1,9$ ,  $M = -2160$  en  $M_0 = 5400$ , waaruit men vindt:

$$\theta + \Delta = -0,00035 - 1,4 A,$$

zodat het alleen van de waarde van  $A$  afhangt of  $-(\theta + \Delta)$  dichter of minder dicht bij de 0,00035 ligt, en men de waarde van deze grootte niet groter hoeft te schatten dan b.v. 0,0005.

Wat betreft de groepen die niet aan de hysteresis meewerken kan worden opgemerkt dat de magnetisatie van de beschouwde ijzersoort sterk afneemt wanneer  $H$  afneemt van 1,5 tot  $-0,7$ , zonder dat daarbij echter van diskontinuiteiten te merken is. Het

ligt voor de hand dit afnemen toe te schrijven aan het afnemen van het magneties moment in de groepen waarop we fig. 6 van toepassing hebben verklaard. De magnetisatie van zulk een groep begint af te nemen wanneer

$$H' = H + AM = (A + \Theta + \Delta) M_0;$$

substitueren we hierin  $H = 1,5$ ,  $M = 4300$  en  $M_0 = 5400$ , dan vinden we

$$\Theta + \Delta = 0,00028 - 0,2 A, \quad \text{zodat} \quad \Theta + \Delta < 0,00028.$$

Er is dus reden om aan te nemen dat voor alle magneties kohaerente groepen van elementairmagneetjes de waarde van  $\Theta + \Delta$  ligt tussen  $+0,0005$  en  $-0,0005$ .

Behandelt men de op nikkelstaal betrekking hebbende fig. 5 op dezelfde wijze als tans fig. 4 behandeld is, dan vindt men, wanneer men  $M_0 = 3500$  stelt, voor  $\Theta + \Delta$  waarden tussen  $+0,002$  en  $-0,002$ .

In de voor nikkel geldende fig. 1 is het interval waarbinnen diskontinuiteiten optreden niet bekend. Men kan echter wel als zeker aannemen dat het punt, waar de teruglopende tak de  $H$ -as snijdt, tot dit interval behoort. Stellen we ons een groep voor die bij dit punt een diskontinuiteit veroorzaakt, dan is voor die groep

$$H' = H = - (A + \Theta + \Delta) M_0.$$

en door hierin te stellen  $H = -2,25$  en  $M_0 = 1500$  vinden we

$$\Theta + \Delta = A - 0,0015.$$

Daar  $\Theta + \Delta < 0$  volgt hieruit dat

$$-(\Theta + \Delta) < 0,0015,$$

en voor de verschillende groepen zal dus  $\Theta + \Delta$  ongeveer liggen tusschen  $+0,002$  en  $-0,002$ .

Uit fig. 2, die het gedrag weergeeft van een zeer harde staal-soort, leiden we op analoge wijze af

$$-(\Theta + \Delta) < 0,0032:$$

we mogen hierbij dus wel aannemen dat  $\Theta + \Delta$  ligt tussen  $+0,004$  en  $-0,004$ .



De verkregen resultaten in een tabel verenigend hebben we dus:

Met het oog op de hysteresis is verder:

$$\theta < 0.$$

	$ \theta + \Delta  <$
Ijzer . . . . .	0,0005
Nikkelstaal . . . . .	0,002
Nikkel . . . . .	0,002
Hard staal . . . . .	0,004

7. We willen tans nog wat dieper ingaan op het mechanisme van het magnetiseringsproces en onze voorstelling in die mate specialiseren dat het mogelijk wordt langs theoretiese weg de waarde van de konstante  $\theta$  te bepalen. In § 2 werd reeds opgemerkt dat in de atomen der ferromagnetiese lichamen bestanddelen aanwezig moeten zijn, die vergelijkbaar zijn met kleine permanente magneetjes. De eenvoudigste onderstelling, die men aangaande deze magneetjes kan maken is wel die, dat ze mogen worden beschouwd als dipolen met konstant magneties moment die geplaatst zijn in de centra der atomen en om die punten vrij kunnen draaien; de enige krachten die op deze draaiing invloed hebben zijn dan het uitwendige veld en de velden die van de dipolen zelf uitgaan.

Van primair belang is nu natuurlijk de vraag hoe de dipolen, dus de atomen, in de verschillende ferromagnetiese lichamen zijn gerangschikt. De resultaten der Röntgen-spektroskopie geven hieromtrent uitsluitel. Ijzer bij normale temperatuur ( $\text{Fe } \alpha$ ) vertoont een gecentreerd-kubies kristalnet (Westgren<sup>1)</sup>), nikkel een vlakgecentreerd-kubies (Hull<sup>2)</sup>). Bij nikkelstaal werd door Westgren<sup>1)</sup> eveneens een vlakgecentreerd-kubies net gevonden, evenals bij mangaanstaal. Drukt men in al deze gevallen de koërcitiefkracht uit in de verzadigingsmagnetisatie, dan krijgt men verreweg de kleinste fraktie bij zuiver ijzer: wil men dit aan de kristalstructuur toeschrijven, dan moet men aannemen, dat bij een vlakgecentreerd kubies net van dipolen de koërcitiefkracht (relatief) groter is dan bij een eenvoudig gecentreerd net. Bij de verschillende staalsoorten zou men in deze gedachtingang verwachten dat de magnetiese atomen voor een groot deel gerangschikt zijn in gecentreerd-kubiese netten; of dit inderdaad het geval is kan echter alleen door Röntgen-analyse worden uitgemaakt.

1) Engineering, III, 1921, p. 727.

2) Phys. Review, XVII, 1921, p. 571.

Onze verdere taak is blijkbaar de bepaling van  $\Theta$  voor gecentreerd- en vlak-gecentreerd-kubiese netten van draaibare magnetiese dipolen. Ter wille van de volledigheid zal tevens het gewone kubiese net worden behandeld.

We beschouwen hiertoe eerst een willekeurig net met kubiese symmetrie, dat begrensd wordt door een langgerekte omwentelingsellipsoïde. In de richting van de as denken we ons een sterk uitwendig veld  $H$  aangebracht, waardoor de ellipsoïde verzadigd is gemagnetiseerd: de dipolen hebben dan alle de richting van  $H$ . Laten we nu  $H$  langzaam afnemen en tenslotte negatief worden, dan zal er een ogenblik komen, waarop de dipolen van stand gaan veranderen. Men kan zich voorstellen dat daarbij plotseling alle dipolen gelijktijdig van richting omkeren, maar ook, dat deze richtingsverandering geleidelijk plaats heeft. Vooral in dit laatste geval is natuurlijk van belang de vraag hoe de dipolen ten opzichte van elkaar zullen gaan draaien.

Deze vraag is het eerst gesteld en gediscussieerd door L. S. Ornstein en F. Zernike <sup>1)</sup>. Door hen is waarschijnlijk gemaakt dat de dipolen zich naar hun richting gaan splitsen in twee gelijkwaardige groepen, die men als volgt kan verkrijgen: „Men beschouwt een reeks van evenwijdige netvlakken, die men num-

mert  $\dots - 2, -1, 0, 1, 2, \dots$ . De dipolen van de netvlakken met oneven rangnummers vormen groep I, de andere groep II.” Men kan dit resultaat plausibel maken met behulp van fig. 16, waarin een vlak rechthoekig rooster van dipolen wordt voorgesteld: — zijn aanvankelijk door een sterk veld alle dipolen naar rechts gericht, en laat men

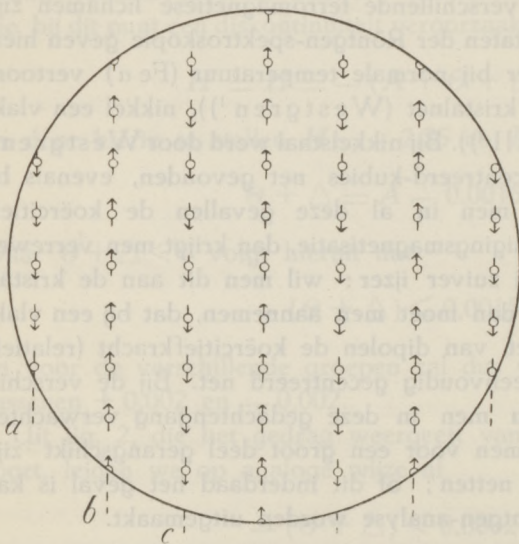


Fig. 16.

<sup>1)</sup> Versl. K. A. W. Amsterdam, XXVII, 1918, p. 396.

vervolgens dit veld tot nul afnemen, dan zullen zich daarbij de dipolen gaan instellen in de configuratie met de kleinste energie, die in deze figuur wordt aangegeven. Nummert men de vertikale lijnen  $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$  en deelt men de lijnen  $-3, -1, 1, 3$  in bij groep I, de andere bij groep II, dan hebben inderdaad alle dipolen van groep I dezelfde richting, en evenzo alle dipolen van groep II.

Natuurlijk geven niet alle stelsels van evenwijdige netvlakken dezelfde indeling in groepen en dezelfde waarde van  $\Theta$ ; men zal dus verschillende indelingen moeten onderzoeken en nagaan welke van deze indelingen zich het gemakkelijkst aftekent.

8. Teneinde het gestelde probleem zoveel mogelijk te vereenvoudigen nemen we aan dat de as van de omwentelingsellipsoïde, waardoor het beschouwde net van dipolen wordt begrensd, evenwijdig is met een der hoofdrichtingen van het net. Van de verschillende mogelijke indelingen der dipolen in twee groepen letten we verder alleen op diegenen, die op de in de vorige paragraaf aangegeven wijze ontstaan wanneer men uitgaat van reeksen van evenwijdige netvlakken die parallel zijn met een kubusvlak, een dodekaëdervlak of een oktaëdervlak; de andere indelingen komen n.l. pas in de tweede plaats in aanmerking. Heeft het magneties moment van de dipolen van groep I de richtingscosinussen  $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ , dat van de dipolen van groep II de richtingscosinussen  $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2$ , dan wordt de energie per  $\text{cm}^3$  voorgesteld door de formule:

$$E = \frac{M_o^2}{4} \left\{ (\alpha_1 + \alpha_2)^2 \frac{1-3A}{6} + (\beta_1 + \beta_2)^2 \frac{1-3B}{6} + (\gamma_1 + \gamma_2)^2 \frac{1-3B}{6} \right\} - \frac{M_o^2}{4} \left\{ (\alpha_1 - \alpha_2)^2 X + (\beta_1 - \beta_2)^2 Y + (\gamma_1 - \gamma_2)^2 Z \right\} - \frac{M_o H}{2} (\alpha_1 + \alpha_2),$$

waarin  $A$  en  $B$  weer ontmagnetiseringscoëfficiënten zijn,  $M_o$  de verzadigingsmagnetisatie voorstelt, terwijl de grootheden  $X, Y$  en  $Z$  afhangen van de bouw van het net en de indeling in groepen, maar niet van de gedaante der begrenzing. Door Ornstein en Zernike (loc. cit.) zijn reeksen aangegeven met behulp waarvan men de waarden dezer grootheden kan bepalen.

Door minimum-onderzoek van de uitdrukking voor  $E$  kan men nu aantonen dat alleen van belang is de indeling waarvoor  $Y$

(of  $Z$ ) zo klein mogelijk is. Duidt men de aan deze indeling beantwoordende waarde van  $Y$  (resp.  $Z$ ) aan met  $Y_0$  (resp.  $Z_0$ ), en stelt men

$$2 Y_0 - \frac{1}{3} = \Theta \quad (\text{resp. } 2 Z_0 - \frac{1}{3} = \Theta), \quad A + \Theta = A \quad \text{en} \quad B + \Theta = B,$$

dan geeft dit onderzoek verder eenvoudig de magnetisatie-diagrammen der figuren 6, 7 en 8.

Fig. 6 geldt wanneer  $A > 0$ , fig. 7 wanneer  $A < 0$  en  $B > 0$ , en fig. 8 wanneer  $A < 0$  en  $B < 0$  (het laatste komt echter nooit voor omdat steeds  $\Theta > -\frac{1}{3}$  zal blijken te zijn).

Om dus in de hier beschouwde gevallen  $\Theta$  te verkrijgen heeft men niet anders te doen dan  $Y_0$  (resp.  $Z_0$ ) te bepalen. Het is echter duidelijk dat men bij een andere orientatie van het net ten opzichte van de begrenzendende ellipsoïde in 't algemeen voor  $\Theta$  een andere waarde zou hebben gevonden. In de onderstaande tabel vindt men nu voor de drie kubiese netten de uiterste waarden van  $\Theta$  aangegeven: deze blijken steeds te beantwoorden aan de groepindeling der dodekaëdervlakken.

Net	$\Theta \geq$	$\Theta \leq$
Kubies . . . . .	5,83	8,00
Gecentreerd-kubies . . . . .	-0,038	-0,0172
Vlak-gecentreerd-kubies . . . . .	-0,1814	-0,1814

Uit de opgegeven getallen blijkt dat bij een kubies net hysteresis uitgesloten is: bij de beide andere netten kan hysteresis optreden wanneer de begrenzendende ellipsoïde voldoende langgerekt is.

Brengt men de in § 6 uit experimentele gegevens afgeleide resultaten in verband met wat in het begin van § 7 wordt vermeld, dan blijkt dat bij een gecentreerd kubies net  $\Theta$  kleiner zal moeten zijn dan  $-0,0005$ , en bij een vlak-gecentreerd net kleiner dan  $-0,004$ . Aan deze eis voldoen inderdaad de langs theoretische weg bepaalde waarden: bovendien is naar behoren de waarde voor het gecentreerde net groter dan die voor het vlak-gecentreerde. De gegeven theorie schijnt dus van de hysteresis-verschijnselen bij ijzer en nikkel en bij verschillende staalsoorten kwantitatief rekenschap te kunnen geven, wat van geen der tot dusver bekende theorieën kan worden gezegd: definitief zal ze echter pas aan het experiment kunnen worden getoetst wanneer een middel is gevonden om de waarde van de grootte  $\Delta$  te schatten.

Van belang zijn nog de perspectieven die de theorie opent ter verklaring van de eigenschappen der legeringen van Heussler. Daar n.l. de magnetiese eigenschappen der drie kubiese netten sterk van elkaar verschillen is het duidelijk dat bij mengkristallen deze eigenschappen in hoge mate afhankelijk zullen zijn van de wijze waarop in deze kristallen de magnetiese atomen zijn gerangschikt. Op deze rangschikking kunnen natuurlijk behalve de mengverhouding allerlei factoren van invloed zijn: dat men bij de legeringen van Heussler een grote verscheidenheid van magnetiese eigenschappen aantreft is dus wel enigermate begrijpelijk.

## SCHOOLPROEVEN ALS INLEIDING TOT EINSTEIN'S GRAVITATIETHEORIE<sup>1)</sup>

door A. D. FOKKER.

1. Indien de vraag gesteld wordt, wat men aan gymnasiasten of hogere-burgerscholieren zou kunnen vertellen van Einstein's gravitatie-theorie, dan moet naar mijne meening het antwoord ons leiden tot den natuurkundigen wortel der theorie, tot den grondslag der mechanica, tot het axioma namelijk omtrent de beweging van een lichaam waarop geen uitwendige krachten werken. Galilei stelde het axioma voorop, dat een volkomen vrij deeltje met eenparige snelheid zou voortloopen in een rechte lijn. Einstein stelt voorop dat *een deeltje waarop geen krachten werken* zich beweegt volgens hetgeen met een vakterm heet een geodetische lijn in de vierdimensionale werkelijkheid, dat wil zeggen *een vrije valbeweging* uitvoert. Deze vrije val is volkomen dezelfde beweging voor alle lichamen, welke ik ook verkies te nemen, indien zij onder dezelfde omstandigheden worden losgelaten, dat leert de ervaring. Tot de vrije valbeweging moeten ook de bewegingen der hemellichamen gerekend worden, dat is de extrapolatie van Newton.

Uit het axioma dat dezelfde vrije val de beweging is voor alle lichamen die aan geen krachten onderhevig zijn, volgt de zoogenaamde identiteit van traagheidsmassa en zwaartemassa: er is maar eenerlei reactie van het lichaam wanneer men het van zijn natuurlijke beweging afdringt. Trek namelijk de volgende parallel.

1) Proeven gedemonstreerd in de vergadering der Ned. Natuurk. Vereeniging te Delft op 26 April 1924.

Indien wij een lichaam verhinderen zijn vrijen val te volgen, door het aan een koord op te hangen, dan wordt dit laatste gespannen. Grammatikaal zeggen wij: op het lichaam werkt een kracht, zijn gewicht, en de spanning van het koord moet evenwicht maken met dat gewicht. — Indien wij het verhinderen zijn vrijen val te volgen door het aan een koord in een kring rond te slingeren, dan wordt dit wederom gespannen. Wij kunnen grammatikaal zeggen, dat nu op het lichaam werkt een middelpuntvliedende kracht, en dat de spanning van het koord daarmee evenwicht moet maken. Wij hebben echter geleerd te zeggen dat dit beeldspraak is, dat er geen middelpuntvliedende kracht is, dat wij behooren te zeggen: het lichaam zou zonder het koord recht vooruit vliegen, en om het daarvan te doen afwijken hebben wij de spankracht van het koord noodig. Maar dan is het evenzeer een grammatikale beeldspraak, te zeggen, dat op het lichaam zijn gewicht als een werkelijke kracht werkt. Het lichaam wil zijn vrijen loop nemen, zijn vrijen val volgen, en om het daarin te verhinderen is noodig de kracht van het gespannen koord.

Bij het onderwijs zullen wij moeten duidelijk maken, dat ten eerste de middelpuntvliedende kracht net zoo'n „kracht" is als het gewicht, en ten tweede, dat het „gewicht" ophoudt te werken zoodra de lichamen hun vrije valbeweging kunnen volgen, juist zooda als ook de „middelpuntvliedende kracht" ophoudt te werken.

2. De ononderscheidbare versmelting van gewicht en middelpuntvliedende kracht kan gedemonstreerd worden aan bekende eenvoudige proeven op een draaiende schijf: denk aan het scheef hangen van een excentrisch schietlood, aan de parabolische kom van een draaiende-vloeistofoppervlak. Men brengt de leerlingen ertoe, als denkoefening, in te zien dat het hellende vlak in de bocht van een wielbaan *voor den renner* letterlijk waterpas is, controleerbaar met een waterpas-instrument op het stuur. Men onderneemt gedachtenexperimenten in een schuitje van een draaimolen, laat daarin een steen vallen loodrecht op den bodem, het water in een glas parallel staan aan dien scheven bodem, een slinger heen en weer gaan met een slingertijd, bepaald door een andere valversnelling dan op den vasten grond, enz. Men zal niet kunnen laten het gewone „gewicht" te signaleren als resultante van „aantrekking" door de aarde en middelpuntvliedende kracht bij haar wenteling.

Dat in een wentelende watermassa de werkende kracht loodrecht staat op de parabolische niveaувlakken kan men heel geschikt laten zien door in het water van een wentelend cilindrisch glas eerst dubbelkoolzure soda en vervolgens stukjes wijnsteen zuur te doen. Beide worden op den bodem gecentrifugeerd naar den buitenrand, en men ziet fraai een omwentelingsfiguur gevormd door de lijnen van koolzuurbelletjes, die met hun schijnbaar negatief gewicht en negatieve middelpuntvliedende kracht langs de krachtlijnen naar boven stijgen.

3. Dat vrij vallende lichamen hun gewicht kwijt zijn, evenals er op vrij vliegende deeltjes geen middelpuntvliedende kracht werkt, is niet zoo makkelijk te vertoonen, omdat daartoe de valversnelling wel een beetje groot is.

Maar laat ons een glazen vat nemen met van onderen een krans van gaatjes. Laat ons het vat met water vol schenken: uit de openingen spuit een stralenkrans. Werp het glas omhoog zonder draaiing: *zoodra het glas vrij valt*, houdt het spuiten op. *Het water heeft zijn gewicht verloren*, het drukt niet meer tegen den bodem. Voor dat het glas te pletter valt vangen wij het op. Van het oogenblik dat het gehinderd wordt in den vrijen val, begint het water weer te spuiten, en nu het niet eens zijn snelheid behouden kan, maar nog tegengehouden wordt ook, en dus sterker gehinderd wordt dan toen het stil hing, drukt het harder tegen den bodem en spuit verder weg.

Tweede proef. <sup>1)</sup> Wij maken een bolletje van hout of glas met een veer vast aan den bodem van een glazen vat. Wij gieten er kwik in, dat het bolletje opbeurt, en daardoor, als er nog wat kwik bij gedaan wordt, de veer spant. Wij werpen alles met elkaar de lucht in, om het later weer op te vangen. Zoodra het glas onze hand verlaat, duikt het bolletje onder en verheft zich een kwikkolom in het glas. In het vrij vallende systeem werkt geen gewicht, er is geen hydrostatische druk meer in het kwik, de veer heeft vrij spel om het bolletje omlaag te trekken, waardoor het kwik omhooggestuwd wordt.

Doet men de proef met een glas, waarin enkel wat kwik ligt, dan wordt bij het parallel omhoog werpen ook het kwik in het midden omhoog gebeurd. Kennelijk door de capillaire krachten. Want doet men de proef met water, dan wordt dit langs den

<sup>1)</sup> Aan de hand gedaan door een strikvraag-medewerker van Physica.

glaswand omhoog getrokken. Zeer instructief is het, te zien wat er gebeurt, wanneer men holle glazen bollen, waarin wat kwik of water gedaan is, laat vallen of in de lucht werpt.

Bij zulke proeven sluit aan de beschouwing van Jules Verne's fantaisie van het naar de maan geschoten projectiel dat een kajuit bevatte en daarin drie mannen. Het is uiterst amusant zich in te denken, welken hinder en ongemak die vrij vallende maanvaarders ondervinden door het wegvallen der zwaarte, of beter gezegd, door het gemis van de door hen weg-gevallen zwaarte. Een gemakkelijke fantaisie over de wonderlijkheden eener wereld zonder zwaarte werd door Ir. Mouthaan gegeven in „Het Vaderland” van Zondag 30 Maart 1924.

4. Dat het gewicht van een lichaam, d. w. z. de kracht waarmee het aan een touw trekt, vergroot wordt, indien men het versnelt naar boven beweegt en daardoor dwingt verder af te wijken van de vrije valbeweging dan indien het stil zou hangen, en dat omgekeerd het gewicht geringer wordt indien het lichaam versneld omlaag gaat, kan men aantoonen met behulp van veerdynamometers, indien men over een katrol een grootere massa en een kleinere aan hetzelfde koord hangt. Bij het naar beneden gaan trekt de groote massa aan het koord, blijkens de aanwijzing van den krachtmeter, met een kleinere kracht dan haar gewoon gewicht; en de opgetrokken kleinere massa trekt harder dan haar gewone gewicht.

Hetzelfde kan men ook bedenken naar aanleiding van de volgende proef, die tot een denkoefening moet leiden. Naast elkander stelt men op een stuk koper, dat aan een schroefveer hangt, en een areometer die in een hoog glas water drijft. Beide kunnen, wanneer men ze een tikje geeft, op en neer dobberen. Indien men het ophangpunt van de veer op en neer beweegt, dan komt het stuk koper aan het schommelen, het veert op en neer. Nu bewegen wij het glas water op en neer. Er is geen sprake van dat wij den areometer aan het dobberen krijgen. Zoodra het glas stil gehouden wordt, staat hij net even hoog in het water stil als voorheen. Waarom heeft de areometer precies de beweging van het water gevolgd en kunnen volgen? Door de versnellingen werd de kracht beïnvloed waarmee het water naar beneden drukte, en daarmee de hydrostatische drukkingen op het oppervlak van den areometer. Deze veranderde drukkingen



zijn in staat om een massa, even groot als die van het verplaatste water, dus even groot als de massa van den areometer, in de bewegingen van het water te doen deelen.

Een slingerend bolletje is in radieele richting gebonden, in tangentieele richting volgt het den val, tangentieel werkt er dus geen kracht. Dit kan men zien aan het wateroppervlak in een bakje dat in het slingerpunt van een slingertoestel staat. Indien men echter op hetzelfde slingertoestel, hetzij hooger, hetzij lager, nog de massa zet van een stuk ijzer, dan zal de samengestelde slinger (nu met een ander slingerpunt) in het eerste geval vlugger, in het tweede geval langzamer slingeren dan voorheen. In het eerste geval zal dus de versnelling naar den verticalen nulstand, die aan het water wordt opgedrongen, grooter zijn dan overeenkomt met zijn vrije tangentieele beweging. Het verzet zich met een reactie van den verticalen nulstand af. Het loopt aan den buitenkant op bij elke uitwijking. De verandering van den stand van den waterspiegel wordt hier teweeggebracht door een reactie, door een traagheidskracht, die precies van denzelfden aard is als de reactie die middelpuntvliedende kracht heet; van denzelfden aard ook als de reactie die gewicht heet.

Indien men met dergelijke proeven toelicht de beteekenis van de identiteit van traagheid en zwaarte: beide een reactie tegen afwijkingen uit de natuurlijke, dat is de vrije valbeweging, en indien de wiskundeleeraar zich onthoudt van onbewijsbare axiomaas voor te stellen als vanzelfsprekend geen bewijs behoevend, dan heeft mijns inziens het voorbereidend hooger onderwijs daarmede haar taak met betrekking tot de gravitatie theorie vervuld.

---

## VERSLAGEN.

---

### NEDERLANDSCHE NATUURKUNDIGE VEREENIGING.

*Vergadering op Zaterdag 26 April 1924 te Delft.*

De heer R. H. de Waard spreekt over

*Een theorie van het ferromagnetisme van ijzer en nikkel.*

Den inhoud dezer mededeeling vindt men op een andere plaats in dit nummer.

Vervolgens doet de heer G. van Dijk eene mededeeling  
*Over trillingen, opgewekt door het rijden van voertuigen,  
en de registrering ervan.*

Naar aanleiding van den laatsten tijd van verschillende zijden bij het Meteorologisch Instituut te De Bilt ontvangen verzoeken om de trillingen, veroorzaakt door het rijden van zware voertuigen te registreeren, werd een instrument geconstrueerd, waarmee de bewegingen van den bodem met een vergrooting van 2000 keer kunnen worden opgeteekend. Het instrument, het best als vibrograaf aan te duiden, werd op de vergadering gedemonstreerd; de eigenperiode van den „slinger” is ongeveer 1 seconde, de perioden der te meten trillingen zijn zeer vele malen kleiner, hoogstens 0,1 sec., zoodat alle voorkomende perioden practisch even sterk vergroot worden, n.l. volgens de indicatorvergrooting. De vergrooting kan zoo noodig, kleiner genomen worden; als registrering wordt optische registrering toegepast, voor demping vloestofdemping aangewend.

De trillingen van de tafel, waarop het instrument geplaatst was, werden op een aan den wand van het vertrek aanwezige groote schaal, ongeveer 3000 keer vergroot, geprojecteerd; vervolgens werd aan de hand van projecties een overzicht gegeven van de waarnemingen, aan het Meteorologisch Instituut en in verschillende huizen te De Bilt en Utrecht verricht.

Als maatstaf van de sterkte van aardbevingen wordt veelal genomen de maximale versnelling der deeltjes van den bodem, wanneer hierdoor aardbevingsgolven gaan. Wordt de periodieke beweging voorgesteld door  $x = A \sin(2\pi t/T)$ , dan is de maximale versnelling  $4\pi^2 A/T^2$ . Tusschen aardbevingstrillingen en verkeers-trillingen bestaat o.a. dit verschil dat  $A$  en  $T$  bij sterke aardbevingen beide zeer vele malen grooter zijn dan bij het rijden van voertuigen; ofschoon in verband daarmee regels uit de seismologie niet, zooals wel eens gedaan is, zonder meer op het terrein der verkeerstrillingen kunnen worden toegepast, is toch te verwachten, dat, mutatis mutandis, de maximale versnelling of een daarmee verwante grootheid een geschikte maatstaf zal blijken voor de beoordeeling van den hinder, die de mensch en zijn woning door het verkeer van voertuigen ondervinden.

Ten slotte laat de heer Fokker eenige eenvoudige proeven zien ter demonstratie van de identiteit van traagheidsmassa en zwaartemassa, die men op een andere plaats in dit nummer beschreven vindt.

## BOEKBESPREKING.

*E. Grimsehl. Lehrbuch der Physik, zum Gebrauche beim Unterricht, bei Akademischen Vorlesungen und zum Selbststudium. Band I, Mechanik, Akustik, Wärmelehre und Optik, 6te vermehrte und verbesserte Auflage, herausgegeben von W. Hillers und H. Starke. 1142 blz. 1090 fig. en 2 gekleurde platen buiten den tekst. — B. G. Teubner, Leipzig-Berlin, 1923.*

Wanneer een boek als dit, voor 't eerst in 1909 verschenen, in betrekkelijk korten tijd zijn zesden druk beleeft, dan kan men van een krachtigen groei spreken, en wil men wel eens nagaan, welke die levenskrachtige kern is en hoe het met den groei van dit boek gesteld is. Men zou dan allereerst uitwendig dit proces kunnen vervolgen en kunnen constateeren, dat waar eerst het leerboek één band besloeg van 1052 blz., de tweede druk van 1911 reeds 200 blz. meer telde, zoodat bij de verschijning van den derden druk in 1914 reeds splitsing in twee banden noodig bleek, waarbij de eerste band begon met 966 blz., maar nu gaandeweg alweer tot 1142 blz. is aangegroeid.

Waarom dit uitwendig groeiproces zoo naar voren gehaald? zal men vragen.

Omdat hieraan vanzelf vastzit de vraag: Hoe is die vermeerdering ontstaan? Is het karakter van het boek daardoor ook gewijzigd? Als men ziet hoe Grimsehl het voorwoord van zijn eersten druk begint met:

„Das Buch ist aus dem Unterricht an der Oberrealschule hervorgegangen“

dan kan men de laatstgestelde vraag wel dadelijk toestemmend beantwoorden, en het deel van den ondertitel: „Zum Gebrauche beim Unterricht,“ zal dan zeker nu zoo dienen te worden verstaan, dat de leeraar zelf er vaak iets voor zijn lessen in zal kunnen vinden, maar dat het voor de leerlingen zelf geen geschikt boek meer is. Dit neemt niet weg, dat het boek in de handen van studenten en leeraren en dus ook als gids bij zelfstudie goede diensten kan bewijzen. Zooals bij den eersten opzet door Grimsehl zelf, is er ook in de latere, niet meer door hem bewerkte, drukken er naar gestreefd helder en duidelijk de problemen te stellen, steeds te onderscheiden tusschen het werkelijke en het hypothetische; zooveel mogelijk inductief te werk te gaan.

Dit schijnt mij toe de kern te zijn. Of nu de groei in alle opzichten gelijkmatig is geweest? Als men eens in 't kort nagaat, waarin bij dezen laatsten druk de aangroeiingen bestaan, dan treft in de eerste plaats hoe vooral de moderne beschouwingen over den weerstand bij beweging in vloeistoffen en gassen een uitvoerige plaats hebben gekregen. Vooral baseerende op de proefondervindelijke uitkomsten in Göttingen verkregen, worden een aantal nieuwe paragrafen ingelascht, waarin potentiaalstroming, draaistrooming, stroomlijnen enz. worden behandeld, hetgeen vooral gerechtvaardigd wordt met het oog op de latere begrippen in het electromagnetische veld. Maar ook meer direct in verband met de ontwikkeling van het vliegwezen zijn deze beschouwingen van belang. Zoo zou men overal aanvullingen en verbeteringen kunnen aanwijzen, maar dit zou hier te ver voeren. Uit alles blijkt duidelijk, dat het streven bestaat, het boek steeds op de hoogte van den tijd te houden. 't Is alleen maar te hopen, dat de volgende uitgaven maar niet steeds in diezelfde mate aangroeien, want anders zou het boek zijn oorspronkelijk karakter gaan verliezen. En dat zou jammer zijn, want het boek van Grimsehl heeft steeds een karakter gehad, waardoor het zich van andere groote leerboeken onderscheidde.

De uitvoering van dezen band is, zooals we dat van Teubner gewoon zijn, 't Is jammer, dat voor de buiten den tekst gedrukte gekleurde platen niet beter papier is gebruikt. Dit neemt echter niet weg, dat ik ook dezen druk van Grimsehl's werk gaarne aanbeveel.

T. v. L.

## TER BESPREKING ONTVANGEN BOEKEN.

- W. H. & W. L. Bragg*, X rays and Crystalstructure; 322 blz., 106 fig. — G. Bell & Sons, Ltd., London 1924. Prijs 21 shilling.
- L. L. Campbell*, Galvanomagnetic and thermomagnetic effects; 311 blz., 128 fig. — Longmans, Green & Co., London, 1923. Prijs 16 shilling.
- E. N. da C. Andrade*, The structure of the atom; 314 blz., 49 fig. — G. Bell & Sons, London, 1924. Prijs 16 shilling.
- M. von Laue*, La théorie de la Relativité, traduction par G. Létang, Tome 1; 332 blz. — Gauthier-Villars & Cie, Paris, 1924. Prijs 40 francs.
- Hans Reichenbach*, Axiomatik der relativistischen Raum-Zeit-Lehre; (Band 72 der Sammlung „Wissenschaft“) 161 blz., 15 fig. — Fr. Vieweg und Sohn, Braunschweig 1924. Prijs M. 6.— geb. M. 7.50.
- L. L. J. van Lijnden*, Een drietal vergissingen uit de kinetische gastheorie; 194 blz. — Martinus Nijhoff, 's-Gravenhage 1924. Prijs f 4,20, in linnen f 5.70.

## STRIKVRAGEN.

Vraag XVII: **Indien men door een glazen prisma met kleinen brekenden hoek naar een voorwerp kijkt, schijnt dit wat verplaatst. — Men ziet door een kijker naar een verren horizontalen draad, en zet zoo'n prisma met de brekende ribbe horizontaal tegen de rechterhelft van het kijkerobjectief. Welk gedeelte van het stuk draad in het gezichtsveld schijnt van plaats veranderd, opgeheven of omlaag gedrukt?**

Antwoord op vraag XV, luidende: *Bij licht vriezend weer steke men zijn stok in versch gevallen sneeuw,  $\frac{3}{4}$  m diep b.v. en make door een beetje te wrikken een nauw konisch gat. Zoodra men den stok wegtrekt, is het gat vol van een blauwig licht. Waar komt dit vandaan? en waarom is het blauw?*

Het bedoelde naar onder in het gat zich verdiepende blauwgroen wekt sterk den indruk, alsof de sneeuw transparant is, en men doorgelaten licht ziet. Toch is dit licht niet door het sneeuwdek heengekomen, want indien men den stok in de opening brengt, wordt het gat door een donkere schaduw geheel verduisterd. Het licht kan ook niet blauw hemellicht zijn, daartoe verschilt de kleur te veel van wat men in grootere en anders gevormde kuilen in de schaduwranden ziet.

Sneeuw is diffuus wit, omdat het binnendringende licht aan de begrenzing der kleine kristalletjes weer wordt teruggekaatst. Het licht, dat wij van de sneeuw krijgen, heeft dus een eindweegs door ijskristal afgelegd. Het licht, dat wij uit de diepte van het nauwe kegelvormige gat krijgen, kan in die diepte hoofdzakelijk slechts gekomen zijn door vele diffuse terugkaatsingen aan de wanden. Daardoor heeft het de kleur gekregen die het ook heeft wanneer het door een flinke dikte van ijs is gegaan.

## VERBETERING.

In het artikel van C. de Jans „Over de evenwichtsverdeeling der electriciteit op een geïsoleerde geleidende ellipsoïde“, leze men op blz. 98, regel 7 van boven: *de top is en die....* in plaats van: *de top is die....*

Nadruk der artikelen en reproductie der illustraties voorkomende in dit tijdschrift wordt bij deze overeenkomstig Art. 15 der Auteurswet 1912. uitdrukkelijk verboden.

# PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

4e JAARGANG

JUNI 1924

NUMMER 6.

## EEN EN ANDER OVER DEN PYROMETER VAN HOLBORN EN KURLBAUM EN EEN METHODE TER BEPALING VAN DE EFFECTIEVE GOLFLENGTE VAN HET DAARIN AANWEZIGE GEKLEURDE FILTER

door W. DE GROOT.

Een van de beginselen die worden toegepast bij de meting van hoge temperaturen is de verandering van de helderheid der monochromatische straling van een zwart lichaam, die neergelegd is in de formule van Planck

$$E = \frac{c_1 \lambda^{-5}}{e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1} \quad (1)$$

Gaat men uit van een bekende temperatuur  $T_0$ , dan volgt uit een meting van de verhouding  $E : E_0$  de onbekende temperatuur  $T$  wanneer tevens bekend is de golflengte  $\lambda$  van de monochromatische straling die gemeten wordt.

De constante  $c_1$  valt er zooals men ziet uit.  $c_2$  moet bekend zijn; deze constante kan op verschillende manieren direct bepaald of indirect uit andere gemeten grootheden berekend worden: de beste waarde is volgens Coblentz <sup>2)</sup>

$$14320 \text{ (mikron} \times \text{graad).}$$

Het essentieele deel van den pyrometer van Holborn en Kurlbaum <sup>3)</sup> die op dit beginsel berust is een gloeilampje (b.v. met wolframdraad van  $75 \mu$ ) waarvan de gloeistroom geregeld en gemeten wordt. Om een temperatuurmeting te doen stelt men in

1) Met temperatuur wordt in dit stukje steeds bedoeld: absolute temperatuur (graden „Kelvin“).

2) Bull. Bur. Stand. 17, 7, 1922; Journ. Opt. Soc. 8, Jan. 1924.

3) Zie Holborn-Kurlbaum, Ann. d. Physik 10, 225, 1903.

eenkleurig licht in op gelijke helderheid van het gloeidraadje en het beeld van den straler<sup>1)</sup> ontworpen in het vlak van het draadje. Holborn en Kurlbaum maten tegelijkertijd de temperatuur van den straler met een thermoelement; in dat geval is de pyrometer slechts een secundair instrument. Het is echter, sinds een betrouwbare waarde van  $c_2$  ter beschikking staat, mogelijk uit pyrometer-waarnemingen een directe schaal af te leiden. Voor temperaturen die niet meer met een thermoelement te meten zijn is men zelfs hierop aangewezen.

De ijking van het instrument bestaat uit drie bepalingen.

- a) de *gloeistroom* noodig om het draadje even helder te zien als een zwart lichaam van bekende temperatuur  $T_0$ .
- b) *gelijktijdige* bepaling van de *gloeistroom* noodig om op eenige hoogere temperaturen  $T$  in te stellen en van de *reden* waarin de straling van temperatuur  $T$  moet worden verzwakt om bij de gebruikte golflengte even helder te schijnen als die van de temperatuur  $T_0$ .
- c) bepaling van de *golflengte* van het eenkleurig licht waarin wordt waargenomen.

a. Voor temperatuur  $T_0$  kan gebruikt worden het smeltpunt van goud. Dit is langs andere wegen met zekerheid bepaald op  $1336^\circ$  abs.<sup>2)</sup> De meting onder a) bedoeld, kan als volgt worden uitgevoerd: een stukje zuiver goud (lang 2 mm, breed 1 mm, dik b.v.  $100\ \mu$ ) bedekt een gaatje in den bodem van een doosje (cylinder van Marcquardsche massa, aan de uiteinden afgesloten met alundum cement, lengte 2 à 3 cm, diameter uitwendig 15 mm, inwendig 10 mm). In de deksel van het doosje zit een opening van  $\pm 2$  mm doorsnede, waardoor straling kan uittreden. Het geheel is van binnen nog gezwart met Co-oxyde in glycerine<sup>3)</sup> en wordt in een wijdere buis, omgeven met *Pt*-spiraal, verwarmd. Zoodra het smeltpunt wordt genaderd, doet men om de minuut een instelling. Op het oogenblik van smelten komt het gaatje in den bodem vrij zoodat men door het doosje heen ziet; in het beeld verschijnt dan op den lichten achtergrond een zwart puntje. De ware instelling behorende bij het smeltpunt wordt zoo noodig verkregen door interpolatie naar den tijd.

1) Hier en in het vervolg wordt gedacht aan een zwarte straler. Op temperatuurmetingen aan niet zwarte stralers wordt niet uitvoerig ingegaan; zie hiervoor b.v. Henning, *Temperaturmessung*, ed. Vieweg.

2) Zie b.v. Henning, o. c. Voor moeilijkheden bij het gebruik van Palladium zie G. Holst, 10e Nat. en Geneesk. Congres, 216, 1917.

3) Noodig is dit niet, zooals ons bleek; het is echter zeker veiliger.

Het is goed op deze plaats iets te vermelden over de scherpte van de instellingen; bij gebruik van een Weston millivoltmeter met passende nevensluiting komt 0,1 schaaldeel in de buurt van het goudsmeltpunt overeen met  $1^\circ$  en bij  $1700^\circ$  met  $2^\circ$  ongeveer <sup>1)</sup>. Of deze zekerheid door den waarnemer bereikt wordt hangt echter af van de wijze waarop het draadje tegen den achtergrond verdwijnt <sup>2)</sup>. Hierbij treden namelijk eigenaardige interferentieverschijnselen op tengevolge van de begrenzing der bundels door de lens die den straler op het draadje afbeeldt en door de optische inrichting waarmee het draadje zelf wordt bekeken. Bij gebruik van een ronden wolframdraad komt daar nog bij dat licht van den straler op de randen van den draad gereflecteerd wordt in de richting van het oculair, en verder de afwijking van de cosinuswet van Lambert. Door een samenwerking van deze oorzaken kan het draadje begrensd schijnen door witte of zwarte randjes wat de nauwkeurigheid der instelling sterk vermindert. Men kan dit vermijden door een geschikte keuze van diafragma's in de verschillende bundels <sup>3)</sup>.

b. Voor de bepaling van verdere punten van de schaal kan gebruik gemaakt worden van een hulpstraler (matglasje verlicht door projectielamp waarvan de spanning nauwkeurig kan worden constant gehouden) en waarop men eerst direct, daarna door een draaiende sector heen instelt, terwijl alles zoo is geregeld dat in het tweede geval de stroomsterkte in het pyrometerlampje gelijk wordt aan die bij het goudpunt. Dan is de temperatuur  $T_1$  van het zwarte lichaam behorende bij de eerste instelling gegeven door

$$\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1} = \frac{M\lambda}{c_2} \log \frac{360}{\alpha}; \quad (2)$$

$\alpha$  = sectoropening in graden,

$$M = \frac{1}{\log e} = 2,3026.$$

Deze formule volgt dadelijk uit de stralingsformule (1) wanneer men de 1 in den noemer verwaarloost <sup>4)</sup> (formule van Wien). Op de gevonden temperatuur  $T_1$  kan op dezelfde wijze een nieuwe

<sup>1)</sup> Kort geleden is door Schofield een schakeling van het lampje in een brug van Wheatstone voorgesteld die veroorlooft van een zelfde meetinstrument meer nut te trekken dan bij een directe stroommeting mogelijk is. Journ. scient. Instr. I. April 1924.

<sup>2)</sup> Zie hierover ook G. Holst, l. c.

<sup>3)</sup> Zie een uitvoerig onderzoek van Hoover en Fairchild. Journ. Opt. Soc. 7. p. 543. 1923.

<sup>4)</sup> Dit mag zonder bezwaar wanneer

$$\lambda < 0,7 \mu \text{ en } T < 3000^\circ;$$

blijft men bij Planck dan worden de berekeningen iets minder eenvoudig.

sectorwaarneming gebaseerd worden. Dit is beter dan alle punten van de schaal op  $T_0$  te reduceeren, en wel omdat men dan steeds met groote sectoropeningen kan werken, die zeer nauwkeurig nagemeten kunnen worden. De verkregen temperaturen worden als functie van de stroomsterkte grafisch voorgesteld en door een vloeiende lijn verbonden. Om het lampje te sparen zet men de ijking niet verder voort dan tot  $1700^\circ$  ongeveer.

Terwijl nu temperaturen tot  $1700^\circ$  door directe waarneming met den pyrometer kunnen worden gemeten moet men om hoogere temperaturen te meten gebruik maken van een sector <sup>1)</sup> die de straling verzwakt tot een schijnbare lager dan  $1700^\circ$  en weer de formule van Wien toepassen.

De onzekerheid <sup>2)</sup> in de te meten temperatuur bedraagt bij

2000 °	2500 °	3000 °
± 4 °	± 6 °	± 10 °

wanneer men aanneemt dat de sectoropening tot 1% nauwkeurig kan worden bepaald en dat  $\lambda$  tot  $0,001 \mu$  nauwkeurig bekend is terwijl een onzekerheid van  $\pm 1^\circ$  bestaat in de aflezing van de schijnbare temperatuur. Natuurlijk wordt de kans op afwijkingen geringer wanneer men een zelfde waarneming eenige keeren kan herhalen.

c. Uit het vorige blijkt reeds dat voor de meting de golflengte  $\lambda$  van de monochromatische straling nauwkeurig bekend moet zijn en wel liefst op  $0,001 \mu$ . De zekerste weg die men hierin kan bewandelen is de straling eenkleurig te maken met een prisma en twee spleten of kleine ronde openingen <sup>3)</sup>. Maakt men de oogspleet of het prisma verstelbaar, dan kan men zorgen dat een bekende spectraallijn (een van de neon lijnen van een glimlamp b.v.) juist wordt doorgelaten. Hierdoor is  $\lambda$  zeer nauwkeurig vast te leggen. Voor velerlei gebruik is dit toestel echter minder geschikt en behoudt men liever het door Holborn reeds aangegeven middel van een gekleurd (meestal rood) glas. Hierbij komt evenwel een moeilijkheid voor den dag, n.l. de bepaling van  $\lambda$ :

Spreadt men het licht dat het roode filter <sup>4)</sup> doorlaat in een spectrum uit, dan lijkt het te bestaan uit een breede band tusschen  $0,62$  en  $0,75 \mu$  met een maximum bij  $0,67$  b.v.; gaat men de

<sup>1)</sup> Over het gebruik van rookglazen zullen wij hier niet spreken. Zie noot <sup>2)</sup> pag. 161.

<sup>2)</sup> Berekend door  $T_1$  in formule (2) naar  $T_0$ ,  $\lambda$  en  $\alpha$  te differentieeren en de som der quadraten op te maken.

<sup>3)</sup> Behalve twee lenzen die de eerste spleet op de tweede afbeelden wordt nog een lens gebruikt om een scherp beeld van de gloeidraad te maken, ongeveer 30 cm vóór de oogspleet. Zie H e n n i n g (l. c.)

<sup>4)</sup> Bedoeld is een gebruikelijk filter van koper-robijn glas b.v. Jena F. 2745.



transmissie van het filter na dan blijkt deze van  $0,62 \mu$  af snel te stijgen, om in het verre rood een constante waarde aan te nemen; de band die men in het spectrum ziet is aan de infrarode zijde dan ook slechts „physiologisch” begrensd <sup>1)</sup>. Een maat voor de spectrale ontvankelijkheid van het systeem oog + filter wordt gewoonlijk geacht te zijn  $D(\lambda) \times V(\lambda)$ , waarin

$D(\lambda)$  = doorlating van het filter

en  $V(\lambda)$  = ooggevoeligheid; (beide zijn functies van  $\lambda$ ).

Een maat voor de lichtindruk die de (zwarte) straling op het oog maakt rekent men dan te zijn:

$$\int E(\lambda) D(\lambda) V(\lambda) d\lambda.$$

Men mag nu de combinatie oog + filter vergelijken met een monochromator waarvan de golflengte  $|\lambda|$  bepaald wordt door

$$\frac{c_2}{M|\lambda|} \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) = \log \frac{\int E_{T_2} D V d\lambda}{\int E_{T_1} D V d\lambda} \quad (3)$$

Deze  $|\lambda|$  noemen wij de **effectieve golflengte** <sup>2)</sup> van het filter. Zij blijkt afhankelijk te zijn van de gekozen temperaturen  $T_1$  en  $T_2$ . Al is deze variatie ook niet groot (1 à 2 % tusschen 1300 en 3000 °), zij is grooter dan de gewensche nauwkeurigheid toelaat.

Een uitvoerig onderzoek hierover is gegeven door Foote <sup>3)</sup>. Het tweede lid van formule (3) kan namelijk geschreven worden:

$$\frac{c_2}{M} \int_{T_2}^{T_1} \frac{1}{(\lambda)} d \frac{1}{T}$$

waarbij  $(\lambda)_T = \lim_{T_1=T_2} |\lambda|_{T_1=T_2} = \frac{\int E_T V D d\lambda}{\int \frac{E_T V D}{\lambda} d\lambda} \quad (4)$

Met behulp van deze formule (4) zou men  $(\lambda)$  en dus ook  $|\lambda|$  kunnen berekenen waarbij dan eerst  $D$  van punt tot punt in

<sup>1)</sup> Een reden waarom men toch bij voorkeur roode filters gebruikt is dat in het deel van het spectrum dat het roode glas doorlaat de gevoeligheid van het oog voor tintverschillen veel minder is dan in het geel en groen bijvoorbeeld. Hierdoor gaat bij gele en groene lichtfilters de instelzekerheid sterk achteruit, vooral wanneer de spectrale lichtverdeling van het object sterk afwijkt van die van de gloeidraad.

<sup>2)</sup> Zie b.v. Hyde, Cady, Forsythe, *Astrophys. Journ.* 42, 285, 1915.

<sup>3)</sup> *Bull. Bur. Stand.* 12, 483, 1915.

het spectrum bepaald moet worden, terwijl  $V$  kan worden ontleend aan bepalingen van Coblentz, Ives, Hyde, e.a. Nu is het niet gemakkelijk, vooral in het verre rood,  $D$  nauwkeuriger te meten dan tot 1%; (bovendien is zoo'n meting langdurig en omvat zij al spoedig een 200-tal instellingen met een spectrofotometer).

In het volgende wordt daarom een opstelling <sup>1)</sup> beschreven waarmee althans voor één stel waarden voor  $T_1$  en  $T_2$  een waarde van  $|\lambda|$  direct en veel vlugger kan worden bepaald (zie fig. 1). Door een oculair  $H$  en een lens  $L_2$  worden tegelijk scherp gezien de horizontale gloeidraad  $G$  en een beeld door  $L_1$  gevormd van de melkglazen ballon  $M$ . Tusschen  $H$  en het oog  $O$  is het te onderzoeken roode filter  $F$  geplaatst.

( $F$ ,  $H$ ,  $L_1$ ,  $G$ , en  $L_2$  vormen dus samen een Holborn-pyrometer.) Nu bevindt zich in  $M$  een dikke wolframspiiraal in een atmosfeer van argon; aan deze wordt een temperatuur van ongeveer  $2500^\circ$  gegeven; daarde oppervlakte helderheid van de ballon eenige honderde malen kleiner is dan die van de spiraal is het mogelijk de helderheid van het midden van den gloeidraad  $G$  door het roode glas

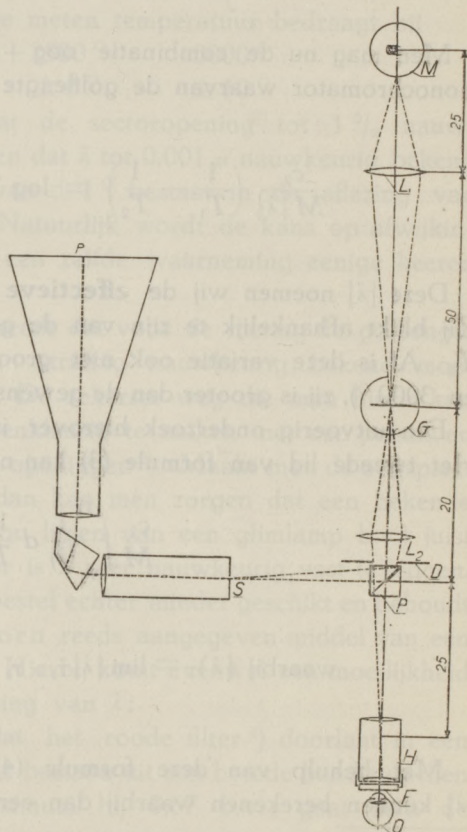


Fig. 1.

<sup>1)</sup> Gedemonstreerd bij het bezoek van de leden van het congres voor technische mechanica op 28 April 1924 aan de Philips' fabrieken te Eindhoven.

gezien, gelijk te maken aan die van  $M$  waarbij  $G$  slechts zwak rood behoeft te gloeien ( $1500^\circ$  b.v.). Door de kubus  $P$  met gedeeltelijk verzilverd diagonaal vlak wordt een deel van de bundel aan het oog onttrokken en gebruikt om gloeidraad en ballon af te beelden op de verticale spleet van een spectrograaf. (Door een index in het lampje aan te brengen kan er voor gezorgd worden dat het punt van de gloeidraad dat op de spleet wordt geprojecteerd hetzelfde is als dat waarvoor door  $O$  op gelijke helderheid met den achtergrond is ingesteld). In het spectrum wordt nu dat stukje van de gloeidraad uitgespreid in een smalle band die in het uiterste rood helder, in het groen donker zal afsteken tegen den achtergrond die gevormd wordt door het licht van  $M$ . Op één punt in het spectrum, beantwoordende aan een golflengte  $\lambda$ , zijn de helderheden gelijk.

Denken wij ons (wij komen op de onderstelling die wij nu zullen maken straks terug) dat de gloeidraad een zwart lichaam is, evenals de dikke spiraal in  $M$  en dat de werking van  $M$  daarin bestaat dat de stralen van alle golflengten in *dezelfde* reden  $R$  worden verzwakt dan is het duidelijk dat eenerzijds

$$\log R = \log \frac{\int E_{T_2} V D d\lambda}{\int E_{T_1} V D d\lambda} = \frac{c_2}{M|\lambda|} \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)$$

anderzijds 
$$\log R = \log \frac{E_{T_2}(\lambda)}{E_{T_1}(\lambda)} = \frac{c_2}{M\lambda} \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)$$

zoodat  $\lambda = |\lambda|$  en dus juist gelijk aan de gezochte effectieve golflengte. Door tegelijk met de continue spectra een vergelijkings-spectrum b.v. van neon te ontwerpen en het geheel te fotografeeren kan  $\lambda$  worden bepaald. Men heeft hierbij het voordeel dat de fotografische plaat verder in het rood gevoelig kan worden gemaakt dan het oog.

Fig. 2 (zie de plaat tegenover blz. 177) is een voorbeeld van zoo'n foto (vergroot). Men ziet dat het gezochte punt met voldoende zekerheid is aan te wijzen. Uit fig. 2 leest men af  $|\lambda| = 0,652$  en niet  $0,651$  of  $0,653$ , wat beteekent een onzekerheid van niet meer dan 1 op 650.

Wij komen nu even terug op het feit dat wij in werkelijkheid te doen hebben met straling van wolframdraden die geen zwarte straling is. Voor de temperaturen  $T_1$  en  $T_2$  waartusschen de bepaalde effectieve golflengte zal gelden moet men daarom nemen

de zogenaamde kleurtemperatuur van  $G$  resp.  $M$ , dat is de temperatuur van een zwart lichaam dat in het zichtbare gebied dezelfde relatieve energieverdeling zou hebben als  $G$  resp.  $M$ . Deze is voor  $M$  gemakkelijk te bepalen door de straling van  $M$  bij enkele golflengten (bij voorkeur in het rood) spectrofotometrisch te vergelijken met een zwart lichaam van bekende temperatuur. Voor  $G$  kan men de kleurtemperatuur opzoeken in een tabel, wanneer men de ware temperatuur  $T$  van de draad kent <sup>1)</sup>.

Deze hangt met de schijnbare zwarte temperatuur  $S$ , die pyrometrisch bepaald kan worden, samen door de formule

$$\frac{1}{S} - \frac{1}{T} = \frac{M|\lambda|}{c_2} \log \frac{1}{\varepsilon}$$

( $\varepsilon$  = emissievermogen van wolfram = 0,46 à 0,48.)

Weliswaar komt in deze formule weer een effectieve golflengte voor, maar daar het hier slechts te doen is om een grootheid te bepalen, als functie waarvan de gezochte  $|\lambda|$  slechts weinig verandert, is hier een ruwe schatting van  $|\lambda|$  voldoende. Om dezelfde reden hoeft de temperatuur van het zwarte lichaam waarmee men  $M$  wil vergelijken niet met de grootste nauwkeurigheid bekend te zijn.

Om eindelijk voor ieder stel temperaturen  $T_1$  en  $T_2$  de bijbehorende effectieve golflengte te vinden make men gebruik van het feit dat de waarde  $1/(\lambda)$  als functie van  $1/T$  een nagenoeg lineair verloop heeft. Wij mogen daarom beweren dat

$$1/|\lambda| \text{ tusschen } T_1 \text{ en } T_2$$

hetzelfde is als  $1/(\lambda)$  voor een temperatuur  $T_{1,2}$  zoodanig dat

$$\frac{1}{T_{1,2}} = 1/2 \left( \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} \right)$$

en het is duidelijk dat de beschreven fotografische methode ons nu één punt levert van de kromme die  $1/(\lambda)$  als functie van  $1/T$  weergeeft. Wanneer men nu verder de doorlatingscoëfficiënt  $D$  zoo goed mogelijk bepaald heeft en de formule van Foote ter berekening van  $(\lambda)$  toepast <sup>2)</sup> en de waarden uitzet als functie

<sup>1)</sup> Zie b.v. Hyde, Cady and Forsythe, Phys. Rev. 10, 405, 1917

<sup>2)</sup> Dit geschiedt eenvoudig aldus:  
formule (4) kan worden geschreven

$$\frac{\int F \lambda d\lambda}{\int F d\lambda} \text{ waarin } F = \frac{E V D}{\lambda};$$

stelt men  $\lambda = \lambda_0 + (\lambda - \lambda_0)$  dan gaat dit over in  $\lambda_0 + \frac{\int F(\lambda - \lambda_0) d\lambda}{\int F d\lambda}$  en als men  $\lambda_0$  zoo dicht mogelijk bij de te berekenen waarde kiest staat rechts een kleine fractie die door benaderde integratie (regel van Simpson) is te bepalen.

van  $1/T$  moet men een bijna rechte lijn vinden waarop het experimenteel gevonden punt ligt (dit werd door mij met voldoende nauwkeurigheid bevestigd gevonden om daarmee de bruikbaarheid der methode te wettigen; volkomen was de overeenstemming niet (verschillen van  $0,001$  à  $0,002 \mu$  kwamen voor), waarschijnlijk door de onzekerheid in de meting van  $D$ , terwijl twee bepalingen van  $|\lambda|$  bij dezelfde  $T_1$  en  $T_2$ , volgens de beschreven methode uitgevoerd, niet meer dan  $0,0004 \mu$  verschilden. Ik meen dan ook dat wij in dit geval de uit de formule gevonden lijn mogen opschuiven langs de  $1/(\lambda)$ -as totdat ze door het punt gaat dat experimenteel bepaald werd.

Ten slotte zij nog opgemerkt dat men op deze wijze zou kunnen nagaan in hoeverre de uiteenlopende ooggevoeligheden der verschillende waarnemers een invloed heeft op  $|\lambda|$  zooals theoretisch te verwachten is.

Een proefje hierover door mij op diverse waarnemers genomen gaf slechts verschillen overeenkomende met een verandering van  $1$  à  $2 \text{ ‰}$  in de gloeistroom van het lampje wat neerkomt op  $2$  à  $4^\circ$  bij  $2000^\circ$  <sup>1)</sup> Zoo noodig zou een waarnemer zijn „eigen” effectieve golf lengte kunnen bepalen.

Een ander voordeel van de beschreven methode is dat ze geacht kan worden juiste uitkomsten te leveren, ook door die auteurs (zooals Henning) die meenen dat men integraties waarin  $V$  voorkomt in 't geheel niet kan uitvoeren, o.a. omdat  $V$  niet vaststaat maar zelf weer met de helderheid van de straling, dus met  $E$ , verandert.

<sup>1)</sup> Zie ook Holst l. c.

#### Summary.

The principle of the disappearing-filament-pyrometer and the fundamental measurements to be done when calibrating this instrument are explained. Recent improvements of accuracy are mentioned. Special attention is paid to the effective wavelength of the coloured glass. A method is described by which this wavelength may be determined experimentally: Looking through the coloured glass one matches an incandescent filament with an opal glass bulb. Simultaneously a spectrum of both filament and bulb is photographed together with a comparison spectrum (neon). The point in the spectrum where the intensities of filament and bulb are equal represents the effective wavelength.

Eindhoven.

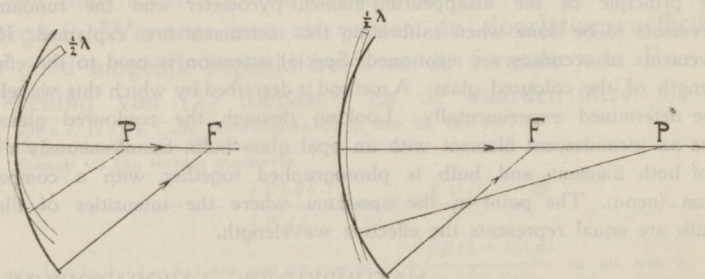
NATUURKUNDIG LABORATORIUM DER  
N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN.

## HYBERBOLISCHE ZONES VAN FRESNEL BIJ GOLFOPPERVLAKKEN MET DUBBELE KROMMING EN BIJ PLATTE GOLVEN IN DUBBELBREKENDE MEDIA <sup>1)</sup>

door A. D. FOKKER.

Indien een zuiver bolvormige golf zich in haar brandpunt samentrekt en er door heen loopt, keert de phase van haar trillingen om. Dat wil zeggen: indien men twee punten neemt op een lichtstraal, met een afstand  $l$ , en waarvan het eene punt aan deze, en het andere aan gene zijde van het brandpunt ligt, dan vindt men de phase in het laatste punt niet, door van die in het eerste punt af te tellen  $2\pi \times l/\lambda$ ,  $\lambda$  de golflengte zijnde, maar door na deze bewerking er nog  $\pi$  bij te tellen. Vergeleken bij een normaal voortgeplante phase, is bij een lichtstraal die door het brandpunt heen is geloopt de phase een halve trilling vóórgeraakt.

Eenigen tijd geleden <sup>2)</sup> heb ik eraan herinnerd, hoe men zich hiervan rekenschap kan geven door een elementaire beschouwing der zones van Fresnel. Om de lichtbeweging te berekenen, in een punt  $P$  teweeggebracht door een of ander golfoppervlak, zoekt men het punt  $O$  van het golffront op, dat het dichtste bij — of het verst van —  $P$  gelegen is, en men teekent de zones, die begrensd worden door de meetkundige plaatsen der punten op het golffront, die  $\frac{1}{2}\lambda$ ,  $\lambda$ ,  $1\frac{1}{2}\lambda$ ,  $\dots$ ,  $\frac{m}{2}\lambda$  verder van — of dichterbij —  $P$  gelegen zijn. Men mag wel zeggen, dat door de interferentie van de tegengestelde impulsen, in  $P$  afkomstig van de verschillende zones, er een werking overblijft, gelijk aan den halven impuls die de binnenste zone alleen zou geven. In de gewone gevallen, waar deze zone het dichtst bij  $P$  ligt, zijn hare



1) Mededeeling aan de Nederl. Natuurkundige Vereeniging, 31 Mei 1924 te Amsterdam.

2) Physica 3, p. 334, 1923.

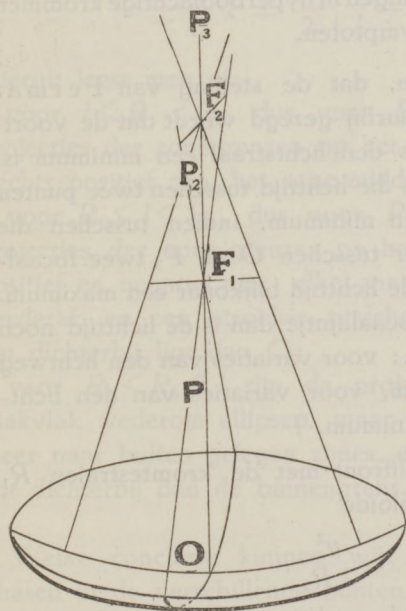
deelen alle verder van  $P$  gelegen dan  $O$ ; ligt echter  $P$  aan den anderen kant van het brandpunt, dan zijn alle deelen der binnenste zone dichter bij  $P$  gelegen dan  $Q$ : vandaar het verschil in uitwerking van het golffront in punten dichter bij, en verder af gelegen dan haar brandpunt.

Hoe is het met dezen phasesprong gesteld, wanneer de convergerende golf niet stigmatisch is, en dus niet door één brandpunt maar door twee focale lijntjes heenloopt? In dat geval zal het golffront, op een bepaald oogenblik, twee kromtestralen hebben  $R_1$  en  $R_2$ . Op de normaal van het front in punt  $Q$  zullen wij dus op afstanden  $OF_1 = R_1$ ,  $OF_2 = R_2$  de plaatsen der focaallijntjes vinden.

Bevinden wij ons in een punt  $P_1$  tusschen het golffront en het eerste focaallijntje  $F_1$ , dan is, bij de verdeling in zones, het middenpunt der zones  $O$  dichter bij dan alle andere punten. De omstandigheden komen overeen met die in een punt tusschen een bolvormig golffront en het brandpunt.

Bevinden wij ons in een punt  $P_3$  verder van het golffront dan het tweede focaallijntje  $F_2$ , dan blijkt, bij de verdeling in zones, het midden  $O$  der binnenste zone verder af te liggen dan alle andere punten van het golffront. De omstandigheden komen overeen met die in een punt verder van een bolvormig golffront dan deszelfs brandpunt.

Bevinden wij ons in  $P_2$  tusschen de twee focaallijntjes, dan krijgen wij iets nieuws. Het punt  $O$ , bestemd om het midden te worden van de binnenste zone, is nu niet dichterbij of verderaf dan alle andere punten van het



golffront. In het punt  $O$  snijden op het golffront twee lijnen

elkaar, welker punten alle even ver als  $O$  van ons punt af liggen, en die de gebieden scheiden, welke dichterbij, en welke verderaf liggen.

Wat den vorm betreft der zones van Fresnel: werden die op een bolvormig golffront begrensd door cirkels, op een golffront met dubbele kromming hangt hun vorm sterk af van de plaats van het punt, waarvoor de zonegrenzen getrokken worden. Ligt dit punt tusschen golffront en eerste focaallijntje, dan zijn de lijnen van constanten afstand inplaats van cirkels geworden ellipsachtige krommen, die niet meer in een plat vlak liggen. Ligt ons punt voorbij het tweede focaallijntje, dan krijgen wij wederom zulke ellipsachtige krommen. Maar indien het punt ligt tusschen de focaallijntjes, dan zijn de lijnen van constanten afstand hyperboolachtige krommen, die als quasi-asymptoten hebben de twee elkander in  $O$  snijdende krommen die hierboven werden aangewezen.

Voor een punt in een der focaallijntjes zelf zien de zones van Fresnel eruit als smalle rechte strookjes, evenwijdig aan den hoofdkromtecirkel die bij dat focaallijntje behoort. De grenzen dezer strookjes vormen den overgang tusschen langgerekte ellipsachtige krommen, en haar ontandingen in hyperboolachtige krommen met nagenoeg samenvallende asymptoten.

Hierbij kunnen wij opmerken, dat de stelling van Fermat niet gelden kan in den vorm waarbij gezegd wordt dat de voortplantingstijd van het licht langs den lichtstraal een minimum is. Zooals men gemakkelijk inziet, is die lichttijd tusschen twee punten  $O$  en  $P_1$  langs een lichtstraal een minimum, indien tusschen die punten geen focus ligt. Liggen er tusschen  $O$  en  $P_3$  twee focaallijntjes (of een brandpunt) dan is de lichttijd blijkbaar een maximum. Ligt er tusschen  $O$  en  $P_2$  één focaallijntje dan is de lichttijd noch een maximum, noch een minimum: voor variaties van den lichtweg in zekere richtingen een maximum, voor variaties van den lichtweg in andere richtingen een minimum.<sup>1)</sup>

Analytisch kunnen wij het golffront met de kromtestralen  $R_1$  en  $R_2$  benaderen door de paraboloiden

$$z = \frac{x^2}{2R_1} + \frac{y^2}{2R_2},$$

waarbij de  $Z$ -as gelegd is in de richting der normaal op het

<sup>1)</sup> Vgl. F. Croze et P. Chatelain. Le théorème de Fermat et la loi du minimum de temps en optique géométrique. Journ. d. Physique et le Radium, I. 178, 1920; en de hieraan toegevoegde noot van P. Langevin, ibidem, p. 188.



zone-midden  $O$ , de  $X$ - en  $Y$ -assen in de vlakken der hoofdkrommingen, en  $R_1 < R_2$  ondersteld zij.

Een punt  $P$  ligge op de  $z$ -as, op een afstand  $OP = l$  van  $O$ . De begrenzingen van de zones van Fresnel, voor dit punt gerekend, zullen dan bepaald zijn door de conditie

$$l \pm \frac{m}{2} \lambda = \sqrt{(l-z)^2 + x^2 + y^2} \quad , \quad m = 0, 1, 2, 3 \dots$$

$$= l \sqrt{\left(1 - \frac{z}{l}\right)^2 + \frac{x^2}{l^2} + \frac{y^2}{l^2}} .$$

Onderstellen wij nu dat  $\lambda$  zeer klein is vergeleken bij  $l$ , zoodat wij te maken hebben met een klein gebied om het zone-midden  $O$  heen, niet grooter dan waar het golffront door de opgeschreven parabolöide voldoende nauwkeurig benaderd wordt, dan mogen wij schrijven

$$l \pm \frac{m}{2} \lambda (=) l \left\{ 1 - \frac{z}{l} + \frac{x^2}{2l^2} + \frac{y^2}{2l^2} \right\} ,$$

en dus

$$\pm \frac{m}{2} \lambda = \frac{x^2}{2} \left\{ \frac{1}{l} - \frac{1}{R_1} \right\} + \frac{y^2}{2} \left\{ \frac{1}{l} - \frac{1}{R_2} \right\} .$$

Hieruit leest men af:

voor  $l < R_1 < R_2$ , dus voor  $P$  tusschen  $O$  en  $F_1$ , zijn de projecties der zonegrenzen op het raakvlak in  $O$  ellipsen;  $m$  kan slechts positief zijn, het zone-midden is het dichtste bij;

voor  $R_1 < l < R_2$ , dus voor  $P$  tusschen  $F_1$  en  $F_2$ , zijn de projecties der zone-grenzen op het raakvlak hyperbolen;  $m$  kan positief en negatief zijn: elke zone bestaat uit een strookje dat verderaf, en een strookje tusschen de toegevoegde hyperbolen, dat dichterbij ligt dan  $O$ ;

voor  $R_1 < R_2 < l$  zijn de projecties der zone-grenzen op het raakvlak wederom ellipsen, maar nu met  $m$  alleen negatief: de meer naar buiten gelegen zones, en van elke zone de buitengrens, ligt dichterbij dan de binnengrens.

Welke conclusie kunnen wij hieruit trekken aangaande de fasen in de verschillende punten van den straal?

Laat ons wederom uitgaan van de stelling, dat de resulterende lichtgolving de helft is van hetgeen de binnenste zone alleen teweeg zou brengen.

De uitwerking van de binnenste zone is, indien de buitenrand een halve golflengte verder van ons stelpunt ligt dan het midden  $O$ , wat phase betreft  $\frac{1}{2}\pi$  of een kwart trillingstijd achter bij de bijdrage die het midden der zone alléén geven zou. De phase is in zo'o'n geval wat men noemt normaal voortgeplant.

Indien echter de binnenste zone begrensd wordt door twee aan elkaar toegevoegde hyperboolachtige krommen, waarvan de eene een halve golflengte verder van ons stelpunt ligt dan het midden  $O$ , en de andere een halve golflengte dichterbij, dan moet men wel aannemen, dat de uitwerking van de geheele zone, wat phase betreft, precies gelijk loopt met de bijdrage van het midden alleen. Tusschen de twee focaallijntjes moet dus de lichtbeweging een kwart trillingstijd vóór zijn vergeleken bij een normaal voortgeplante phase.

Tenslotte, indien, voor een stelpunt voorbij de beide focaallijntjes, de grens der binnenste zone een halve golflengte dichterbij ligt dan het midden, dan is de uitwerking der zone in haar geheel  $\frac{1}{2}\pi$  in phase vóór bij de bijdrage van het midden; bij het passeeren van het tweede focaallijntje loopt dus de phase nogmaals  $\frac{1}{2}\pi$  vooruit, en komt dus totaal  $\pi$  vóór bij de normaal voortgeplante.

De phasesprong  $\pi$  die wij kennen bij het brandpunt van een bolvormige golf, geschiedt hier dus in twee sprongen, elk van  $\frac{1}{2}\pi$ .

Wat er in elk focaallijntje geschiedt, kunnen wij met deze beschouwingen niet uitmaken. Daarvoor is een nauwkeurige analyse noodig, zooals gegeven is door Debye.<sup>1)</sup> Men krijgt dan met buigingsverschijnselen te maken.

Om de voortplanting van een golf in een dubbelbrekend kristal na te gaan, kunnen wij volgens Huygens ons elk element van een golffront als centrum voorstellen van een secundaire golf. Deze heeft twee bladen, overeenkomende met de beide hoofd-richtingen van trillingen. De secundaire golfjes zullen nu twee omhullenden hebben. De stralen staan in het algemeen niet meer loodrecht op het golffront.

Hoe zullen wij te werk gaan om, voor een gegeven punt  $P$ , een plat golffront te verdeelen in zones van Fresnel? Wij moeten om  $P$  als centrum heen leggen een klein oppervlak van Fresnel en dit laten grooter worden totdat het het platte golffront raakt met het buitenste blad. Dit raakpunt  $O_1$  wordt het midden van een reeks van zones, die wij krijgen door van nu af het oppervlak van Fresnel te laten uitzetten met telkens een halve golflengte

<sup>1)</sup> P. Debye. Über die Beugung um Brennpunkte, Ann. d. Phys. 1912.

straalverschil. — Het oppervlak van Fresnel heeft echter twee bladen, en bij een voortgezette opblazing zal ook het tweede blad een raakpunt  $O_2$  met het platte golffront gemeen krijgen. Dit zal het centrum worden van een tweede reeks van zones, wanneer wij ook nu weer het oppervlak met sprongen van een halve golflengte vergrooten.

Bij het punt  $P$  behooren nu dus twee systemen van zones van Fresnel.

Indien nu de raakpunten  $O_1$  en  $O_2$  van de twee Fresneloppervlakken met het golffront gelegen zijn in een gebied, waar het oppervlak een positieve kromming heeft, dan zijn de zones der twee stelsels van de gewone soort, ellipsachtig. De lichtstraal wordt een weg van minimum voortplantingstijd. De resulterende impuls in  $P$  is  $\frac{1}{2}\pi$  achter bij den impuls die van de directe omgeving van  $O_1$  resp.  $O_2$  afkomstig is. In ons geval van platte golven is het zeker, dat de resulterende phase in  $P$  precies  $2\pi l_1/\lambda_1$  verschilt van die in  $O_1$  en niet  $(\frac{1}{2}\pi + 2\pi l_1/\lambda_1)$ . Dit is juist zooals het ook in isotrope media is, en men kan eruit de conclusie trekken, dat de secundaire impulsen uitgezonden moeten worden met  $\frac{1}{2}\pi$  phase-vervroeging, een conclusie die voor isotropica bevestigd wordt door de bekende nauwkeuriger analyse van Kirchhoff der golfvoortplantingsvergelijking.

In het geval van twee-assige kristallen kan het echter anders zijn. Daar heeft het golfoppervlak van Fresnel vier navelpunten, en de welbekende putjes die daarin uitloopen zijn gebieden van negatieve kromming.

Het kan nu voorkomen, dat het tweede raakpunt  $O_2$ , dat wij vinden indien wij uitgaande van een punt  $P$  op een bijbehorend plat golffront de zones van Fresnel willen construeeren, gelegen is in zoo'n gebied van negatieve kromming. Door het raakpunt zullen dan twee snijlijnen gaan van golffront en oppervlak van Fresnel, aan weerszijden van het platte front vinden wij gedeelten van dat oppervlak. Het zal duidelijk zijn dat wij nu om de zones te krijgen het oppervlak zoowel vergrooten als verkleinen moeten in sprongen van telkens een halve golflengte in den straal. Wij krijgen dus ook hier hyperboolachtige zones. De voortplantingstijd langs den lichtstraal is wel een extremum, maar geen minimum.

Indien ook nu de lichtbeweging in  $P$  is de helft van de resulterende impuls van de binnenste zone, dan zal deze impuls, daar

de helft der zone dichterbij, en de andere verderaf ligt dan het midden  $O_2$ , juist in phase zijn met den impuls afkomstig van de onmiddellijke omgeving van  $O_2$ . Wij weten dat die resulterende phase in  $P$  bij de voortplanting der platte golf  $2\pi l_2 / \lambda_2$  verschilt van  $O_2$ . Dus mogen wij de conclusie trekken dat het element om  $O_2$  den secundairen impuls uitzendt *zonder* phasevervroeging.

In verband met het voorgaande mogen wij dus besluiten, dat indien uit een centrum een golfoppervlak van Fresnel wordt uitgezonden, de phase niet in alle punten van het golfvront dezelfde is. In de gedeelten met positieve kromming moet de phase een kwart trillingstijd vóór zijn vergeleken bij de phase in de gedeelten met negatieve kromming.

Tot dezelfde conclusie kwamen Grünwald<sup>1)</sup> en Bockwinkel<sup>2)</sup> de eerste bij zijn analyse der elastische golven in een anisotroop medium, de tweede bij zijn onderzoek naar de voortplanting van elektromagnetische golven in een anisotroop diëlectricum. Zoowel hun resultaat als het onze berust op een onderstelling, dat de golflengte klein is vergeleken bij de afmetingen en kromtestralen van de in aanmerking komende oppervlakken.

Gelijk wij een fijnere analyse zouden noodig hebben om na te gaan hoe in een brandpunt de phase-overgang zich voltrekt, kunnen wij met de tot dusverre gevoerde beschouwingen nog niet aangeven hoe langs het golfoppervlak van Fresnel bij doorschrijding van het singuliere navelpunt of bij overschrijding van den singulieren raakcirkel, die gebieden van positieve en negatieve kromming scheidt, de phaseverandering geschiedt. Vermoedelijk zal men hier iets zien optreden dat analoog is met de buigingsverschijnselen om een brandpunt.

#### Summary.

Considering wave propagation by means of the method of Fresnel zones we meet in some cases Fresnel zones of hyperbolic form. These cases necessitate an adjustment of Fermat's principle of minimum time along a light ray.

In the case of a converging astigmatic pencil of light rays consequences are drawn with respect to the propagation of phase through focal lines.

From the case of plane waves propagating in crystals along rays which intersect the Fresnel wave surface in points of negative curvature consequences are drawn with respect to the distribution of phase over the Fresnel wave surface. In points of negative curvature the phase is a quarter of a period behind the phase in points of positive curvature.

1) Grünwald, Boltzmann-Festschrift, (1904), p. 518.

2) H. B. A. Bockwinkel, Versl. Kon. Ak. Amsterdam, Jan. 1906, p. 636.

## VERSLAGEN.

## NEDERLANDSCHE NATUURKUNDIGE VEREENIGING.

*Verzameling van Zaterdag 31 Mei 1924 te Amsterdam.*

De heer A. D. Fokker houdt een voordracht over:

*Voortplanting der phase bij golffronten met dubbele kromming,*  
welke voordracht gevolgd werd door eene demonstratie door  
mej. W. Lub, namens den heer P. Zeeman, over den  
*phasesprong bij het brandpunt.*

Voor den inhoud der eerste voordracht moge verwezen worden  
naar het tweede artikel van dit nummer.

Daarna doet de heer A. Bouwers eene mededeeling over:

*Een nieuwe Röntgenbuis,*

uitgewerkt in het laboratorium der N.V. Philips' Gloeilampen-  
fabrieken te Eindhoven.

De tot nu in de praktijk gebruikte Röntgenbuizen vertoonen  
in hunne constructie en uiterlijk voorkomen nog veel overeenkomst  
met de reeds dadelijk na de ontdekking der Röntgenstralen gecon-  
strueerde buizen. Röntgen zelf<sup>1)</sup> constateerde dat de intensiteit  
der straling toenam wanneer de kathodestrallen op een platina  
plaatje vielen in plaats van op de glaswand. Zoo ontstond de  
karakteristiek geworden schuin geplaatste antikathode die aan de  
buis de eigenaardige onsymmetrische vorm geeft welke steeds  
weer gecopiëerd werd. De vorm der kathode is steeds zoo, dat  
ze een geconcentreerde kathodestraalbundel (electronenbundel) uit-  
zendt, die op de antikathode gericht wordt. Dit geldt zoowel  
voor gasbuizen waarin de stroomdoorgang mogelijk wordt gemaakt  
doordat een bepaalde gasdruk aanwezig is en ionisatie optreedt,  
alsook voor gloeikathodebuizen, waarin geen gasionisatie plaats  
heeft, doordat het vacuum zeer hoog is, maar de stroom door  
electronen van de gloeikathode uitgezonden, wordt overgebracht.  
Buizen voor speciale doeleinden, als van Siegbahn<sup>2)</sup>, Zehnder<sup>3)</sup>  
en Shearer<sup>4)</sup> zijn hier buiten beschouwing gelaten. Ze berusten  
overigens alle op een der beginselen als hier in 't kort aangeduid  
en werken meestal slechts aan de pomp.

1) Ann. d. Phys. 64, 12, 1897.

2) Verh. D. Ph. Ges. 1915.

3) El. Zsch. 1915.

4) Phys. Rev. 1922.

De genoemde kenmerken der gebruikelijke Röntgenbuizen brengen eenige nadeelen met zich mede waarvan die welke aan de glazen constructie verbonden zijn, zeer belangrijk zijn. De breekbaarheid is natuurlijk zeer groot. Ook de geleiding van het glas bij hoogere temperatuur levert bezwaren, waardoor grenzen aan de belastbaarheid worden gesteld. Het geladen worden der wanden (veelal bevorderd door metaalverstuiving) werkt dikwijls zeer storend op de ontlading en belet, dat men met de buis het lichaam dicht kan naderen. Maar er is een belangrijker bezwaar, n.l. dat de Röntgenstralen niet alleen daar uittreden waar ze noodig zijn, maar in alle richtingen, en de praktijk heeft maar al te dikwijls bewezen hoe moeilijk het is, de afscherming afdoende te maken. Wij hebben het dan ook wel de moeite waard gevonden om te trachten een buis te construeeren die de genoemde bezwaren niet heeft. Bovendien hopen we aan te toonen dat aan deze buis nog eenige positieve voordeelen zijn verbonden.

De gedachte, die er aan ten grondslag ligt is de volgende (fig. 1):

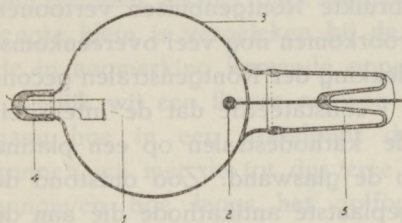


Fig. 1.

Wanneer het gelukt om in een metalen vat een electronenbron b.v. een gloeidraad (1) aan te brengen, die ten opzichte van het vat (3) een voldoende positieve potentiaal heeft, dan zal geen enkel electron zich van den gloeidraad naar het vat bewegen. Brengt men echter

een electrode (2) met een voldoende hooge positieve potentiaal in of nabij een opening in den wand, dan zal deze de uitgezonden electronen aantrekken.

Nu geschiedt de emissie van electronen door den gloeidraad met kleine aanvangssnelheid (overeenkomende met hoogstens eenige tienden volts) zoodat, wanneer het potentiaalverschil tusschen gloeidraad en anode duizenden volts is, de snelheid waarmede de electronen op de anode aankomen slechts door dit potentiaalverschil wordt bepaald, welke baan zij ook beschreven hebben. Immers de snelheid  $v$  der electronen en het potentiaalverschil  $V$  tusschen gloeidraad en anode voldoen aan de betrekking:

$$\frac{1}{2} m v^2 = e V$$

( $m$  en  $e$  resp. massa en lading van het electron).

1) Het is wellicht hier de plaats om te vermelden, dat beschouwingen als de hier volgende al eenige jaren voordat we tot de constructie van een nieuwe buis kwamen, zijn uitgesproken door Dr. G. H. O. I. S. T., wiens aanwijzingen en opmerkingen overigens voor de constructie van deze buis wezenlijk zijn geweest.

Daar nu de maximale frequentie  $\nu_0$  der opgewekte Röntgenstraling slechts van  $V$  afhangt n.l.

$$eV = h\nu_0$$

zullen in het gedachte apparaat op de anode (2) Röntgenstralen ontstaan met een gewenschte maximale frequentie (minimale golflengte). Ook behoeft er van richten van electronen, door middel van een geconcentreerde electronenbundel geen sprake te zijn, daar ze uitsluitend op de antikathode kunnen belanden. De grootte van het bolletje bepaalt hier het focus.

Het gaat er nu maar om, de energie, die hoofdzakelijk aan de anode in den vorm van warmte wordt afgestaan en waarvan c.a.  $\frac{1}{1000}$  deel in Röntgenenergie wordt omgezet,<sup>1)</sup> snel genoeg weg te voeren. Bovendien moet dan natuurlijk een venster aangebracht worden, waardoor de stralen naar buiten kunnen, er moet voor behoorlijke isolatie gezorgd worden, etc., kortom, het gedachte apparaat moet nog tot een practische bruikbare buis worden uitgewerkt.

Dat we hierin geslaagd zijn is voor een groot gedeelte te danken aan het feit, dat we een materiaal vonden, dat gemakkelijk aan glas aangesmolten kon worden en vacuumdicht is. Het is een legering chroom-ijzer, met eenigszins andere verhouding der componenten dan het bekende roestvrije staal, het z.g. „Stainless Steel”.<sup>2)</sup>

Met behulp van dit materiaal gelukte het ons een buis van de volgende gedaante te construeeren. (Fig. 2.)

De gloeidraad is hier niet positief gemaakt ten opzichte van het metalen vat als in bovengenoemd schema, daar de ervaring leert, dat slechts een zeer zwakke stroom naar den wand gaat als deze met één gloeidraadpool verbonden is. De verwarming van den wand is hierbij minimaal, daar het potentiaalverschil gloeidraad-buiswand slechts van de orde van 8 Volt is.

In figuur 2 is 3 de gloeidraad, die met de pool 2 aan de chroomijzeren plaat 6 verbonden is en met de andere pool 5 geïsoleerd is uitgevoerd. De ruimte waarin zich de gloeidraad bevindt is rondom door chroomijzer afgesloten, alleen zijn er

1) Beatty (Proc. Royal Soc. 89 314 1914) vindt hiervoor de volgende formule:

$$\epsilon \text{ (rendement) } = 2,54 \cdot 10^{-4} A v^2 / c^2, \text{ waarin } A \text{ het atoomgewicht is.}$$

2) Dit chroomijzer werd het eerst door ons gebruikt als antikathode-materiaal in de gebruikelijke Röntgenbuizen en vindt thans bij de N.V. Philips Gloeilampenfabrieken uitgebreide toepassingen in velerlei apparaten: zendlampen, gelijkrichters, etc.

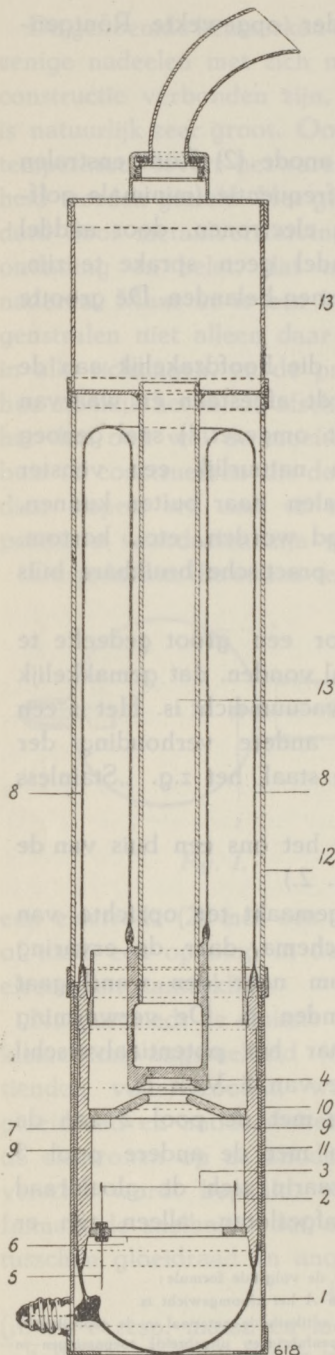


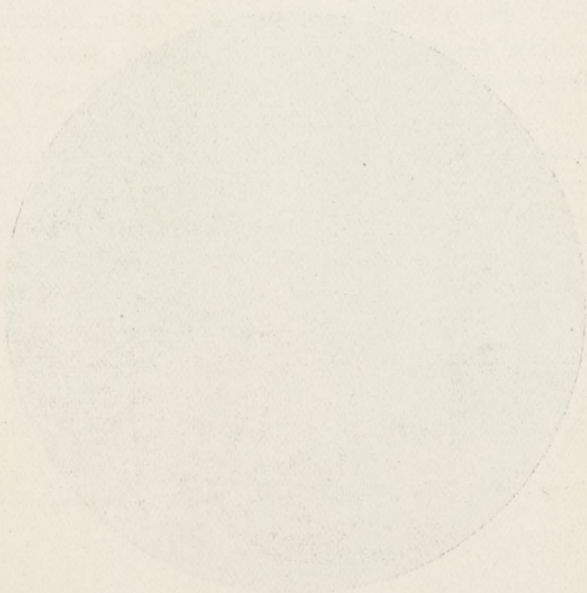
Fig. 2.

twee ronde openingen in de platen 6 en 7 uitgespaard. Tegenover de laatste opening bevindt zich de antikathode 4, die door middel van de glazen buis 8 geïsoleerd is van het metalen vat (het kathodedeel 9) en wel met het holle uiteinde, waarin de wolframspiegel is aangebracht op eenige millimetersafstand van het diafragma 7 verwijderd. De afmetingen van deze opening zijn zoo gekozen, dat het positieve veld der antikathode voldoende „doorgrijpt” om de benodigde electronen uit de kathoderuimte tot zich te trekken. Bovendien blijkt, dat al die electronen op het midden van den wolframspiegel worden geworpen worden, zoodat een scherp focus ontstaat. Merkwaardig is hierbij dat een opening van c.a. 12 mm een scherpe brandvlak van c.a.  $2\frac{1}{2}$  mm diameter geeft.

Dank zij de kleine afstanden tusschen de electroden blijkt de buis te kunnen functioneeren wanneer ze bepaalde gasen (in 't bijzonder waterstof en helium) bevat tot een druk die zelfs veel hoger is dan de gasdruk in de gebruikelijke gasbuizen en eenige honderden malen zoo hoog als die in Coolidgebuizen. Van belang is hierbij de groote veldsterkte, die secundaire electronen van de antikathode niet veroorlooft, zich ver genoeg van de antikathodeoppervlakte te verwijderen om ionisatie teweeg te brengen. In gasbuizen immers is het, zooals uit de gegevens van Lenard <sup>1)</sup> kan worden afgeleid, niet de primaire bundel kathodestralen, die de ionisatie veroorzaakt, doch in hoofdzaak zijn het secundaire electronen.

<sup>1)</sup> Lenard, Quantitatives über Kathodenstrahlen aller Geschwindigkeiten, p. 143, etc.





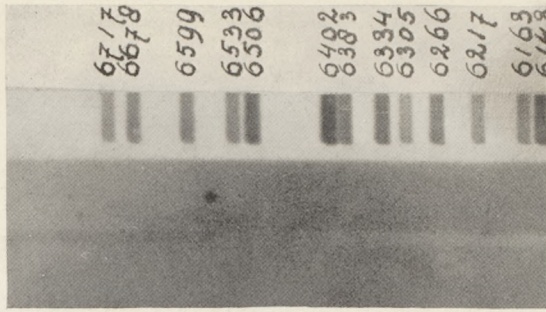


Fig. 3. (Artikel W. de Groot, blz. 163)

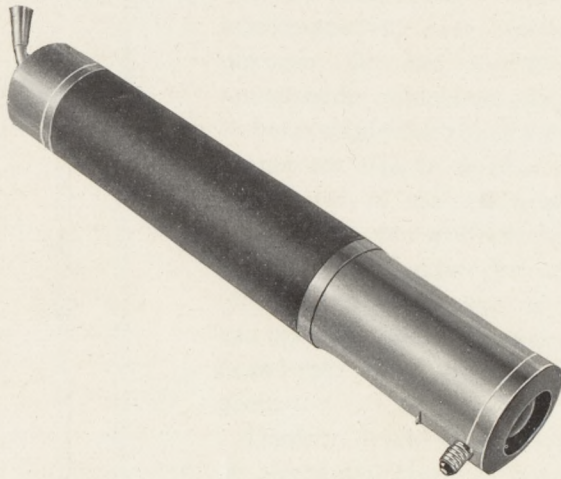


Fig. 3.



Fig. 4.

De vorm van den gloeidraad bleek vrijwel willekeurig genomen te kunnen worden. In latere constructies is deze cirkelvormig.

Zooals duidelijk is, treden door het venster 1 de Röntgenstralen naar buiten. De uittreedende stralen vormen dus een kegelvormigen bundel, waarvan de top in de brandvlek ligt, de as met de buisas samenvalt en die begrensd wordt door de metalen randen van de plaat 6. Buiten dezen kegelvormigen bundel treden geen stralen uit, daar de wanden 9, 10 en 11 van chroomijzer, lood en koper, zoo dik genomen zijn, dat zelfs de hardste stralen van de gebruikelijke buizen tot op minder dan een tienmillioenste deel verzwakt worden. Dit kan hier gemakkelijk bereikt worden, omdat het totale oppervlak van afschermmateriaal slechts klein is.

De waterkoeler 13 is in de antikathode op de gebruikelijke wijze ingeschroefd. In verband met het feit, dat bij een zware opname het water in de gebruikelijke koelers hevig beweegt, hebben wij voor één type den koeler op bijzondere wijze uitgevoerd. In een gesloten koperen buis, die met goed warmte-contact in de antikathode bevestigd is, bevinden zich 20 tot 30 cm<sup>3</sup> gedestilleerd water onder vacuum. Deze koperen buis wordt gedeeltelijk omspoeld door water, dat met de buitenlucht in verbinding staat, waardoor de dampspanning van het afgesloten water weinig boven een atmosfeer kan stijgen. <sup>1)</sup>

De buizen zien er tenslotte uit als figuur 3 laat zien.

Uit het bovenstaande volgt, dat een eenvoudige klem aan een statief bevestigd, voor de opstelling van de buis voldoende is, mits slechts voor de vereischte beweeglijkheid gezorgd wordt. Immers de gebruikelijke afscherminrichtingen uit loodglas, loodrubber, enz. zijn overbodig.

Voorloopige metingen wijzen erop dat het rendement van deze buis grooter is dan van gebruikelijke gloeikathodebuizen; dit wil dus zeggen, dat bij dezelfde stroom en spanning een grootere intensiteit der Röntgenstralen verkregen wordt.

Quantitatieve onderzoekingen hierover zijn onderhanden, definitieve getallen kunnen wij nog niet opgeven. Er zijn een aantal mogelijke oorzaken voor grooter rendement aan te geven, die nog niet afzonderlijk getoetst zijn.

1e. is de intensiteit der stralen loodrecht van de antikathode

<sup>1)</sup> Voorgesteld door Dr. G. Hertz.

uitgaande eenigszins grooter dan die, welke bijvoorbeeld onder een hoek van  $60^\circ$  met de normaal uittreden;

2e. is het duidelijk, dat oneffenheden op de antikathodespiegel hier hoegenaamd geen nadeeligen invloed hebben, terwijl bij de gebruikelijke antikathode onder  $45^\circ$  de in schuine richting uittredende Röntgenstralen gedeeltelijk door de randen der oneffenheden op de antikathode geabsorbeerd worden <sup>1)</sup>. Ingeval van een ingebrande antikathode kan het hier om verschillen van 50 % gaan.

3e. bereikt tengevolge van de kleine „Durchgriff” in elke periode van de aangelegde wisselspanning de stroom door de buis dan pas een belangrijke waarde, als de spanning nabij het maximum komt, zoodat minder energie gebruikt wordt bij lage spanning dan in vele andere buizen.

Hoewel wij nog slechts deze metalen buis voor radiografie in twee types hebben uitgewerkt, zijn wij toch met de proeven voor therapie-buizen zoo ver gevorderd om te mogen verwachten, dat wij binnen afzienbaren tijd buizen voor 200 K.V. en meer kunnen maken.

Het spreekt vanzelf, dat dan de bescherming tegen de stralen eerst recht belangrijk wordt en bovendien gemakkelijk afdoend te maken is. Wanneer wij bijvoorbeeld zelfs een afscherming met lood zouden kiezen ter dikte van 7 mm dan zou nog een gewicht van c.a.  $1\frac{1}{2}$  Kg. voldoende zijn. Wanneer de arts gedurende de bestraling dan een klein scherm plaatst tusschen zichzelf en voorwerpen die door de stralenkegel getroffen worden, dan is ook de invloed door secundairstraling opgeheven en dus een afdoende beveiliging ook voor de allerhardste stralen, op eenvoudige wijze verkregen.

De mogelijkheid om het kathodedeel der buis aan aarde te leggen, brengt met zich mede, dat men eventueel op zeer kleine afstanden te bestralen of te fotografeeren lichaamsdeelen kan naderen zonder gevaar van vonken, etc.

In dit verband moge ook nog genoemd worden de mogelijkheid om foto's van betrekkelijke dunne lichaamsdeelen als tanden, te nemen op zeer kleinen afstand, wanneer men door een klein diafragma slechts zorgt, dat het focus zoo klein is, dat de beeldscherpte voldoende blijft. Daarbij kan men dan met aanmerkelijk kleinere energieën of korte belichtingsduren dan de gebruikelijke

<sup>1)</sup> Door Wagner en Kulenkampff (Annalen d. Phys. 69, 548, 1922) wordt gevonden dat deze oneffenheden vooral tot de intensiteitsvariatie met de uittreedrichting bijdragen.

volstaan daar de energie omgekeerd evenredig met het kwadraat van de afstand is.

Bij een voorloopige bepaling van de intensiteitsverdeling in het Continue Röntgenspectrum door de buis uitgezonden <sup>1)</sup>, bleek ons dat de verhouding der golflengte met maximale energie  $\lambda_{\max}$  tot de minimum golflengte  $\lambda_0$  kleiner is dan bij de gebruikelijke buizen. Dit zou dan in overeenstemming zijn met opmerkingen van Wagner <sup>2)</sup> die verwacht, dat weliswaar de kortste golflengte  $\lambda_0$  niet afhangt van de hoek die de Röntgenstralen met de invalende kathodestraalbundel maken, maar wel, dat de gemiddelde hardheid der stralen grooter is in de richting tegengesteld aan die der kathodestrallen.

Hierop worden eenige foto's getoond met de buis gemaakt (fig. 4 is een verkleining van een opname van een enkel, genomen met 45 cm. afstand focus-plaat; de groote detailscherpte is in de afdruk veel minder duidelijk waar te nemen, dan op de origineele plaat) en de buis in werking gedemonstreerd. Om een idee van de intensiteit der straling te geven werden Laue-figuren op een fluorescentiescherm visueel vertoond.

<sup>1)</sup> De bedoeling is, hierover een nadere publicatie te doen.

<sup>2)</sup> Jahrb. d. Rad. u. El. 1919.

## INTERNATIONAAL CONGRES VOOR TECHNISCHE MECHANICA DELFT 22—28 APRIL 1924.

### PLASTICITEIT EN TREKVASTHEID.

door A. JOFFÉ.

Hieronder volgt een kort verslag van de mededeeling, door Prof. A. Joffé aan het Internationaal Congres voor Mechanica gedaan. <sup>1)</sup>

Zijn uitgangspunt nam spreker in de plasticiteit van klipzout bij hooge temperatuur, herinnerende aan de volkomen afwezigheid van elastische nawerking en de omkeerbaarheid van elastische deformatie zoolang de *elasticiteitsgrens* nog niet is overschreden. Wat verandert er in het kristal wanneer die grens wordt overschreden, en het blijvend van vorm verandert, al blijft het even helder doorschijnend?

<sup>1)</sup> Vgl. Nature, 113, 424, 22 march 1924; Zschr. f. Physik, 22, 286, 1924.

Een analyse met Röntgenstralen kan het antwoord leveren. Spreker nam op een fluoresceerend scherm visueel het Laue-diagram waar van een nauwe bundel X-stralen die door een kristal klipzout heengingen dat aan een trekproef onderworpen werd. Door de elastische vervorming werden de vlekjes op het scherm onderling een weinig verschoven, maar zij bleven ongeschonden. Bij het overschrijden van de elasticiteitsgrens echter kan men waarnemen dat de vlekjes zich verdubbelen, in drieën, vieren, enz. splitsen tot zij, in een steeds grooter wordend aantal verdeeld, tenslotte uitgetrokken lijken tot strepen. De interpretatie hiervan zal moeten zijn, dat inwendig het kristal gedeeld wordt, en dat de deelen ten opzichte van elkander een beetje verdraaid worden, zoodat de door elk teruggekaatste stralen in een iets andere richting loopen. Eén vlek is er, die zich niet vermenigvuldigt. Dat duidt erop, dat één vlak niet van richting verandert. Dit zal het vlak zijn waarlangs de kristaldeelen glijden bij hun onderling verdraaien. Bij klipzout blijkt dit een rhombendodecaeder-vlak te zijn (110).

Spreker meent dat het veel voor heeft aldus visueel te werken, waardoor men direct kan zien wat er plaats grijpt, inplaats van dat men tijdroovende fotografische opnamen maakt. Op deze manier kan men ook direct de elasticiteitsgrens bepalen. De methode is zeer gevoelig. Men ziet direct de vervorming van de lichtvlekkenfiguur op het scherm zoodra men de grens overschrijdt. Men bepaalt aldus rechtstreeks de elasticiteitsgrens zonder dat het noodig is met de z.g. proportionaliteitsgrens genoeg te nemen, die fysisch in het geheel geen beteekenis heeft. Er is een scherp gedefinieerde elasticiteitsgrens: men kan, wanneer men daaronder blijft, het kristal 24 uur onder spanning laten staan, zonder dat het zich deformeert: de lichtvlekkenfiguur blijft onveranderd. Zoodra men echter over de grens heen is, vervormen de vlekken zich dadelijk tot strepen.

Spreker heeft bij aluminium en bij magnesium kwalitatief hetzelfde gevonden als bij klipzout, de proeven daarmee zijn nog niet afgesloten. Steeds heeft spreker gewerkt met uitsluitend homogene deformaties. Zijn onderzoekingen hebben betrekking op heteropolaire kristallen en op metalen.

Soms treedt bij plastische deformatie inplaats van glijding op een tweelingsvorming. Dit is bijvoorbeeld het geval bij kalkspaat. De elasticiteitsgrens wordt dan gemarkeerd door

verzwakking van enkele lichtvlekken en het ontstaan van nieuwe.

Bij inhomogene deformatie, buiging of torsie, treedt een uitrekking van de vlekken tot strepen ook op beneden de elasticiteitsgrens, en bij overschrijding der grens krijgt men slechts een verandering van richting en voorkomen dezer strepen.

Spreeker heeft gemeten hoe de elasticiteitsgrens met de temperatuur verandert. Hij vond dat de elasticiteitsgrens nul wordt bij het smeltpunt. Men kan wellicht ook den zin omkeeren en zeggen dat het smeltpunt hierdoor bepaald wordt dat de elasticiteitsgrens nul wordt bij die temperatuur.

Bij kalkspaat heeft men iets anders. De elasticiteitsgrens wordt nul bij  $900^{\circ}\text{C}$ . zonder dat daar het smeltpunt is. Er is daar echter een overgang naar een andere modificatie, die een andere elasticiteitsgrens heeft.

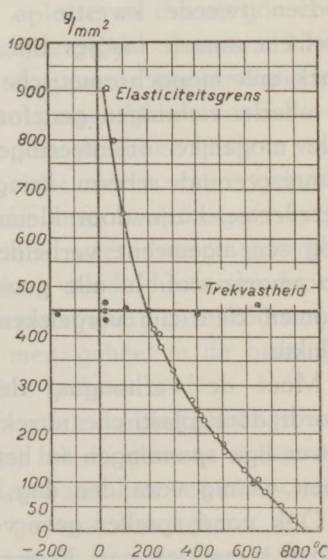
Deze methode is heel geschikt om het smeltpunt van een kristal te bepalen, indien men in een reeks metingen nagaat hoe de elasticiteitsgrens afhangt van de temperatuur. Ook direct kan men het bepalen, doordat zoodra het smeltpunt bereikt is, de geheele vlekkenfiguur plaats maakt voor een diffuse verlichting van het fluoresceerend scherm.

In tegenstelling tot de elasticiteitsgrens is de *trek vastheid* bij klipzout niet afhankelijk van de temperatuur. In een gebied van  $-190^{\circ}$  tot  $800^{\circ}\text{C}$ . vond spreker dat met mogelijke speling van  $5\%$  de trek vastheid dezelfde bleef, n.l. ongeveer  $0,45\text{ kg gew./mm}^2$ .

Trek vastheid en elasticiteitsgrens hebben met elkander blijkbaar dus niets te maken.

Teekent men de beide krommen voor klipzout, dan blijkt het dat deze elkander snijden bij  $200^{\circ}\text{C}$ . Dat beteekent dat beneden  $200^{\circ}\text{C}$ . klipzout eerder breekt dan zich kneden laat: het is dan bros.

Boven  $200^{\circ}\text{C}$ . laat het zich eerder kneden dan dat het breekt: het is plastisch.



Zulk een punt zal er wel bij alle stoffen moeten zijn, zoodat het geen absolute beteekenis hebben kan, een indeeling te maken tusschen broze en kneedbare stoffen.

Wanneer men werkt boven  $200^{\circ}\text{C}$ ., dan moet men bij het trekken van klipzout ter bepaling van de trekvastheid zorgen dat men niet plastische deformaties krijgt voor dat men aan de breuk toe is. Want zoodra men plastische deformatie krijgt heeft men niet meer te doen met een enkel kristal. Nu is er voor de plastische vervorming meer of minder tijd noodig, zoodat wanneer men maar snel genoeg werkt, het mogelijk is tot een bepaling van de trekvastheid van het kristal te geraken voordat het, praktisch gesproken, nog gedeformeerd is.

Trekt men langzaam uit, dan krijgt men een plastische uitrekking, en daarmee een *verhooging van de trekvastheid*.

Vanwaar deze verhoogde trekvastheid bij plastische uitrekking? Ontstaat er een andere structuur? Volgens spreker kan men uit de X-stralenanalyse concludeeren dat dit niet het geval is. De mikrokristallieten waaruit het stuk klipzout gaat bestaan bij de deformatie zijn elk voor zich op dezelfde manier opgebouwd als het ongestoorde klipzout.

Een tweede kwestie is, of er tusschen de mikrokristallieten wellicht amorfe laagjes zijn. Dit kan men nagaan door een onderzoek met monochromatische X-stralen. Doorstraalt men een stuk in allerlei richtingen gedeformeerd klipzout, waarin de kristallieten alle mogelijke orienteringen hebben, dan krijgt men op het fluoresceerend scherm kringen te zien van stralenbundels, die gereflecteerd zijn door kleine atoomroosters, maar bovendien is er nog een algemeene verheldering van het scherm te zien, die duidt op amorfe stof. In alle geval zal echter het aantal amorf gelegen atomen klein zijn vergeleken bij dat der in atoomroosters gerangschikte.

Moet de verhooging der trekvastheid die teweeg gebracht wordt door plastische uitrekking op rekening gesteld worden van inwendige spanningen in het klipzout? Van dergelijke spanningen komt weinig voor den dag bij onderzoek met gepolariseerd licht.

Ook vond spreker geen verschil in trekvastheid tusschen staafjes van  $0.1\text{ mm}^2$  en van  $30\text{ mm}^2$  doorsnede.

Door den plastischen rek kon men de trekvastheid opvoeren tot het twaalfvoudige van de gewone waarde.



Dit is nog niet erg veel, vergeleken bij de waarde die men verkrijgt als men uitrekent welke spanning er noodig is om de aantrekking te overwinnen van de positieve en negatieve ionen in het kristal, die bij de breuk uit elkander gescheurd worden. Men moet op deze manier verwachten dat de trekvastheid ongeveer 200 kggew./mm<sup>2</sup> moest zijn inplaats van 0,45 kggew./mm<sup>2</sup> zooals men vindt.

Waarom vindt men niet de grootere trekvastheid? Hierop tracht de breuktheorie van Griffith een antwoord te geven door het aannemen van de aanwezigheid van kleine barstjes in het materiaal die een groote verzwakking teweeg konden brengen. Bij een kristal gelijk klipzout zou, zoolang het als kristal van binnen volmaakt is, alleen aan het oppervlak mogelijkheid bestaan voor de aanwezigheid van barstjes. Kan men misschien de trekvastheid door inwerking op het oppervlak beïnvloeden?

Een eerste poging om dit na te gaan was het aanbrengen om het kristal van een hoog verhitten metalen ring, waardoor het oppervlak nagenoeg op het smeltpunt werd gebracht. Daardoor werd het zout al veel vaster.

Vervolgens werden proeven genomen met zoutkristallen in water dat voortdurend het oppervlak oploste en dus zorgde voor een *voortdurend versch oppervlak*. Bij dergelijke proeven bleek het zout ongelooflijk veel sterker dan in gewone omstandigheden. Men komt ver boven de gewone breukgrens. Men moet dan ook oppassen dat niet het zout stukgaat aan de dikke einden, waar men het vastgeklemd heeft, en die niet door water gestadig oppervlaktevernieuwing krijgen. Wacht men wat langer, totdat het middelste door water omgeven stuk weer dunner geworden is, dan kan men den steel die getrokken wordt dunner en dunner laten worden. Aldus werden trekspanningen van 150 — 160 kggew./mm<sup>2</sup> nog verdragen, zoodat men geheel in de orde van grootte komt der theoretisch verwachte trekvastheid.

Op deze manier konden gemeten worden de elasticiteitsgrenzen voor klipzout bij temperaturen waarbij het in gewone omstandigheden bros is. Door behandeling onder water kon een elasticiteitsgrens bepaald worden ver boven de gewone breukgrens.

Opmerking verdient dat men in verzadigde oplossing, waar het oppervlak niet voortdurend vernieuwd wordt, ook geen hogere trekvastheid vindt dan de gewone.

Een ander geval van groote vastheid krijgt men in een uiterst vergedreven vacuum.

Mica kan men zeer gemakkelijk splijten. De splijtvlakken zijn aanvankelijk electricch geladen. Dit kan men duidelijk waarnemen bij de splijting in een matig vacuum, waar de splijtvlakken en de glaswand licht geven door de ont-ladingsverschijnselen tusschen de twee splijtvlakken.

In het uiterste vacuum echter kunnen de ladingen der splijtvlakken niet worden geneutraliseerd. Zij blijven ter plaatse en het gevolg is dat de splijtvlakken elkander zoo stevig vasthouden dat er geen verdere splijting mogelijk is. A. D. F.

#### BREUK-THEORIE

door A. A. GRIFFITH, Farnborough (Hants).

Wanneer vaste stoffen breken, zou de spanning, welke deze breuk veroorzaakt, opgevat kunnen worden als de som van de intermoleculaire aantrekkingskrachten over de eenheid van oppervlakte, daar toch bij breuk de atomen uit elkaar getrokken moeten worden.

Deze inwendige, intrinsieke of eigenlijke spanning (dat is dus de som der intermoleculaire krachten over de eenheid van oppervlak) zou dan een maat zijn van de orde van grootte van de breukspanning.

Bij experimenten vindt men echter, dat de breukspanningen in het materiaal vele malen ( $20-100\times$ ) kleiner zijn dan de inwendige spanning, welke noodig is om de atomen van elkaar te verwijderen.

Bij het beschouwen van de energie-grootheden bij dit vraagstuk stuit men op een dergelijk verschil. De energie-hoeveelheid, welke noodig is om de atomen uit elkaar te brengen, is van dezelfde orde van grootte als de verdampingswarmte en deze hoeveelheid arbeidsvermogen komt niet overeen met die, welke benoodigd is om breuk te veroorzaken.

Spreker heeft daarom een breuktheorie opgesteld, waarvan het beginsel is, dat de breuk zijn oorzaak vindt in plaatselijke opeenhoping van energie in het materiaal. Oorzaken van deze concentraties kunnen zijn:

- 1<sup>o</sup>. Het voorkomen van kleine scheurtjes in en aan de oppervlakte van het materiaal;
- 2<sup>o</sup>. Het tegen elkaar liggen van twee kristalvlakken.

1<sup>o</sup>. Wat het voorkomen van kleine scheurtjes betreft, onderzoeken hieromtrent hebben aangetoond, dat althans bij broze materialen, dit inderdaad de belangrijkste oorzaak is van de waargenomen geringe sterkte.

De sterkte van een plaat, die één scheurtje bevat, hetwelk loodrecht staat op de richting der op die plaat werkende trekspanning, is langs theoretische weg berekend, door het scheurtje op te vatten als een platte omwentelingsellipsoïde. De sterkte blijkt dan een functie te zijn van de oppervlakte-spanning, de elasticiteits-modulus en de lengte van de lange as van de ellipsoïde.

Proeven met glazen bollen en buizen, waarin dergelijke scheurtjes voorkwamen, hebben resultaten gegeven, die overeenkwamen met de theorie; met deze proeven is aangetoond, dat de spanning aan de uiteinden der scheurtjes aanmerkelijk grooter was bij breuk dan de breukspanning, welke op de gewone wijze was bepaald, en dat ze waarschijnlijk van dezelfde orde van grootte was als de intrinsieke, wezenlijke spanning.

Uit de theorie kan verder worden afgeleid, hoe groot een scheurtje moet zijn, om de mate te verklaren, waarin de breukspanning minder is dan de werkelijke, inwendige spanning; deze grootte is in het algemeen van de orde van  $10^{-3}$  tot  $10^{-4}$  cm. In heel fijne draden kunnen scheurtjes van deze afmeting niet voorkomen, deze fijne draden zullen om die reden grootere spanning kunnen verdragen, naarmate hun diameter kleiner is. Dit kon ook bij draden van enkele  $\mu$  dikte worden vastgesteld.

Wanneer aangenomen wordt, dat de scheurtjes elkander onderling niet beïnvloeden, kunnen de wetten van de breuk bij verschillende soorten van belasting en bij een willekeurige rangschikking van de scheurtjes, uitgedrukt worden als functie van de breukspanning bij enkele trek.

Als bijzonder geval wordt gevonden, dat de sterkte tegen druk  $8 \times$  zoo groot is als die tegen trek. Dit komt goed overeen met proeven, welke genomen zijn met steen (waarbij men 7 tot 11 vond voor deze verhouding) en met gehard ijzer.

In het geval van gehard staal is de sterkte tegen druk moeilijk nauwkeurig te bepalen, maar zij schijnt niet minder dan  $6 \times$  zoo groot te zijn als tegen trek.

Door glas op voldoende hooge temperatuur te verhitten en het daarna plotseling af te koelen, kan het in een toestand gebracht

worden, waarin het bijna de theoretische vastheid heeft, maar deze toestand is niet stabiel en neemt snel af met de tijd. Glas, dat op deze wijze behandeld is, en waarin geen scheurtjes voorkomen, vertoonde een vastheid van  $600 \text{ kg gew/mm}^2$ . Het verminderen van de sterkte met den tijd is misschien te wijten aan gedeeltelijke kristallisatie.

Zuiver glasachtig silica (kwarts), dat eveneens zoo behandeld is, blijkt een vastheid te hebben van  $370 \text{ kg gew/mm}^2$ . Dit is weliswaar slechts de helft van de theoretische vastheid, maar het verschil ontstaat waarschijnlijk, doordat er kleine gasblaasjes in voorkomen.

Een staafje van dit kwarts, in het midden dun uitgetrokken kan gemakkelijk ver gebogen worden zonder te breken of blijvend te deformeeren (proef I); men moet er echter voor zorgen, dat het dunne gedeelte niet aangeraakt wordt, want bij de lichtste aanraking, zelfs door er met de vinger over te wrijven, kunnen er kleine scheurtjes ontstaan aan de oppervlakte en kan het materiaal breken. Ook dit werd met een proef aangetoond.

Een derde experiment was het volgende: Het staafje werd zoover gebogen, totdat tenslotte de breukspanning bereikt werd, op welk oogenblik het in een groot aantal stukken uiteenviel. De verklaring van dit verschijnsel is: De hoeveelheid energie in het gebogen stuk, die bij de breuk vrijkomt, is voldoende om in het dikkere stuk reeds aanwezige kleinere scheurtjes te vergrooten en op die wijze ook daar breuk te veroorzaken.

2<sup>o</sup>. De tweede manier, waarop een energie-ophooping kan ontstaan, is dat twee kristalvlakken van twee verschillende kristallen tegen elkaar aanliggen. Dit kan natuurlijk slechts voorkomen in vaste stoffen, welke bestaan uit kristallen, die in alle richtingen liggen.

Wanneer twee dergelijke kristalvlakken in contact zijn, zal er in het algemeen een wederzijdsche oppervlakte-spanning zijn en een daaraan gepaard gaande oppervlakte-energie. Als deze oppervlakte-energie groot genoeg is, kan daardoor interkristallijne breuk plaats hebben bij een spanning, die veel kleiner is dan de inwendige, intrinsieke spanning. In dit verband is het interessant op te merken, dat zacht ijzer bros wordt bij de temperatuur van vloeibare lucht en dat het onder die omstandigheden stuk gaat met interkristallijne breuk.

De breuktheorie voor plastische vaste stoffen kan op het oogenblik nog niet met vrucht behandeld worden, daar er nog te weinig bekend is van de plastische rek, welke aan de breuk voorafgaat, zoodat er nog niet gezegd kan worden in hoeverre, en hoe dat proces de energie-opeenhooping kan veroorzaken, welke noodig is voor breuk.

H. M.

### HET GEBRUIK VAN ZEEPVLIEZEN BIJ HET OPLOSSEN VAN SPANNINGS-PROBLEMEN

door A. A. GRIFFITH.

Wanneer men een zeepvlies uitspant over een opening in een vlakke plaat en men brengt onder het vlies een overdruk  $p$  aan, dan is uit het feit, dat de oppervlaktespanning  $s$  van het vlies constant is, af te leiden dat:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + \frac{p}{2s} = 0,$$

indien de vlakke plaat als  $xy$ -vlak wordt aangenomen en  $z$  in ieder punt de afstand van het vlies tot de plaat voorstelt.

Ook wanneer het vlies is uitgespannen op een omtrek, welke iets van de plaat verwijderd wordt, wordt aan deze vergelijking voldaan. Daar in dat geval  $p = 0$ , dan zal de vgl. zijn:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0.$$

Verschillende problemen uit de mathematische elasticiteitstheorie komen neer op het vinden van oplossingen van dergelijke vergelijkingen als de hierboven genoemde, welke bij een gegeven randkromme  $f(x, y) = 0$  aan zekere voorwaarden voldoen.

In dergelijke gevallen kan, als het mogelijk is op deze randkromme een zeepvlies uit te spannen, een oplossing gevonden worden, door metingen te verrichten aan het vlies.

Het eenvoudigste van deze problemen is dit: de schuifspanning te vinden, die in een cilindrische balk teweeggebracht wordt door wringing van dien balk.

In dit geval is bekend, dat de schuifspanning voor een element in de dwarsdoorsnede aan den omtrek dier doorsnede gericht is volgens

de raaklijn en het vraagstuk is opgelost als men een functie  $\varphi$  heeft, welke voldoet aan :

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + C = 0, \quad \text{en} \quad \varphi = 0$$

voor alle punten der omtrek.

Daartoe wordt nu een zeepvlies uitgespannen over een opening in een plaat van dezelfde vorm als de balk-doorsnede. Daarboven wordt een beweeglijke stalen punt aangebracht.

Aan het uitgespannen vlies worden nu de volgende waarnemingen verricht :

1<sup>o</sup>. De punten welke op gelijke hoogte liggen worden vereenigd in z.g. contourlijnen.

Dit geschiedt door de stift zoodanig te bewegen, (met de hand) dat ze het zeepvlies voortdurend juist raakt. Door de spiegeling van het oppervlak is dit zeer scherp waar te nemen. Aan de andere zijde van de stifthouder zit ook een stalen punt, welke op het deksel van het toestel de contourlijnen teekent.

Na één contourlijn wordt de stift in verticale richting veresteld en kan men opnieuw beginnen.

2<sup>o</sup>. De hoek tusschen het raakvlak in een punt en het  $x$ - $y$ -vlak. Deze hoek geeft een maat voor de schuifspanning in dat punt en wordt gemeten met behulp van een door het oppervlak teruggekaatste lichtstraal.

3<sup>o</sup>. Het volumen tusschen het vlies en het  $x$ - $y$ -vlak. Dit is een maat voor de weerstand tegen wringing van de staaf.

Het volumen wordt gemeten door naast het vlies een tweede uit te spannen, over een cirkelvormige opening. Beide vliezen staan in verband met éénzelfde, overigens gesloten reservoir. Men brengt nu een plaatje boven het eerste vlies en drukt met behulp hiervan dit naar beneden. De druk  $p$  voor en na de indrukking wordt berekend uit de hellingshoeken  $\alpha$  en  $\beta$  (voor en na de indrukking) van het vlies, dat over de cirkelvormige opening is uitgespannen ( $\alpha$  en  $\beta$  zijn de hoeken welke de raakvlakken aan de grens met het  $x$ - $y$ -vlak maken).

Als we  $p_1 v_1 = p_2 v_2$  stellen, zijn dus  $p_1$  en  $p_2$  bekend en daarmee de kromtestraal van het bolvormig vlies, dus ook  $v_2$  kan berekend worden; voor een cirkelvormige opening is n.l. alles te berekenen, ook zonder zeepvliezen.  $v_1$  is dan door berekening te vinden en daaruit het gezochte volume.

Enkele lantarenplaatjes dienden ter verduidelijking.

Deze gaven de contourlijnen te zien van een  $\Gamma$  ijzer en van een holle as met spiegleuf. Daar waar de contourlijnen elkaar het dichtst naderen, is de schuifspanning het grootst, immers daar is de hoek van het raakvlak met het horizontale vlak het grootst. Dit blijkt b.v. het geval te zijn bij de spiegleuf. Hiertegen zijn 2 middelen :

1°. De spiegleuf kan afrondingen krijgen.

2°. De holte in de as kan excentrisch worden aangebracht.

Een ander soort problemen, waarbij zeepvliesen gebruikt worden, is om de schuifspanning te vinden in een ingeklemde balk.

De vergelijking is hier :

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0.$$

Hier wordt een vlies gebruikt, dat niet wordt opgeblazen, maar waarvan de omtrek zich op eenigen afstand van het  $x$ - $y$ -vlak bevindt.

De benadering van de juiste waarde bij gebruik van deze methode is tamelijk groot, de resultaten zijn tot op 2 % nauwkeurig.

H. M.

## BOEKBESPREKING.

*Manne Siegbahn, Spektroskopie der Röntgenstrahlen.* — Berlin, Julius Springer, 257 bldz., 119 figuren. Prijs 3,60 Dollar ; geb. 3,85 Dollar.

Wanneer een autoriteit als Siegbahn over zijn vak een monographie schrijft, dan is het tamelijk wel onnoodig deze bij hen, die zich voor dat vak interesseeren, aan te bevelen. Ik kan mij dus in mijn lof gevoelig beperken en veroorloof mij ter introductie van bovenstaand boekje het volgende op te merken :

In de eerste twee hoofdstukken wordt een beknopt en duidelijk historisch overzicht gegeven. Hoofdstuk III, dat over de techniek der röntgenspectroscopie handelt, is uit den aard der zaak zeer uitvoerig en bevat zeer veel wetenswaardigs voor ieder, die wel eens met röntgenstralen te maken heeft. Gelukkig had de schrijver zelfkennis genoeg om aan de door hem geconstrueerde röntgenbuizen en -spectroscopen een ruime plaats in dit hoofdstuk toe te kennen. Het komt mij voor dat er eenig gevaar bestaat dat bij den niet-deskundige lezer door dit hoofdstuk de indruk gewekt zou kunnen worden, dat het hoofddoel van de techniek der röntgenspectroscopie is : het construeeren van röntgenbuizen, die zoo intensief mogelijk stralen. Wanneer ik dit hoofddoel aldus formuleer : het verkrijgen

van goede spectrogrammen, dan zal ongetwijfeld iedereen en in de eerste plaats Prof. Siegbahn het met mij eens zijn. Maar dit sluit m. i. in, dat het zwaartepunt van eenige beschouwingen in dit hoofdstuk misschien ergens anders zou moeten liggen. Bij het fotografisch opnemen van zwakke lijnen of van kleine intensiteitsverschillen heeft men met een soort van conflict te doen tusschen het spectrum waar het ons werkelijk om te doen is en de zwarting der fotografische plaat, die aan andere oorzaken toe te schrijven is. Grootere stroom in de röntgenbuis behoeft volstrekt niet altijd een voordeel te zijn; het kan even goed een nadeel zijn, omdat in den regel met grootere stroomsterkte een grootere antikathodevlek gepaard gaat. Van belang voor de intensiteit der spectraallijnen is in de eerste plaats de stroomdichtheid in de antikathodevlek. Om een analoge reden kan het ook meer nadeel dan voordeel opleveren, wanneer men de röntgenbuis al te compact bouwt en den afstand antikathode tot spleet vermindert zonder er naar te streven tegelijkertijd de grootte van de antikathodevlek naar evenredigheid te verminderen. Het zou mij te ver voeren, wanneer ik dit alles hier nader zou moeten motiveeren.

Wat de door Siegbahn gebouwde spectrografen betreft: men moet het eigenlijk betreuren, dat deze onovertroffen apparaten niet door de eene of andere firma in den handel worden gebracht, zooals dit bijv. met spectrografen voor het optische gebied in zoo ruime mate geschiedt. Gelukkig vindt men hier eenige duidelijke werkteekeningen, zoowel als fotografieën gereproduceerd, zoodat het misschien niet meer ondoenlijk is een eenvoudige spectrograaf voor relatieve bepalingen zooals die van fig. 53 of die van fig. 54 uit Siegbahn's boek in een laboratoriumswerkplaats na te laten maken.

De hoofdstukken IV en V geven de empirische resultaten zeer overzichtelijk weer. Het zal velen plezier doen hier ook het interessante werk uit Lindh's dissertatie aan te treffen, dat tot nog toe alleen aan eenige uitverkorenen bekend was, die deze dissertatie toegestuurd gekregen hadden. Dit werk omvat een zeer uitgebreide studie over de afhankelijkheid van de ligging der absorptiekanten van den chemischen en physischen toestand bij de elementen zwavel, phosphor en chloor.

Het meerendeel der in 1923 gepubliceerde gegevens mist men hier, hoewel het boekje eerst in 1924 uitgekomen is en het voorwoord September 1923 gedateerd is.

Hoofdstuk VI bespreekt het theoretische verband tusschen de röntgenspectra en de atoomstructuur; dit hoofdstuk zou door sommigen misschien wel wat uitvoeriger gewenscht zijn. Jammer is, dat de schrijver zich niet geheel bij de door Bohr gebruikte terminologie aansluit. We zijn het er natuurlijk allen over eens dat een uniforme terminologie in 't algemeen wenschelijk is; het is alleen maar de vraag welke als zoodanig gebruikt moet worden. Er is misschien wel iets voor om die van Bohr te gebruiken, al was het alleen maar omdat hij onze onbetwiste leider is op het gebied der atoomphysica.

Wat de z.g. spectra van de 2de en hoogere soort betreft (op blz. 182 staat eenmaal abusievelijk tweede orde), het komt mij voor, dat de schrijver de theorie van Wentzel over deze spectra een weinig te oncritisch bespreekt. We twijfelen er niet aan, dat deze spectra uitgezonden worden door atomen die meer dan één electron verloren hebben, maar we hebben niet de minste reden Wentzel te gelooven, als hij ons precies weet te vertellen onder welke omstandigheden elk



der betreffende lijnen wordt uitgestraald. Eenige proeven, die schrijver dezes gedeeltelijk tezamen met den heer Nishina genomen heeft, wijzen er integendeel op, dat in eenige belangrijke gevallen de vork anders in de steel zit, dan Wentzel ons wil doen gelooven.

Hoofdstuk VII handelt over het continue röntgenspectrum, waarin de theorie van Kramers, die in het najaar van 1923 verscheen, niet genoemd wordt.

Het laatste hoofdstuk VIII bespreekt de andere methoden die ons de energie-niveaus der atomen leeren kennen. Hier missen wij om begrijpelijke redenen de vermelding van een buitengewoon belangrijke publicatie n.l. die van Robinson (Proceedings Royal Soc. Nov. 1923) die als experimenteele bevestiging van de conclusies uit de röntgenspectroscopie getrokken, wel de meeste waarde heeft.

Eenige handige tabellen, waarvan elk, die wel eens een röntgenspectrum moet opnemen, plezier kan hebben en een uitgebreide literatuurlijst (die voor het jaar 1923 wel onnoodig onvolledig is) besluiten het keurige boekje.

Natuurlijk is het boekje onmisbaar voor ieder, die op dit terrein werkzaam is. Maar het is ook een zeer te waardeeren bezit voor hen, die zich meer zijdelings voor het onderwerp interesseeren.

D. C.

*H. Andoyer et A. Lambert, Cours d'astronomie, sec. partie, astronomie pratique, 307 blz., 104 fig. — J. Hermann, Paris. Prix 30 fr. (1924).*

In bovenstaand werk worden de voornaamste problemen der praktische sterrekunde vrij beknopt behandeld. Het boek begint met een inleiding over het gebruik van tafels, het interpoleeren en de methode der kleinste kwadraten. Daarna behandelen de hoofdstukken III—VI algemeene hulpmiddelen als uurwerken, verdeelde cirkels, micrometers, het waterpas en den kwikbak. Vervolgens worden verschillende instrumenten als meridiaankijker, aequatoriaal, zenithteleskoop, siderostaat e.d. met hun voornaamste fouten, correcties en waarnemingsmethoden besproken, waarbij ook de fotografische kijkers niet vergeten worden. Een viertal korte hoofdstukken geeft daarop een overzicht van de voornaamste resultaten, die met de besproken instrumenten verkregen zijn; zij handelen over: dubbelsterren, eigenbeweging, de sterrestroomen van Kapteyn, het meten van parallaxen en het bepalen van de constanten der astronomie. Het slot wordt gevormd door een en ander over geografische en zeevaartkundige sterrekunde.

Het werk is helder geschreven, de figuren zijn duidelijk en een aantal platen geven een goed denkbeeld van de voornaamste instrumenten. Wat de behandeling betreft, komt het ons voor, dat de stof te uitgebreid was voor den betrekkelijk geringen omvang van het boek, waardoor sommige onderwerpen wel wat erg summair behandeld zijn. Zoo wordt, om met een enkel voorbeeld te volstaan, de ringmikrometer niet genoemd en is de behandeling van den dradenmikrometer tamelijk oppervlakkig. Ook aan de bepaling der waarschijnlijke fout van een serie waarnemingen is weinig aandacht besteed — men vergelijke b.v. eens met Chauvenet, Spherical and Practical Astronomy. Tegenover deze bezwaren staat, dat de aandacht van den lezer voortdurend op de groote lijnen gevestigd kan blijven, hetgeen, vooral voor een eerste kennismaking met het onderwerp, van groot voordeel is. Alles samengenomen zouden wij het boek dus aan beginners of aan diegenen, wien het alleen om algemeen inzicht te doen is, willen aanbevelen, al zal het den vakastronoom ook geen dispensatie verleen van het doorwerken van uitvoeriger handboeken.

H. Gr.

## TER BESPREKING ONTVANGEN BOEKEN.

*M. Lecat*, Bibliographie de la Relativité, 290 + 47 blz. — M. Lamertin Ed., Bruxelles, 1924.

*Fr. Nölke*, Geotektonische Hypothesen, 122 blz. — Gebr. Borntraeger, Berlin 1924.

*M. Minnaert*, Natuurkunde in Leerlingenproeven, 196 blz., 136 fig. — P. Noordhoff, Groningen, 1924. Prijs f 2.40, geb. f 2.90.

## STRIKVRAGEN.

Vraag XVIII. Een klein luchtbelletje zal, in het water, opstijgen met zulk een snelheid, zou men geneigd zijn te zeggen, dat de opwaartsche druk evenwicht maakt met de wrijving in het water. Echter: zonder twijfel zal overal in en aan het oppervlak van het luchtbelletje de druk even groot moeten zijn, en gelijk aan den loodrechten druk in de aangrenzende waterlaag. Hoe kan men dan spreken van een opwaartschen druk?

*Antwoorden en nieuwe strikvragen inzenden aan het gewone adres der Redactie.*

Antwoord op vraag XVI: *De lucht, die in een slappe fietsband gepompt wordt is op een of andere wijze verantwoordelijk voor het opheffen en dragen van het wiel. Toch is de druk in de luchtmassa overal even groot, zoodat deze de velg aan alle kanten even sterk drukt, met een resultante nul. Vanwaar dan de draagkracht van den band?*

Ongeveer als in een modern fietswiel de spaken vrijwel uitsluitend op „trek” belast worden, doch niet op „druk” of „buiging”, zoodat de spaken zonder theoretisch bezwaar door touwtjes vervangen kunnen worden, waaruit dus duidelijk blijkt dat de naaf met haar belasting *hangt* aan de velg door middel der spaken (touwtjes), zoo ook *hangt* de velg, door middel vooral van het linnen in den buitenband, aan den strak geblazen buitenomtrek van den buitenband. Terwijl de stalen velg aan zijn stijfheid het vermogen ontleent, tijdens belasting door de naaf niet overlangs in elkaar gefrommeld te worden, dankt het buitenloopvlak van den band het vermogen, om weerstand te bieden aan belasting van den kant van de velg, aan den luchtdruk in den binnenband. (We merken terloops op, dat bij voldoende gespannen buitenband de stijfheid van de velg — althans voor het torsen der belaste naaf — *overbodig* is; de wielvorm blijft behouden al neemt men tusschen elke twee spaken een paar centimeters velg weg!)

Wie niet aan de draden van het linnen van zijn buitenband verkiest te hangen, hij late lucht af, en giete, als hij op goeden voet wil komen met den steller der vraag, in zijn band wat kwik; de afmetingen van den band en het soortelijk gewicht der vulling zullen dan beslissen, of eenig deel, en zoo ja, *welk deel* der naafbelasting aan het linnen in de bovenhelft van den band zal komen te hangen.

Tot zoover onze geachte medewerker. In hoofdzaak kunnen wij met zijne opvattingen medegaan. Alleen de opmerking die hij terloops maakt, boezemt ons een weinig ongeloof in, terwijl de „steller der vraag” ons machtigt pertinent te verklaren, dat om op goeden voet met hem te komen volstrekt niet zulke gewaagde en dure kwikexperimenten noodig zijn: de inzending eener nieuwe strikvrage reeds heeft in die richting een groote uitwerking.

Nadruk der artikelen en reproductie der illustraties voorkomende in dit tijdschrift wordt bij deze overeenkomstig Art. 15 der Auteurswet 1912, uitdrukkelijk verboden.

# PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

4e JAARGANG

JULI 1924

NUMMER 7.

## SAMENVATTENDE OVERZICHTEN.

### BANDENSPECTRA <sup>1)</sup>

door G. H. DIEKE.

Uit de lijnspectra heeft men in de laatste jaren zeer belangrijke conclusies aangaande den bouw der atomen kunnen trekken. Men moet verwachten, dat de studie der bandenspectra ons soortgelijke ophelderingen over den bouw der moleculen zal geven. Dit zal vooral eigenschappen betreffen, die wij door de beschouwing der chemische eigenschappen alleen niet zouden kunnen te weten komen.

Maar terwijl nu bij de lijnspectra algemeene regels gevonden zijn, om deze ten minste formeel te kunnen ontwarren, stuit men bij de analyse der bandenspectra nog op groote moeilijkheden. Bohr had in het waterstofspectrum een geval, waar zijn theorie hem in staat stelde, het spectrum volledig uit het atoommodel te berekenen. Met behulp van zekere vereenvoudigende onderstellingen was het dan ook mogelijk, uit het model andere eenvoudig gebouwde spectra af te leiden. Uit de afwijkingen van deze eenvoudige structuur kan men dan weer conclusies trekken over de rangschikking der electronen enz. in meer ingewikkelde atomen.

Bij de *bandenspectra* is deze weg echter niet te volgen. De structuur zelfs van de eenvoudigste moleculen (b.v. waterstof) is nog onbekend, en wij zijn dus niet in staat, uitgaande van de electronenbewegingen iets over het molecuulspectrum te weten te komen. De omgekeerde weg, het spectrum te gebruiken als wegwijzer bij het bepalen van den bouw van het molecuul, vereischt, dat het spectrum zoo volledig mogelijk bekend is en formeel geordend in series. Nu is het grootste gedeelte der bandenspectra tengevolge van de experimenteele moeilijkheden nog onvoldoende onderzocht, en regelmatigigheden blijven in vele gevallen door het enorme aantal lijnen verborgen.

<sup>1)</sup> Men vergelijke E. Hulthén: Over bandenspectra, *Physica* 1 p. 365, 1921.

Maar al zijn wij dan nog niet zoo ver, dat wij de electronenbewegingen binnen het molecuul uit het bandenspectrum kunnen aflezen, er zijn sommige algemeene eigenschappen onafhankelijk van den individueelen bouw van elk molecuul, die ons in staat stellen de algemeene structuur der bandenspectra te berekenen en in vele gevallen ook uit het bandenspectrum opheldering over bepaalde eigenschappen der moleculen te verkrijgen.

Aan de hand van een sterk vereenvoudigd model kunnen wij de hoofdzaken leeren kennen. Later zullen wij dan zien, welke wijzigingen in het model moeten worden aangebracht, om een werkelijk molecuul meer te benaderen.

Een tweeatomig molecuul — en hiertoe zullen wij ons voorloopig beperken — bestaat uit twee zware positief geladen kernen, die door de negatieve electronen bij elkaar gehouden worden en om een bepaalde evenwichtsstand schommelingen kunnen uitvoeren. De energie van deze schommelingen kan volgens de quantumbependingen alleen bepaalde, discrete waarden aannemen. Als de amplituden klein zijn, kan de binding tusschen de kernen als harmonisch beschouwd worden. Wij hebben dan een oscillator van Planck, waarvan de energie de waarden  $E_0 = n h \nu$  ( $h$  constante van Planck;  $\nu$  frequentie van den oscillator) kan hebben. In werkelijkheid echter zijn de amplituden zoo groot, dat de trillingen niet meer als harmonisch beschouwd kunnen worden. Wij schrijven daarom voorloopig  $E_0^n$  voor de energie van den  $n$ den oscillatie-quantumtoestand.

Zoals uit de soortelijke warmte der gassen blijkt, kan het molecuul bovendien nog roteeren om een as loodrecht op de verbindingslijn der kernen. De quantumvoorwaarde zegt hier, dat alleen die rotaties mogelijk zijn, waarvan het impulsmoment een geheel veelvoud is van  $h/2\pi$  dus

$$2\pi\omega I = m h$$

( $\omega$  hoeksnelheid,  $I$  traagheidsmoment). De energie van de rotatie is dus

$$E_r = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{h^2}{8\pi^2 I} \cdot m^2 \quad (1)$$

De electronenbeweging heeft ook een zekere energie,  $E_e$ , die wij echter om de al genoemde redenen niet verder kunnen

uitrekenen. De totale energie van het roterend molecuul, waarin de kernen tegelijk schommelingen om hun evenwichtsstand uitvoeren is dus, als wij van elke wisselwerking tusschen de drie soorten van beweging afzien

$$E = E_e + E_o^n + E_r = E_e + E_o^n + m^2 \frac{h^2}{8 \pi^2 I}.$$

Het molecuul kan uit een toestand met de energie  $E_1$  overgaan in een anderen met de energie  $E_2$ . Verandert daarbij de electronenconfiguratie niet, maar alleen het oscillatie-quantumgetal  $n$  en het rotatiegetal  $m$ , dan krijgen wij een ultrarooden band <sup>1)</sup>. Wij komen daarentegen tot de zichtbare bandenspectra, als bij den overgang ook de electronenconfiguratie verandert. De uitgezonden spectraallijnen hebben volgens de frequentievoorwaarde van Bohr de trillingsgetallen

$$\nu = \frac{E_1 - E_2}{h} = \nu_e + \nu_o + \frac{h}{8 \pi^2 I_1} m_1^2 - \frac{h}{8 \pi^2 I_2} m_2^2$$

waarbij  $h \nu_e = E_{e_1} - E_{e_2}$  en  $h \nu_o = E_o^{n_1} - E_o^{n_2}$ . Hierbij is op te merken, dat met de electronenconfiguratie de heele gedaante van het molecuul kan veranderen. Ook de afstand der kernen en daarmee het traagheidsmoment  $I$  kunnen belangrijk gewijzigd worden. Uit het correspondentieprincipe van Bohr volgt, dat de verandering van  $m$  aan beperkingsregels onderworpen is. Alleen de volgende overgangen zijn mogelijk :

$$\begin{array}{c} m - 1 \searrow \\ m \rightarrow m \\ m + 1 \nearrow \end{array}$$

Het trillingsgetal van de uitgezonden lijn is dus bij een overgang  $m \pm 1 \rightarrow m$  :

$$\nu = \nu_e + \nu_o + \frac{h}{8 \pi^2 I_1} \pm \frac{2 h}{8 \pi^2 I_1} m + \frac{h}{8 \pi^2} \left( \frac{1}{I_1} - \frac{1}{I_2} \right) m^2 \quad (2a)$$

en bij een overgang  $m \rightarrow m$  :

$$\nu = \nu_e + \nu_o + \frac{h}{8 \pi^2} \left( \frac{1}{I_1} - \frac{1}{I_2} \right) m^2. \quad (2b)$$

<sup>1)</sup> Zie hiervoor b.v. E. Hulthén l.c., A. Sommerfeld, Atombau und Spektrallinien 3e druk. A. Kratzer, Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften I (1922) p. 315.

Wij stellen

$$r_e + r_o = A, \quad \frac{h}{8\pi^2 I_1} = B_1, \quad \frac{h}{8\pi^2} \left( \frac{1}{I_1} - \frac{1}{I_2} \right) = C.$$

Aangezien  $m$  binnen zekere grenzen alle mogelijke positieve geheele waarden kan aannemen, krijgen wij dus de volgende drie reeksen van lijnen:

$$\left. \begin{aligned} P(m) &= A + B_1 - 2B_1 m + C m^2 & m-1 \rightarrow m \\ Q(m) &= A + C m^2 & m \rightarrow m \\ R(m) &= A + B_1 + 2B_1 m + C m^2 & m+1 \rightarrow m \end{aligned} \right\} (3)$$

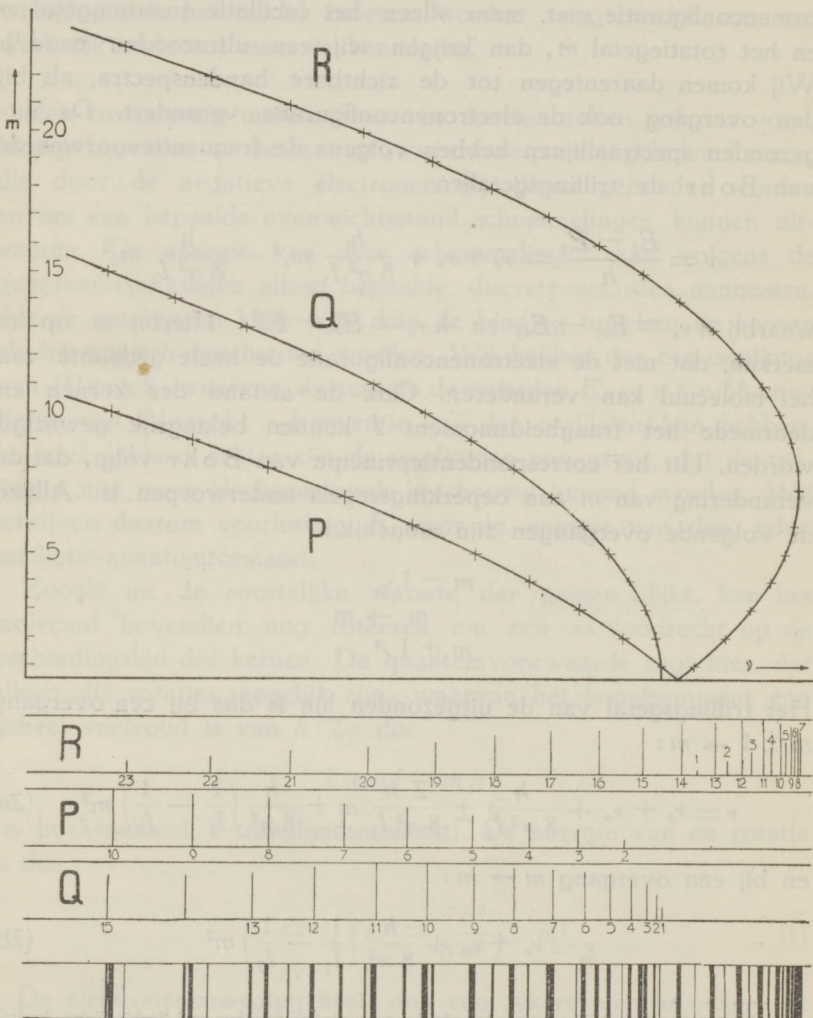


Fig. 1.

De benamingen *P*-, *Q*- en *R*-tak zijn van Heurlinger afkomstig. Men noemt ze ook wel negatieve, nul- en positieve tak. In het bovenste gedeelte van fig. 1 zijn de trillingsgetallen van deze drie takken voorgesteld als functie van het quantumgetal  $m$ . Men krijgt drie parabolen met denzelfden parameter  $1/2c$  en de as evenwijdig aan de  $\nu$ -as. Een geval als in de figuur geteekend, alleen met iets andere waarden der constanten, hebben wij b.v. bij de door Hult  n nader onderzochte banden van CO.

De *P*-tak is, zooals uit de formules blijkt, het spiegelbeeld van de verlenging van de *R*-tak naar negatieve waarden van  $m$  t. o. v. de  $\nu$ -as. In de teekening is  $C$  negatief d.w.z.  $I_1 > I_2$ . Onder de parabolen zijn de lijnen der drie takken geteekend, waarbij de intensiteit is aangegeven door de hoogte der lijnen. De onderste figuur stelt voor, wat men in den spectroscop ziet, n.l. alle drie takken samen. Hier geeft de dikte der lijnen de intensiteit aan. Van regelmatigheid is nu al, in dit eenvoudige voorbeeld niet veel meer te zien. Bij sommige banden zijn er meerdere *P*-, *Q*- en *R*-takken en elk van hen kan meer dan honderd lijnen bevatten. Men begrijpt, dat de analyse van een dergelijken band haast onmogelijk is, vooral als de lijnen van verschillende banden elkaar nog gedeeltelijk overdekken.

Deslandres had vroeger al (1886) empirisch gevonden, dat soortgelijke formules als (3) de structuur der banden weergeven. Maar hij telde de lijnen vanaf den bandkant, de meest karakteristieke plaats in het uiterlijk van den band. Daardoor wordt echter alleen de nummering der lijnen veranderd en de waarde der constanten  $A$  en  $B$ . De gedaante der formules blijft daarentegen behouden, als men  $m$  door  $m + a$  vervangt.

Bij de figuur zijn nog enkele opmerkingen te maken:

De afstand der lijnen voor kleine  $m$  wordt bepaald door de grootte van het traagheidsmoment  $I$ . Daarom liggen de lijnen van zware moleculen vaak z   dicht bij elkaar dat de dispersie van den spectroscop niet voldoende is, om hen op te lossen, en men ziet dan alleen een continuen band. De zoo in het oogloopende *bandkanten* zijn, zooals men direct uit de figuur kan aflezen, slechts een toevallig iets, en hun ligging is afhankelijk van de waarden der constanten  $B$  en  $C$ . Is  $C$  zooals in de figuur negatief, dan wordt in de positieve tak (*R*) de afstand tusschen twee opeenvolgende lijnen hoe langer hoe kleiner, tot de afstand zijn teeken

omkeert als  $m \sim |B/C|$ . Door het samenvallen van zoo vele vaak intensieve lijnen krijgen wij dus den bandkant. In ons voorbeeld ligt de kant naar de korte golven, de band verloopt (is „abschattiert“) naar rood. Is  $C$  positief ( $I_1 < I_2$ ) dan heeft de  $P$ -tak den kant en de band verloopt naar violet. Maar wij zien hieruit tevens, dat er ook banden kunnen bestaan, die geen kant hebben, en toch in principe niets van de banden met een kant verschillen. Dat is het geval als  $C$  zeer klein is t. o. v.  $B$  zoodat  $|B/C|$  groot is, en deze waarde niet door  $m$  bereikt wordt (voorbeeld *helium*). Men ziet verder hoe onscherpe kanten enz. door bepaalde waarden van  $B/C$  en de intensiteit der lijnen kunnen ontstaan. Een bijzonderheid hebben wij bij de lang niet in alle banden voorkomende  $Q$ -tak. Streng genomen heeft deze heelemaal geen kant d.w.z. geen plaats waar de volgorde der lijnen omkeert. Maar als  $C$  zeer klein is, zullen de lijnen in het begin zoo dicht bij elkaar liggen, dat zij in den spectroscop de gedaante van een min of meer scherp kant vertoonen. Deze ligt dan ongeveer op de plaats van de theoretische nullijn en heeft dus wel een theoretische beteekenis (voorbeeld *jodium*).

In de tot nu toe afgeleide formules, die van Schwarzschild, Heurlinger en Lenz afkomstig zijn, is  $m$  volgens de klassieke quantumregels een geheel getal. De empirische feiten echter hebben geleerd, dat het beter is,  $m$  de waarden  $1/2, 3/2, 5/2$  enz. te geven. De rotatie-energie van een molecuul wordt dan

$$E_r = \frac{8\pi^2 I}{h^2} m'^2 \quad (m' = 1/2, 3/2, 5/2 \dots) \quad (1')$$

waarbij  $m$  door  $m'$  vervangen is. Is nu  $m$  zooals vroeger een geheel getal en  $m' = m - 1/2$ , dan kunnen wij de bandenformule (3) schrijven:

$$\left. \begin{aligned} P(m) &= A + B_1 - 2B_1 m' + C m'^2 = A + B_1 - 2B_1 (m - 1/2) \\ &\quad + C (m - 1/2)^2 \\ Q(m) &= A + C (m - 1/2)^2 \\ R(m) &= A + B_1 + 2B_1 (m - 1/2) \\ &\quad + C (m - 1/2)^2 \end{aligned} \right\} (3')$$

De kleinste waarde die  $m'$  kan hebben is  $1/2$  (van negatieve waarden kunnen wij afzien, daar  $m'$  alleen quadratisch in de energie voorkomt). Van deze waarden zijn de overgangen  $1/2 \rightarrow 3/2$



en  $1/2 \rightarrow 1/2$  mogelijk. De overeenkomstige  $m$ -overgangen zijn blijkbaar  $1 \rightarrow 2$  en  $1 \rightarrow 1$  en dus de bijbehorende lijnen  $P(2)$  en  $Q(1)$ . De lijn  $P(1)$  kan niet voorkomen! De  $P$ - en  $R$ -tak zijn elkanders voortzetting, d. w. z. men kan, zooals een blik op de formules (3') leert, formeel schrijven  $P(1) = R(0)$ ,  $P(2) = R(-1)$  enz., en vroeger, toen men de lijnen nog vanaf den bandkant telde, werden  $P$ - en  $R$ -tak inderdaad als één doorlopende reeks beschouwd. Het ontbreken van  $P(1)$  in de regelmatige opeenvolging van lijnen is al vroeg opgemerkt, zonder dat men echter een verklaring ervoor kon vinden. Einstein was de eerste, die er op wees<sup>1)</sup>, dat door het invoeren van halve quantumgetallen het ontbreken van die lijn noodzakelijk wordt. Wat men verder van de gebroken quantumgetallen, die ook bij de classificatie der lijnspectra noodzakelijk gebleken zijn, denken moet, staat nog niet geheel vast. Wij moeten hen voorloopig als door de experimenteele feiten gegeven beschouwen en zullen later op pogingen om hun optreden te verklaren nog terugkomen. Daarbij zullen wij zien, dat ook nog andere dan halve quantumcijfers optreden.

De *intensiteit* van een spectraallijn is bepaald door de overgangswaarschijnlijkheid tusschen begin- en eindtoestand en het aantal moleculen in den begintoestand. Uit het correspondentieprincipe volgt, dat in een bepaalden band de overgangswaarschijnlijkheid nagenoeg onafhankelijk van  $m$  moet zijn; verder dat de overgangen  $m \rightarrow m+1$  en  $m+1 \rightarrow m$  in het algemeen even waarschijnlijk zijn. Daarentegen hangt de verhouding van de overgangswaarschijnelijkheden in de  $P$ - en  $R$ -tak aan den eenen en de  $Q$ -tak aan den anderen kant sterk van den aard der electronenbeweging af. Is het totale elektrische moment b.v. loodrecht op de rotatieas, dan valt de  $Q$ -tak heelemaal weg, is het daarentegen evenwijdig aan de rotatieas dan verdwijnen  $P$ - en  $R$ -tak en alleen de  $Q$ -tak blijft over.

De intensiteitsverdeling is dus in hoofdzaak afhankelijk van het aantal moleculen in den begintoestand. Dit is gegeven door de verdeelingswet van Maxwell-Boltzmann

$$N_m = p_m e^{-\frac{E_m}{kT}} = p_m e^{-\sigma m'^2} \quad (4)$$

waarbij  $E_m$  de rotatie-energie van een molecuul is,  $k$  de gasconstante,

<sup>1)</sup> Z.S. f. Phys. 1, p. 293. 1920.

$T$  de absolute temperatuur en  $p_m$  de gewichten a priori, die in ons geval van een tweeatomig gas een lineaire functie van  $m$  zijn. Uit de uitdrukking voor de energie van een roterend molecuul volgt, dat

$$\sigma = \frac{h^2}{8\pi^2 k} \cdot \frac{1}{IT}. \quad (5)$$

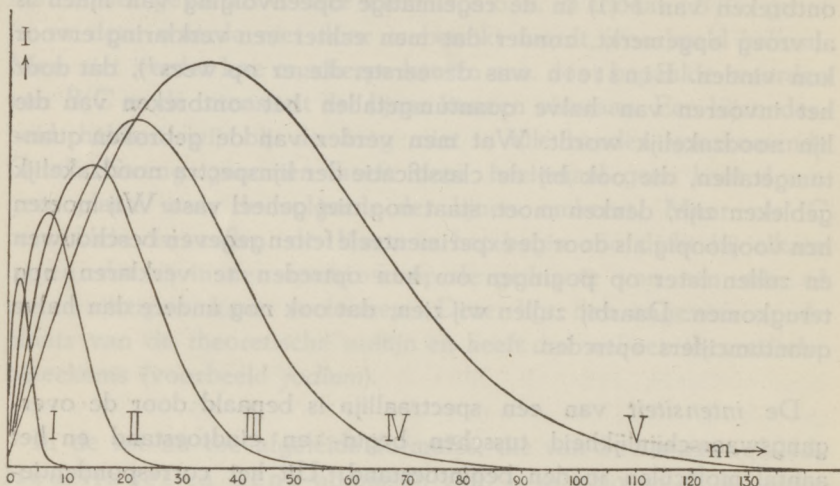


Fig. 2.

In fig. 2 is het intensiteitsverloop in één band grafisch voorgesteld voor verschillende waarden van  $\sigma$ . De krommen zijn berekend volgens formule (4) en geven daarom slechts een ruwe benadering van de werkelijkheid. Want in een Geisslersche buis of een electrischen boog zijn wij verre van het temperatuurevenwicht, waarvoor de formules zijn afgeleid. Zooals uit de formule blijkt hangt alles van de grootte  $\sigma$  af. Hoe kleiner  $\sigma$  is, des te meer verschuift het intensiteitsmaximum naar grotere waarden van  $m$  en des te meer lijnen worden zichtbaar. Nu hangt volgens (5)  $\sigma$  op precies dezelfde wijze van het traagheidsmoment  $I$  en de temperatuur  $T$  af. De moleculen met een betrekkelijk groot traagheidsmoment hebben dus bij lage temperaturen hetzelfde intensiteitsverloop als de lichte moleculen bij zeer hoge temperaturen. De volgende tabel geeft voor eenige moleculen aan, bij welke temperaturen (Celsiusgraden) de geteekende krommen ongeveer behooren.

	I	II	III	IV	V
$\sigma$	0,1	0,01	0,0025	0,001	0,0004
* ( $I = 16 \cdot 10^{-40}$ )	- 266	- 200	7	430	1 500
Cyaan (CN?)	- 245	0	800	2 500	6 800
Koper (CuH)	- 180	700	3 600	9 400	24 000
Helium $He_2$	- 75	1700	7 600	19 500	49 000
Waterstof $H_2$	+ 290	5400	22 000	56 000	140 000

Hieruit blijkt, dat de moleculen met een klein traagheidsmoment alleen banden met betrekkelijk weinig lijnen kunnen bezitten. Want de temperaturen boven de  $6000^\circ \text{C}$  hebben natuurlijk geen beteekenis. Zelfs al zouden zij experimenteel bereikt kunnen worden, dan waren de moleculen toch al lang in atomen gedissocieerd. De rij met een \* heeft betrekking op een molecuul met een viermaal zoo groot traagheidsmoment als cyaan. Van dergelijke moleculen is echter nog geen bandenspectrum voldoende onderzocht. Een dergelijke verbinding in de elektrische boog gebracht, zal een intensiteitsverloop vertoonen, waarvan het zwaartepunt nog meer naar hogere  $m$  ligt dan bij de kromme lijn V in fig. 4 en de band zal honderden lijnen bevatten. (Iets dergelijks hebben wij bij *jodium*). Bij *cyaan* zijn in de boog nog meer dan 140 lijnen waargenomen, in het koperbandenspectrum is men niet verder gekomen dan 30 en in het heliumbandenspectrum konden zelfs niet veel meer dan 10 lijnen gemeten worden. In het molecuulspectrum van waterstof eindelijk bedraagt het aantal lijnen in één tak ongeveer vijf, en de lijnen liggen tevens zoo ver uit elkaar dat het uiterlijk van dit spectrum niets meer met een typisch bandenspectrum gemeen heeft. De getallen in de tabel zijn geldig voor een aangeslagen waterstofmolecuul, dat een veel grooter traagheidsmoment moet hebben, den een normaal  $H_2$ -molecuul. Om in het spectrum van een normaal  $H_2$ -molecuul, dat in het uiterste ultraviolet moet liggen een intensiteitsverdeling als I te krijgen, zou al een temperatuur van  $1700^\circ \text{C}$  noodig zijn.

De in de figuur voorgestelde afhankelijkheid van het intensiteitsverloop van temperatuur en traagheidsmoment is in groote trekken experimenteel bevestigd. Een mooie illustratie hiervan geven de foto's bij het genoemde artikel van Hulthén in *Physica* (1921).

Het voorafgaande toont aan, welk een goed hulpmiddel de

temperatuursverandering soms bij de analyse van een band kan kan zijn. De banden, waarin de lijnen zeer dicht op elkaar volgen, hebben altijd ook een zeer groot aantal lijnen, die elkaar gedeeltelijk overdekken. Door een zoodanigen band bij zoo laag mogelijke temperaturen waar te nemen, bereikt men, dat het aantal lijnen belangrijk vermindert en de band daardoor veel overzichtelijker wordt.

Men heeft de verschuiving van het intensiteitsmaximum in een band ook al gebruikt ter bepaling der temperatuur van zeer heete lichamen, zooals b.v. de zon <sup>1)</sup>. Een moeilijkheid hierbij is echter dat de ligging van het maximum niet zeer nauwkeurig kan bepaald worden, omdat de zwartingskromme van een fotografische plaat een veel vlakker verloop heeft, dan de in de figuur geteekende intensiteitskrommen.

Het eenvoudige model, waarmede de tot nu toe verkregen formules afgeleid zijn, gaf een goede verklaring van de algemeene structuur der eenvoudige bandentypen. Maar het spreekt vanzelf, dat het niet in staat kan zijn, meer gecompliceerde gevallen te verklaren. Ook over de samenhang der verschillende banden van eenzelfde molecuul en alle verdere bijzonderheden kan het ons geen opheldering geven. Om iets meer te weten te komen, moet men den invloed der electronenbeweging en der kernoscillaties in aanmerking nemen.

In de eerste plaats moet opgemerkt worden, dat het eigenlijk heelemaal niet geoorloofd is, van een bepaald, vast traagheidsmoment te spreken. Door de centrifugaalkracht bij de rotatie worden de twee kernen uit elkaar getrokken, en daardoor wordt het traagheidsmoment vergroot. Deze vergrooting is afhankelijk van de sterkte der kernbinding. Verder veroorzaken de oscillaties der kernen om hun evenwichtstand, dat het traagheidsmoment voortdurend verandert en deze veranderingen kunnen, zooals uit de spectra af te lezen is, zeer belangrijk zijn. Kratzer <sup>2)</sup> hield met de genoemde omstandigheden rekening, doordat hij een heel algemeene krachtwet tusschen de twee kernen aannam en dan de bewegingsvergelijkingen van een dergelijken onharmonischen oscillator, die tegelijk roteert, opstelde. Hij vond dan door integratie

<sup>1)</sup> R. T. Birge. The Quantum Theory of Band Spectra and its Application to the Determination of Temperature. *Astroph. J.* 55 p. 273, 1922.

<sup>2)</sup> A. Kratzer. *ZS. f. Phys.* 3, p. 289, 1920.

bij successieve benadering<sup>1)</sup> de energie van het molecuul als functie van het oscillatiequantumgetal  $n$  en het rotatiequantumgetal  $m$

$$E = h \nu^\circ n (1 - \xi u n + \eta u^2 n^2) + \frac{h^2}{8 \pi^2 I} (m^2 - u^2 m^4) - m^2 n \frac{3 h^2 u}{8 \pi^2 I} (a + a' u n) \quad (6)$$

Hierin is  $\nu^\circ$  de frequentie van de kerntrillingen bij zeer kleine amplituden,  $I$  het traagheidsmoment van het molecuul in rust,  $u = \frac{h}{4 \pi^2 I} \cdot \frac{1}{\nu^\circ}$  en  $\xi, \eta, a, a'$  samenvattingen van constanten, die in de potentiaalontwikkeling van de kracht tusschen de twee kernen voorkomen. De twee eerste stukken, die alleen van  $n$  resp.  $m$  afhangen, stellen de energie van de zuivere oscillatie resp. rotatie voor, terwijl het laatste stuk de wederkeerige beïnvloeding van oscillatie en rotatie tot uitdrukking brengt. In de meeste gevallen zijn de termen evenredig met  $u^2$  te verwaarloozen en dat zullen wij in het vervolg ook doen. De frequentie van een spectraallijn krijgen wij weer, door het energieverval tusschen twee stationnaire toestanden onder inachtneming van den beperkingsregel voor  $m$  door de constante van Planck te delen. Wij komen weer tot formules van de gedaante (3), waarin alleen de constanten een iets gewijzigde beteekenis hebben n.l.

$$B_1 \rightarrow B^{n_1} = \frac{h}{8 \pi^2 I_1} (1 - 3 a_1 u_1 n_1) \quad C = B^{n_1} - B^{n_2} \quad (7)$$

$$A = \nu_e + n_1 \nu_1^\circ - n_1^2 x_1 \nu_1^\circ - (n_2 \nu_2^\circ - n_2^2 x_2 \nu_2^\circ) \quad (8)$$

waarbij nog gesteld is  $x = \xi u$ . De constanten zijn nu afhankelijk van de oscillatiequantumgetallen  $n_1$  en  $n_2$  van begin- en eindtoestand.

Formule (6) en de daaruit afgeleide formules (7) en (8) stellen ons in staat den samenhang tusschen de banden, die bij denzelfden electronensprong, maar bij verschillende oscillatiesprongen behooren, en die men samenvat tot een *bandensysteem*, na te gaan<sup>2)</sup>. Is de structuur van een bepaalden band bekend, dan kunnen wij de z.g. *nullijn* van dien band berekenen, d. w. z. die lijn, welke het molecuul zonder rotatie zou uitzenden bij een bepaalden electronen-oscillatieovergang. Deze nullijn is niets anders dan de constante  $A$ ,

<sup>1)</sup> De berekeningen zijn ook aangegeven in A. Sommerfeld, *Atombau und Spektrallinien*, 3. Aufl. Zusatz 17, p. 739.

<sup>2)</sup> T. Heurlinger, *Über Atomschwingungen und Molekülspektren*. ZS. f. Phys. 1, p. 82, 1920. A. Kratzer, *Die Gesetzmäßigkeiten der Bandensystemen*, Ann. d. Phys. 67, p. 127, 1922.

die door (8) gegeven is. Bij een bepaalden electronenovergang hebben wij dus een tweevoudig naar de quantumgetallen  $n_1$  en  $n_2$  geordend systeem van nullijnen, en bij elke nullijn behoort een geheele band. Deslandres had empirisch een formule van dezelfde gedaante voor de ligging der bandkanten gevonden. Alleen waren de absolute waarden van  $n_1$  en  $n_2$ , die uit de formule niet kunnen bepaald worden, en daarom ook de constanten  $\nu_e \nu_1^\circ \nu_2^\circ$  bij hem anders en hadden natuurlijk niet de theoretische beteekenis, die zij nu hebben. Dat ook de kanten aan een formule als (8) moeten voldoen, is dadelijk duidelijk als wij ons herinneren, dat de kanten het gewoonlijk kleine bedrag  $B(1 - B/C)$ , dat voor alle banden van een systeem van dezelfde orde van grootte is, van de nullijn verwijderd zijn. Maar wij moeten verwachten, dat de formule voor de nullijnen met veel grootere nauwkeurigheid geldt dan voor de kanten en dat vond Heurlinger in alle gevallen, waarin de nullijnen bekend waren, inderdaad bevestigd. De bepaling van de absolute waarden van  $n_1$  en  $n_2$  moet gebeuren door in aanmerking te nemen, dat in het algemeen de meeste moleculen in een toestand zullen zijn, waarvoor  $n_1 = 0$ , en dat  $n_1$  en  $n_2$  volgens hun beteekenis nooit negatieve waarden mogen hebben.

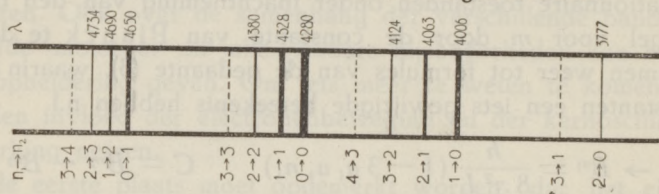


Fig. 3.

In fig. 3 zijn de nullijnen van het koperbandenspectrum (dat zeer waarschijnlijk van  $CuH$  afkomstig is) getekend volgens de opgaven van Frerichs<sup>1)</sup>. De banden waarvoor  $n_1 - n_2 = \text{const.}$  liggen dicht bij elkaar en vormen een z.g. *bandengroep*. Dat dit zoo zijn moet zien wij dadelijk als wij (8) schrijven

$$A = \nu_e + (n_1 - n_2) \nu_1^\circ + n_2 (\nu_1^\circ - \nu_2^\circ) - (n_1^2 x_1 \nu_1^\circ - n_2^2 x_2 \nu_2^\circ) \quad (8')$$

en bedenken, dat in het algemeen  $\nu_1^\circ$  groot is t.o.v.  $\nu_1^\circ - \nu_2^\circ$  en  $x\nu^\circ$ . De banden die bij de gestippelde nullijnen behooren, zijn nog niet waargenomen, terwijl bij de overige lijnen de dikte ongeveer de intensiteit der bijbehorende banden aangeeft.

<sup>1)</sup> R. Frerichs ZS. f. Phys. 20, p. 170, 1923. E. Bengtsson (ZS. f. Phys. 22, p. 229). komt tot waarden van  $n_1$  en  $n_2$  die één grooter zijn. Over de juistheid van de eene of andere onderstelling kan met zekerheid alleen beslist worden, als de structuur van eenige nog niet onderzochte banden bekend is.

Formule (7) zegt, dat de constante  $B_1$  linear met het oscillatie-quantumgetal  $n_1$  moet afnemen. Deze betrekking werd in alle gevallen waar zij onderzocht kon worden, experimenteel bevestigd.

De beslissing, of twee banden bij eenzelfde begin- of eindtoestand behooren, wordt mogelijk gemaakt door *combinatiebetrekkingen*, die onafhankelijk zijn van elke speciale theorie. Altijd is de energie van een molecuul een functie van de electronenquantumgetallen  $e$ , het oscillatiequantumgetal  $n$  en het rotatiequantumgetal  $m$ . Wij kunnen dus algemeen schrijven:

$$E = h \varphi(e, n, m) \quad (9)$$

Zien wij van de electronenquantumgetallen, waarover wij toch niets kunnen zeggen af, dan is de energie een functie van  $n$  en  $m$ , die echter voor elke electronenbeweging een anderen vorm heeft. Wij kunnen dus de energie van begin- en eindtoestand van een bepaalden electronenovergang voorstellen door

$$E_1 = h F(n_1, m_1) \quad \text{en} \quad E_2 = h f(n_2, m_2) \quad (10)$$

Onze drie takken kunnen dan geschreven worden

$$\begin{aligned} R(m) &= F(n_1, m+1) - f(n_2, m) \\ Q(m) &= F(n_1, m) - f(n_2, m) \\ P(m) &= F(n_1, m-1) - f(n_2, m) \end{aligned} \quad (11)$$

Hieruit blijkt direct, dat

$$\begin{cases} R(m) - Q(m) = Q(m+1) - P(m+1) = F(n_1, m+1) - F(n_1, m) \\ R(m) - P(m) = F(n_1, m+1) - F(n_1, m) \end{cases} \quad (12)$$

alleen van den begintoestand afhankelijk zijn. Vindt men nu, dat deze uitdrukkingen voor twee banden voor alle waarden van  $m$  aan elkaar gelijk zijn, dan weet men, dat deze van denzelfden begintoestand uitgaan, dus hetzelfde beginquantumgetal  $n_1$  hebben. Hetzelfde vindt men met betrekking tot den eindtoestand uit de vergelijkingen

$$\begin{aligned} R(m) - Q(m+1) &= Q(m) - P(m+1) = f(n_2, m+1) - f(n_2, m) \\ R(m) - P(m+2) &= f(n_2, m+2) - f(n_2, m) \end{aligned} \quad (12')$$

Het voordeel van deze combinatiebetrekkingen is, dat zij geen benaderingsformules zijn, zooals alle uit het model afgeleide uitdrukkingen en dus ook voor hooge waarden van  $m$  moeten blijven

gelden. Bij de analyse van meer ingewikkelde bandenspectra maakt men van deze en analoge betrekkingen een veelvuldig gebruik <sup>1)</sup> en zij zijn de zekerste leidraad voor de theorie.

De zoeven beschouwde formules geven in vele gevallen goed rekenschap van de inwendige structuur van een band en de onderlinge samenhang der banden, die bij eenzelfde electronen-overgang behooren. Maar zij behelzen nog beperkende onderstellingen, waarvan wij niet kunnen verwachten, dat zij altijd, ook niet bij benadering, zullen vervuld zijn. Ook blijkt uit het empirische materiaal, uit het optreden van meerdere *P*-, *Q*- en *R*-takken in één band en uit het voorkomen van doubletten en tripletten in plaats van enkelvoudige lijnen, dat de zaak lang niet zoo eenvoudig kan zijn als ondersteld moest worden, om de formules te kunnen afleiden.

In de eerste plaats is aangenomen, dat het moment van hoeveelheid van beweging van de electronenbeweging nul is. Dat dit niet altijd het geval kan zijn, blijkt al dadelijk uit het bestaan van paramagnetische moleculen. Verder is afgezien van elke andere wisselwerking tusschen rotatie en oscillatie aan den eenen en de electronenbeweging aan den anderen kant. Door de rotatie zullen b.v. de electronenbanen min of meer gedefformeerd worden en daardoor zal weer de sterkte der kernbinding en de grootte van het traagheidsmoment veranderd kunnen worden enz. Maar aangezien elke poging om de electronenbeweging zelf te berekenen voorloopig nog als hopeloos moet worden opgegeven, is ook de wederkeerige invloed van rotatie en electronenbeweging moeilijk na te gaan. Maar Kratzer slaagde er niettemin in, — weer onder bepaalde vereenvoudigende onderstellingen — in een bijzonder geval deze wisselwerking te berekenen. Maar alvorens op zijn gedachtengang in te gaan, willen wij mededeelen, tot welke resultaten Kramers en Pauli gekomen zijn, die de beweging van een molecuul onderzochten, waarin de electronenimpuls een willekeurige grootte en richting heeft <sup>2)</sup>.

Het geheele molecuul wordt bij benadering als een vast lichaam beschouwd. De electronenbeweging kan worden vervangen door de

1) Vgl. b.v. E. Hulthén. Über die Kombinationsbeziehungen unter den Bandenspectra. Lund 1923.

2) H. A. Kramers. Über die Quantelung rotierender Moleküle. ZS. f. Phys. 13, p. 343, 1923.

H. A. Kramers und W. Pauli Jr. Zur Theorie der Bandenspektra. ZS. f. Phys. 13, p. 391, 1923.



beweging van een symmetrische tol, die in het molecuul omeen vaste as, de as van het totale electronenimpulsmoment, vrij kan roteeren. De beweging van een dergelijk samengesteld lichaam laat zich volledig berekenen en quantiseeren. Kramers en Pauli vonden, dat de energie van een zoodanig tweeatomig molecuul is

$$E = \frac{h^2}{8\pi^2 I} (\sqrt{m^2 - \sigma^2} - \varrho)^2 \approx \frac{h^2}{8\pi^2 I} \left\{ (m - \varrho)^2 + \sigma^2 + \frac{\sigma^2 \varrho}{m} + \dots \right\} \quad (13)$$

Hierin is het rotatiequantumgetal  $m$  een geheel getal en evenredig met het totale impulsmoment van het molecuul.  $\sigma$  en  $\varrho$  zijn evenredig met de componenten van den electronenimpuls in de richting van de verbindingslijn der kernen en loodrecht erop. Zij behoeven geen geheele getallen te zijn, maar zijn door de mechanische eigenschappen der electronenbeweging bepaald. (Ook het totale electronenimpulsmoment  $\sqrt{\sigma^2 + \varrho^2}$  behoeft in het algemeen geen geheel getal te zijn, omdat het niet bij een cyclische coördinaat behoort.) In eerste benadering zijn de termen met  $1/m$  te verwaarloozen. Het rangnummer  $m - \varrho$  hoeft dus niet geheel te zijn en kan b.v. de waarden  $1/2$ ,  $3/2$  enz. hebben, die, zooals reeds vroeger opgemerkt is, vaak waargenomen zijn. Maar de waarde  $1/2$  voor  $\varrho$  zou volgens Kramers en Pauli toeval zijn, en er zijn ook andere waarden te verwachten. Deze zijn ook bij sommige banden, vooral bij zulke met een meer complexe structuur gevonden. Zij zijn echter alle eenvoudige rationale breuken, en wij kunnen niet aannemen, dat dit op toeval zou berusten. Er moet dus nog een andere, eenvoudige quantumwet in het molecuul gelden, die ons voorloopig nog verborgen is.

Het quantumgetal  $m$  moet volgens zijn mechanische beteekenis altijd grooter zijn dan  $\varrho$  en  $\sigma$ , en daarom zullen in de nabijheid van de nullijn nog enkele lijnen kunnen wegvallen, wat in sommige gevallen ook waargenomen is. Een geval waarin  $\sigma$  en  $\varrho$  van nul verschillend zijn, dus de quadraatwortel in de bandenformule optreedt, zullen wij op blz. 213 leeren kennen.

De formule (13) is afgeleid in de onderstelling dat het molecuul als vast lichaam mag worden beschouwd en geeft dus denzelfden graad van benadering als de uitdrukking (1) voor moleculen zonder electronenimpuls. Als de rotatiesnelheid zeer groot is, zullen de buitenste electronen niet meer rigide met de rest van het molecuul meerroteeren. Maar hun gedrag zal dan in hooge

mate van den aard der krachten afhangen, waarmede zij aan de rest gebonden zijn en is nu nog niet voor een theoretische berekening vatbaar.

Wij komen nu tot de uitbreiding, die Kratzer aan zijn vroegere theorie gegeven heeft, en waarin hij rekening houdt met de wederkeerige beïnvloeding van electronenbeweging en rotatie <sup>1)</sup>. Hij beschouwt alleen het speciale geval, dat het totale electronenimpulsmoment van het molecuul loodrecht staat op de verbindingslijn der kernen. De beweging der kernen is dan een zuivere rotatie zonder praecessie. Het is natuurlijk hier niet mogelijk, op de details van zijn berekeningen in te gaan, maar wij kunnen alleen de hoofdzaak van zijn gedachtengang aanduiden, die ongeveer op het volgende neerkomt. De bewegingsvergelijkingen ook van een gecompliceerd molecuul op te schrijven, is niet moeilijk. Alleen is het onmogelijk ze te integreren. Omdat er nu geen kans bestaat, de electronenbeweging zelf te berekenen, neemt Kratzer aan, dat hij ze al uitgerekend heeft voor een vasten, overigens willekeurigen, kernafstand  $r = a \varrho$  en een bepaalde hoeksnelheid  $\omega$ , dat hij dus de electronenenergie kent als functie van de electronenquantumgetallen en de parameters  $\varrho$  en  $\omega$ . Deze energie is niet de energie van den rusttoestand (waarvoor  $\varrho = 1$  en  $\omega = 0$ ), maar verschilt er niet veel van en kan door geleidelijke verandering der parameters  $\varrho$  en  $\omega$  eruit verkregen worden. De quantumvoorwaarden voor de electronenbeweging worden daarbij niet veranderd. Aangezien de rotatie en de kernoscillatie zeer veel langzamer zijn dan de electronenbeweging, mag bij het berekenen van de eerste twee het gemiddelde van de electronenbeweging genomen worden, waardoor de vergelijkingen sterk vereenvoudigd worden. Kratzer gaat dan verder de gemiddelde electronenenergie ontwikkelen volgens de parameters  $\varrho$  en  $p$  ( $p$  is het totale impulsmoment van het molecuul;  $p = I \omega + \text{electronenimpulsmoment } p_e$ ) en neemt alleen de eerste termen van de ontwikkeling in aanmerking, daar de electronenbeweging slechts weinig door oscillatie en rotatie beïnvloed wordt. Na al deze vereenvoudigingen komt hij op een vergelijking die geïntegreerd kan worden en vindt ten slotte de energie van het molecuul als functie van de quantumgetallen  $m$  en  $n$ . Zijn einduitkomst luidt:

<sup>1)</sup> A. Kratzer, Die Feinstruktur einer Klasse von Bandenspektra, Ann. d. Phys. 71, p. 72. 1923.

$$E = E_e + E_o^n + 2 \delta h (m - \varepsilon) + \frac{h^2}{8 \pi^2 I} [(m - \varepsilon)^2 - u^2 (m - \varepsilon)^4] - (m - \varepsilon)^2 a_n \cdot h. \quad (14)$$

Dat is een uitbreiding van formule (6) op blz. 203. De beteekenis van de verschillende grootheden is als volgt:  $E_e$  is de electronen-energie van het molecuul zonder rotatie en oscillatie en blijft even onbekend als vroeger.  $E_o^n$  is identiek met de eerste term in (6) en stelt de oscillatie-energie voor van een molecuul, waarvoor  $m - \varepsilon = 0$ .  $\varepsilon$  is met het gemiddelde electronen-impulsmoment  $\bar{p}_e$  verbonden door  $\varepsilon h = 2 \pi \bar{p}_e$ .  $\delta = \frac{1}{4 \pi} \frac{\partial \bar{E}}{\partial p}$  drukt den invloed van de rotatie op de electronenbeweging uit.  $a_n \cdot h$  eindelijk is de met  $n$  evenredige coëfficiënt van  $m^2$  in het laatste stuk van (6).

De nieuw verkregen formule verschilt van (6), die zonder inachtneming van de electronenbeweging is gevonden, door de aanwezigheid van de term met  $\delta$ , en doordat overal  $m - \varepsilon$  staat inplaats van  $m$ . Aangezien nu  $\varepsilon$  geen geheel getal behoeft te zijn, bestaat ook hier de mogelijkheid, om gebroken rangnummers in de bandenformule te verkrijgen.  $m$  en  $\varepsilon$  hebben gelijk of verschillend teken al naar gelang het electronenimpulsmoment en het totale impulsmoment de gelijke of tegengestelde richting hebben<sup>1)</sup>.  $\delta$  verandert volgens zijn definitie met  $\varepsilon$  van teken. Door het dubbele teken van  $\varepsilon$  bestaat de mogelijkheid, een splitsing van de lijnen in een band te verkrijgen. De rotatieterm, d. w. z. der rotatie-energie gedeeld door  $h$ , is nu

$$\frac{E_r}{h} = \pm 2 \delta (m \mp \varepsilon) + (m \mp \varepsilon)^2 B - (m - \varepsilon)^4 B u^2 \quad (15)$$

waarbij weer

$$B = \frac{h^2}{8 \pi^2 I} (1 - a_n).$$

Bij de violette cyaanbanden komt men tot overeenstemming met de ervaring, als men voor begin- en eindtoestand stelt  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1/2$ . De nultak komt bij deze banden niet voor. Maar wij krijgen nu niet één positieven en negatieven tak zooals vroeger, maar twee van elk. Door het energieverval tusschen twee mogelijke stationnaire toestanden door  $h$  te deelen komen wij n.l. tot de

<sup>1)</sup> Zooals Kramers en Pauli vonden zijn de bewegingen, waarbij  $m$  en  $\varepsilon$  verschillend teken hebben, mechanisch onstabiel, als men het molecuul als een vast lichaam beschouwt. Dergelijke bewegingen moeten echter wel mogelijk zijn, als men deze beperking laat vallen.

volgende lijnen (daarbij stellen wij  $m' = m - 1/2$  en verwaarloozen de termen met  $u^2$ ) als  $\varepsilon = + 1/2$ :

$$R_1(m) = A + B_1 + 2 B_1 m' + C m'^2 + 2 \delta_1 + 2 (\delta_1 - \delta_2) m' \\ (m + 1 \rightarrow m)$$

$$P_1(m) = A + B_1 - 2 B_1 m' + C m'^2 - 2 \delta_1 + 2 (\delta_1 - \delta_2) m' \\ (m - 1 \rightarrow m) \quad (16')$$

en als  $\varepsilon = - 1/2$  dus  $m - \varepsilon = m + 1/2 = m' + 1$

$$R_2(m) = A + B_1 + 2 B_1 (m' + 1) + C (m' + 1)^2 - 2 \delta_1 \\ - 2 (\delta_1 - \delta_2) (m' + 1) \quad (m' + 1 \rightarrow m)$$

$$P_2(m) = A + B_1 - 2 B_1 (m' + 1) + C (m' + 1)^2 + 2 \delta_1 \\ - 2 (\delta_1 - \delta_2) (m' + 1) \quad (m - 1 \rightarrow m) \quad (16'')$$

Aangezien nu de lijnen  $R_2(m)$  en  $R_1(m+1)$  alleen de kleine grootte  $4 \delta_1 + 4 (\delta_1 - \delta_2) (m' + 1)$  verschillen, vormen zij een doublet, waarvan de breedte met  $m$  toeneemt. Iets analogoos geldt voor de beide negatieve takken. Kratzer noemt deze doublets „valsche” doublets, omdat zij gevormd worden door lijnen, die bij twee verschillende overgangen van  $m$  behooren. Hun ontstaan wordt

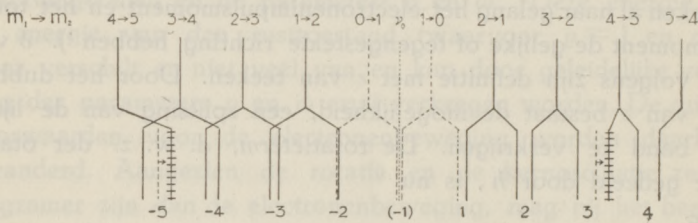


Fig. 4.

door de schematische fig. 4 verduidelijkt, die uit Kratzer's verhandeling is overgenomen. In de bovenste rij zijn de lijnen getekend, zoals zij volgens de bandenformule (3) met geheele  $m$  te verwachten zouden zijn. Elke lijn splitst zich nu, door de mogelijkheid van een rotatie in gelijke of tegengestelde richting als de elektronenimpuls, in tweeën, en de  $-\varepsilon$  en  $+\varepsilon$  component van twee naburige lijnen vormen samen een doublet. De doubletmiddens zijn gegeven door

$$\frac{1}{2} [R_1(m) + R_2(m-1)] = A + B_1 + 2 B_1 m' + C m'^2 \\ \text{resp. } \frac{1}{2} [P_1(m) + P_2(m-1)] = A + B_1 - 2 B_1 m' + C m'^2 \quad (17)$$

Zij voldoen dus aan de eenvoudige bandenformule (3') met halve rangnummers, zooals ook empirisch gevonden is. Dat moet voor de lijnen zelf gelden als  $\delta$  zoo klein is, dat de doublets niet meer kunnen opgelost worden. Uit de figuur is tevens te zien, hoe het uitvallen van de nullijn verklaard wordt. De toestand waarvoor het totale impulsmoment nul is ( $m=0$ ), is, zooals wij ook uit andere overwegingen kunnen concludeeren, onmogelijk. Daarom vallen de vier middelste, in de figuur gestippelde lijnen uit d.w.z. het middelste doublet geheel en van de twee naburige één component. Bij de cyaanbanden is dat niet te controleeren, omdat daar in de nabijheid van de nullijn de doublets niet opgelost zijn en dus alleen het wegvallen van het middelste doublet geconstateerd kan worden.

De in de figuur doorstreepte lijnen  $P_1(5)$  en  $R_1(3)$  vertoonen iets bijzonders. Zij staan n.l. niet op de plaats, waar men ze volgens de formule zou verwachten, maar zij vertoonen „storingen”. Het bestaan van dergelijke gestoorde lijnen in de bandenspectra was al vroeg opgemerkt. Heurlinger maakte er een uitgebreid gebruik van, om de lijnen te classificeeren. Hij vond n.l. dat de lijnen  $P(m+2)$  en  $R(m)$ <sup>1)</sup> dezelfde storingen hebben, die zich uiteten in abnormalen doublet afstand, abnormale intensiteit enz. In alle banden met b.v. het zelfde oscillatiequantumgetal van den begin-toestand hebben de storingen gelijke waarde. Als nu de verschillende banden van een groep elkaar zóó overdekken, dat op sommige plaatsen in het wirwar van lijnen geen weg meer te vinden is, dan zijn de storingen vaak het eenige middel, om te zien bij welke band een bepaalde lijn behoort en welk rangnummer zij daarin heeft. In sommige gunstig gelegen banden laten zich de rangnummers zonder meer ondubbelzinnig bepalen, en de omstandigheid, dat de storingen van overeenkomstige lijnen dezelfde moeten zijn, maakt het nu mogelijk, ook in het onoverzichtelijke gebied de lijnen goed te classificeeren.

Het optreden van de storingen is volgens de opvattingen van Kratzer in het eenvoudigste geval op de volgende manier te begrijpen. Het kan gebeuren, dat de frequentie van de molecul-rotatie commensurabel is met een electronenfrequentie. Dan krijgen wij een soort resonantieverschijnsel en de electronenbeweging wordt abnormaal sterk door de rotatie beïnvloed. Dat uit zich

1) In Heurlinger's nummering  $P(m+1)$  en  $R(m)$ .

in het spectrum door een abnormale waarde van  $\delta$ . (In het geteekende geval is  $\delta$  te klein) Laat nu een dergelijk geval zich voordoen in den toestand, waarvoor  $\varepsilon = +1/2$  en  $m = 4$ , bij bepaalde electronen- en oscillatiequantumgetallen. Alle lijnen, die dezen toestand als begin- of eindtoestand hebben, zullen gestoord zijn. Wij beschouwen nu de lijnen, die den gestoorden toestand als begintoestand hebben. (De lijnen die hem als eindtoestand hebben, liggen in een ander systeem.) Het zijn er twee nl. die waarvoor de overgangen van  $m$  zijn  $4 \rightarrow 3$  en  $4 \rightarrow 5$  d. w. z.  $R_1(3)$  en  $P_1(5)$ . Deze lijnen zijn verschoven, en dat is onmiddellijk te zien aan den abnormaal grooten doubletafstand.

Bij de cyanbanden hebben wij, doordat  $\varepsilon$  voor begin- en eindtoestand dezelfde waarde heeft en geen nultak optreedt, een bijzonder eenvoudig geval. Maar Kratzer slaagde erin, aan te toonen, dat ook de structuur van de ingewikkelde  $Hg$ -  $Cd$ - en  $Zn$ -banden op grond van de boven ontwikkelde opvattingen kan verklaard worden. Deze banden, die waarschijnlijk van een metaalwaterstofverbinding afkomstig zijn, hebben elk zes takken. Wij nemen de  $Hg$ -banden als voorbeeld. Met behulp van combinatiebetrekkingen van de op blz. 205 genoemde soort had Hulthén aangetoond<sup>1)</sup> dat er twee begin- en eindtoestanden zijn, en dat men de waargenomen zes takken op de volgende wijze kan schrijven, als  $F(m)$  en  $f(m)$  de rotatietermen in den begin- en eindtoestand zijn :

$$\begin{aligned} P_1(m) &= A + F_1(m-1) - f_1(m), & P_2(m) &= A + F_2(m-1) - f_2(m) \\ R_1(m) &= A + F_1(m+1) - f_1(m), & R_2(m) &= A + F_2(m+1) - f_2(m) \\ Q_1(m) &= A + F_1(m) - f_2(m), & Q_2(m) &= A + F_2(m) - f_1(m) \end{aligned}$$

Om de termen zelf te kunnen uitrekenen en daaruit dan verder conclusies over het molecuul te trekken, moet men uitgaan van een theoretische uitdrukking. Kratzer vond met behulp van verdere combinatiebetrekkingen, dat men tot overeenstemming met de ervaring komt, als men in formule (15) stelt:  $\varepsilon_1 = \pm 1/2$  voor den beginterm en  $\varepsilon_2 = \pm 1/4$  voor den eindterm. Wij krijgen dan voor de rotatie-energie gedeeld door  $h$  in de verschillende toestanden:

$$\begin{aligned} F_1(m) &= 2\delta(m-1/2) + B(m-1/2)^2 - Bu^2(m-1/2)^4 + \dots \\ F_2(m) &= -2\delta(m+1/2) + B(m+1/2)^2 - Bu^2(m+1/2)^4 + \dots \end{aligned}$$

<sup>1)</sup> E. Hulthén: Über das Kombinationsprinzip und einige neue Bandentypen. ZS. f. Phys. 11, p. 284, 1922. Hulthén's notatie is iets anders als die hier in aansluiting aan Kratzer gegeven wordt.

$$f_1(m) = 2\delta(m - 1/4) + b(m - 1/4)^2 - b u^2(m - 1/4)^4 + \dots$$

$$f_2(m) = -2\delta(m + 1/4) + b(m + 1/4)^2 - b u^2(m + 1/4)^4 + \dots$$

Dat er maar zes takken zijn en niet twaalf, zooals men uit het aantal der mogelijke combinaties misschien zou kunnen verwachten, berust op beperkingsregels, die b.v. de overgangen

$$F_1(m-1) \rightarrow f_2(m) \text{ en } F_1(m) \rightarrow f_1(m)$$

verbieden. Het zou ons hier te ver voeren, daarop nader in te gaan. Alle lijnen waarvoor  $m$  in den begin- of eindtoestand nul is, — dat zijn de lijnen  $P_1(1)$ ,  $P_2(1)$ ,  $Q_1(0)$ ,  $Q_2(0)$ ,  $R_1(0)$ ,  $R_2(0)$  — zijn afwezig in overeenstemming met wat volgens de theorie te verwachten was.

Voor de  $Cd$ - en  $Zn$ -banden vond Kratzer analoge resultaten, die echter door de minder uitgebreide waarnemingen niet zoo zeker zijn. Bij alle tot nu toe bekende voorbeelden is de component van de electronenimpuls een eenvoudige rationale breuk.

Bij de moleculen, waarvoor de zoeven beschouwde theorie van Kratzer geldig is, komen wij altijd weer in eerste benadering op de eenvoudige bandenformule (3), welke identiek is met de formule van Deslandres. Maar Heurlinger<sup>1)</sup> had al gevonden, dat er banden zijn, die ook bij benadering niet meer door een dergelijke formule kunnen worden voorgesteld. Wij moeten dan aannemen, dat wij of met meeratomige moleculen te doen hebben of met tweeatomige, waarbij de totale electronenimpuls een component in de richting der kernverbinding lijn bezit. In dat geval moeten wij verwachten, dat formule (13) van Kramers en Pauli de eenvoudige uitdrukking (1') of (15) voor de energie vervangt. Onlangs heeft Kratzer, steunende op onderzoekingen van Hulthén, aangetoond, dat bij de ingewikkelde ( $C+H$ )-banden<sup>2)</sup> zich een dergelijk geval voordoet<sup>3)</sup>. Wij willen in het kort zijn resultaten mededeelen. Kratzer wijst erop, dat het wel mogelijk is, dat een verder onderzoek zijn uitkomsten nog in enkele punten kan wijzigen. Er zijn vier begin- en vier eindrotatietermen, en deze zijn

$$F_1(m) \sim F_3(m) = 14,57 (\sqrt{m^2 - 0,5^2} - 1/2)^2 + \dots$$

$$F_2(m) \sim F_4(m) = 14,57 (\sqrt{m^2 + 0,5^2} + 1/2)^2 + \dots$$

1) T. Heurlinger: Untersuchungen über die Struktur der Bandenspektren. Lund 1918.

2) Deze banden worden zoo genoemd omdat men niet weet, van welke verbinding van  $C$  en  $H$  zij afkomstig zijn.

3) A. Kratzer: Die Terme der ( $C+H$ ) banden. ZS. f. Phys. 23, p. 298. 1924.

$$f_1(m) = 14,207 (\sqrt{m^2 - 1^2} - 1/2)^2 + \dots$$

$$f_2(m) = 14,207 (\sqrt{m^2 - 1^2} + 1/2)^2 + \dots$$

$$f_3(m) = 14,170 (\sqrt{m^2 - 1^2} - 1/2)^2 + \dots$$

$$f_4(m) = 14,170 (\sqrt{m^2 - 1^2} + 1/2)^2 + \dots$$

De electronenimpuls heeft dus de componenten  $1/2$  resp. 1 in de richting van de kernverbindinglijn en  $\pm 1/2$  loodrecht erop. Het optreden van twee paar termen in begin- en eindtoestand in plaats van één maakt een verklaring uit het model moeilijker. De metingen waren onvoldoende om met eenige zekerheid de gelijkheid van  $F_1$  met  $F_3$  en  $F_2$  met  $F_4$  vast te stellen. Beperkingsregels zorgen weer ervoor, dat alleen de volgende twaalf takken kunnen ontstaan.

$$P_i(m) = A + F_i(m-1) - f_i(m), \quad R_i(m) + F_i(m+1) - f_i(m), \\ Q_i(m) = A + F_i(m) - f_i(m), \quad (i = 1, 2, 3, 4).$$

Alles wat tot nu toe over de theorie der bandenspectra medegedeeld werd, had betrekking op de eigenschappen van rotatie en oscillatie. Hoogstens kan over de wisselwerking met de electronenbeweging nog iets gezegd worden. Er is echter al lang één geval van regelmatigheden in een bandenspectrum bekend, die van de electronenbeweging zelf afkomstig zijn. Deze regelmatigheden in het bandenspectrum van helium hebben dan ook een heel ander karakter, dan alle, welke wij tot nu toe beschouwd hebben.

Helium bezit een bandenspectrum, waarvan de inwendige structuur door Curtis<sup>1)</sup> en Kratzer<sup>2)</sup> is opgehelderd. Het bestaan van heliummoleculen lijkt wel iets zonderling. Maar zooals uit de proeven van Franck is gebleken, heeft een aangeslagen heliumatoom heel andere eigenschappen dan het normale, voor alle chemische invloeden ontoegankelijke atoom, en kan het instabiele  $He_2$  moleculen vormen. Fowler had al in 1915, toen over de theorie der bandenspectra nog niets bekend was, gevonden, dat de kanten van sommige heliumbanden niet zooals anders altijd aan een formule van Deslandres, maar aan een serieformule

<sup>1)</sup> W. E. Curtis: The Structure of the Bandspectrum of Helium I. Proc. Roy. Soc. A 101, p. 35 1923. II, ibid. A 103, p. 315, 1923.

<sup>2)</sup> A. Kratzer, Kombinationsbeziehungen und Terme im Bandspektrum des Heliums, ZS. f. Phys. 16, p. 353, 1 23.

<sup>3)</sup> A. Fowler, A New Type of Series in the Band Spectrum associated with Helium. Proc. Roy. Soc. A 91, p. 208, 1915.



van Rydberg voldoen, precies zoals de lijnen in een atoomspectrum. Elke band had twee kanten. De eene, de oneigenlijke kant van den Q-tak volgde goed de gewone formule van Rydberg

$$\nu = A - \frac{N}{(m + a)^2} \quad (18)$$

terwijl de andere, de kant van den R-tak ook niet door meer ingewikkelde formules bevredigend kon worden voorgesteld. Dat is nu heel begrijpelijk, daar wij gezien hebben (vgl. blz. 198), dat de kant van den Q-tak ongeveer samenvalt met de nullijn, terwijl de eigenlijke bandkant, in dit geval zoals in fig. 1 de kant van den R-tak, een heel toevallige ligging heeft. Aangezien bij deze banden kernoscillaties geen rol schijnen te spelen, stellen de nullijnen tegelijk de electronenfrequenties voor. Dat deze in vele gevallen ook bij de bandenspectra aan een formule zoals die van Rydberg moeten voldoen is door Bohr theoretisch afgeleid.

#### *Oorsprong der bandenspektra.*

De beslissing, aan welk molecuul een bepaalde band moet worden toegeschreven, is in de meeste gevallen verre van gemakkelijk, en er zijn weinig bandenspectra, voor welke men niet soms heel verschillende moleculen aansprakelijk heeft gemaakt. Een experimenteele beslissing over de een of andere mogelijkheid is vaak met moeilijkheden verbonden, omdat sporen van waterstof, koolstof, stikstof of zuurstof bijna nooit geheel te vermijden zijn, en men dus altijd met de mogelijkheid van een verbinding met één dezer stoffen moet rekenen. Men zou dan wel denken, dat b.v. het spectrum van een koolstofverbinding door toevoeging van C versterkt zou worden. Maar over dergelijke dingen spreken de verschillende waarnemers elkaar vaak tegen, en zolang wij nog niet de ingewikkelde voorwaarden voor het ontstaan van een molecuulspectrum kennen, is weinig daarover te zeggen. Maar zelfs als men met zekerheid weet, dat b.v. C en H voor het ontstaan van een bepaalden band noodzakelijk zijn, dan is nog altijd onbekend of die band bij een CH of een CH<sub>2</sub> of CH<sub>3</sub> enz. molecuul behoort. De zaak wordt nog gecompliceerder, omdat in een Geisslersche buis of bij de hoge temperaturen van een lichtboog heel andere verbindingen kunnen voorkomen dan die, waarmede een chemicus door zijn proeven vertrouwd is.

In deze dingen zal men waarschijnlijk een beter inzicht kunnen verkrijgen, als men in verband met de theorie de structuur der banden onderzoekt. Om echter tot eenigszins zekere resultaten te kunnen komen, is het noodig, dat de bandenspectra vollediger bekend zijn, dan dat tot nog toe het geval is. Men heeft echter ook nu al interessante conclusies kunnen trekken. De z.g. *metaalbanden* (in détail onderzocht zijn die van *Cu*, *Hg*, *Cd*, *Zn*) werden vroeger meestal aan het metaal zelf toegeschreven dus de *Cu*-banden aan  $Cu_2$ . Maar uit de structuur der banden blijkt, dat de drager ervan een traagheidsmoment  $3,8 \cdot 10^{-40}$  bezit. Bij dit traagheidsmoment zou een  $Cu_2$  molecuul een kernafstand van  $0,27 \text{ \AA} E$ . hebben, die erg onwaarschijnlijk lijkt, als men de op verschillende methoden bepaalde grootte der ionen in aanmerking neemt en bedenkt, dat de straal van de eerste electronenbaan in het waterstofatoom  $0,35 \text{ \AA} E$  is. Het kleine traagheidsmoment doet ons vermoeden, dat wij hier te doen hebben met een waterstofverbinding  $CuH$  waarvoor ook verschillende experimentele feiten spreken. Iets analoogs geldt ook voor de overige metaalbanden.

Om uit te maken of bepaalde banden bij eenzelfde molecuul behoren, zijn de op blz. 205 genoemde combinatiebetrekkingen van groot nut, als de structuur der aparte banden bekend is. Maar ook al is dat niet het geval — als dus alleen de ligging der bandkanten gemeten is — dan kan men toch soms nog gevolgtrekkingen over den oorsprong der banden maken, als men de formules voor de nullijnen of bandkanten kent. Hiervoor had Kratzer theoretisch afgeleid (formule (8) van blz. 203)

$$A = \nu_e + (a_1 n_1 - b_1 n_1^2) - (a_2 n_2 - b_2 n_2^2)$$

( $n_1$  en  $n_2$  oscillatiequantumgetallen van begin- en eindtoestand,  $a$  en  $b$  constanten, waarvan de beteekenis uit (8) te zien is.) Zijn nu b.v.  $a_2$  en  $b_2$  in twee bandensystemen aan elkaar gelijk, dan kunnen wij daaruit concludeeren, dat deze bij eenzelfde molecuul behoren en denzelfden eindtoestand hebben. Hiervoor geven ons de cyaanbanden een mooie illustratie. Heurlinger stelde voor de violette en roode cyaanbanden de volgende door Kratzer gecompleteerde formules op:

$$A_v = 25\,797,83 + (2143,88 n_1 - 20,25 n_1^2) - (2055,64 n_2 - 13,25 n_2^2)$$

$$A_r = 14\,430 + (1728,5 n_1 - 13,5 n_1^2) - (2056,0 n_2 - 13,25 n_2^2)$$

Zij behooren dus bij denzelfden eindtoestand van hetzelfde molecuul. Over den oorsprong der cyaanbanden heeft men veel gestreden. Oorspronkelijk werden zij, zooals de naam aanduidt, aan cyaan toegeschreven. Sinds zij echter door Runge en Grotrian ook in zuivere stikstof gevonden werden, gelooven velen, dat zij van  $N_2$  afkomstig zijn, terwijl een andere groep van waarnemers aan de opvatting van Liveing en Dewar vasthoudt, dat zij, zoo niet van cyaan zelf, dan toch van een andere koolstof-stikstofverbinding afkomstig zijn, en dat bij de proeven van Runge en Grotrian toch nog sporen van C aanwezig waren. Voor beide opvattingen worden tal van experimenteele argumenten aangevoerd <sup>1)</sup>. Nu treedt de beginschillende term der roode cyaanbanden als eindterm op bij de z.g. eerste positieve groep der stikstofbanden waarvan de kanten voldoen aan de formule

$$A = 12\,471 + 1512 n_1 - 14,7 n_1^2 - (1728 n_2 - 15,2 n_2^2)$$

en Heurlinger en Kratzer trokken hieruit de conclusie, dat de cyaanbanden werkelijk aan  $N_2$  moeten worden toegeschreven.

Of deze conclusie juist is, of dat de overeenstemming misschien op toeval berust, kan met zekerheid natuurlijk pas vastgesteld worden, als ook de inwendige structuur der banden bekend is. Birge deelt in een kort bericht mede <sup>2)</sup>, dat de analyse der stikstofbanden hem getoond heeft, dat een overeenstemming met de cyaanbanden niet bestaat.

Op een heel anderen weg, langs welken de drager van een bepaald bandenspectrum zou zijn vast te stellen, wijst R. S. Mulliken in twee brieven aan Nature <sup>3)</sup>. Hebben wij een verbinding  $UV$  en heeft b.v.  $V$  de isotopen  $V'$  en  $V''$ , dan zullen de bandenspectra van  $UV'$  en  $UV''$  iets verschillen. De frequentie  $\nu^\circ$  van de kernoscillaties en de constante  $B_1$  hangen nl. van het traagheidsmoment  $I$  en dus ook van de kernmassa's der componenten af en wel is

$$\nu^\circ = \frac{K}{\sqrt{I}} \quad B = \frac{h}{8\pi^2 I} \quad I = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \alpha^2 \quad (19)$$

waarbij  $\alpha$  de kernafstand is,  $m_1$  en  $m_2$  de kernmassa's en  $K$  een constante, die de binding der kernen bepaalt. Wij krijgen dus

1) Vergl. de uitvoerige discussie hierover in Kayser-Konen, Handbuch der Spektroskopie Bd. VII, p. 132

2) Phys. Rev. 23, p. 294, 1924.

3) Nature 113, p. 423 en 489, 1924.

door de verandering van  $\nu^\circ$  een verschuiving van een heelen band t. o. v. de analoge bij de andere isotoop. (Naar Mulliken mededeelt heeft hij dergelijke verplaatsingen tot 200 Å E bij boriumoxyde gevonden.) In elken band ondergaan de lijnen door de verandering van  $B$  bovendien nog verschuivingen waarvan de grootte met  $m$  toeneemt. De grootte van beide verplaatsingen — desnoods met inachtneming van de correctietermen — is uit (19) gemakkelijk te berekenen. Heeft de component  $U$  het atoomgewicht  $m_1$  en  $V$  de atoomgewichten  $m'_2$  en  $m''_2$  dan is het verschil der traagheidsmomenten van  $UV'$  en  $UV''$

$$I' - I'' = \frac{1 - \frac{m_2''}{m_2'}}{1 + \frac{m_2''}{m_1}} I' \quad (20)$$

Dit verschil is het kleinst bij de waterstofverbindingen ( $m_1 = 1$ ) en wordt grooter naarmate  $m_1$  grooter is. Nu is in de bandenspectra van  $Hg$ ,  $Cd$  en  $Zn$  niets van een verdubbeling der lijnen door de aanwezigheid van meerdere isotopen te ontdekken, en daarin ziet Mulliken een bevestiging van het vermoeden, dat de metaalbanden van waterstofverbindingen afkomstig zijn. Want alle andere verbindingen zouden een isotopensplitsing moeten geven, die zeker niet onopgemerkt was gebleven. Bij de koperbanden daarentegen is een aantal lijnen door Frerichs wel dubbel waargenomen, en hun afstand stemt ongeveer overeen met de door Mulliken voor  $CuH$  berekende waarde. Mulliken kon eveneens aantonen, dat de banden, die altijd aan  $BN$  toegeschreven werden, volgens de grootte van hun „*Isotope Effect*” zeer waarschijnlijk  $BO$ -banden zijn. De grootte der verschuiving is hier bijzonder groot. Het is duidelijk dat de studie van dergelijke verschillen in bandenspectra ons ook opheldering over de eigenschappen der isotopen kan geven.

Er zouden nog zeer veel interessante dingen gezegd kunnen worden over spectra van drie- en meervoudige moleculen en het gedrag der bandenspectra in een magnetisch veld en onder den invloed van andere uitwendige krachten. Maar al deze dingen zijn theoretisch nog zeer weinig onderzocht en een opsomming der empirische feiten alleen zullen wij hier liever achterwege laten <sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Een overzicht over het empirische materiaal tot 1913, vindt men in H. Koenen, *Das Leuchten der Gase und Dämpfe*.

## VERSLAGEN.

INTERNATIONAAL CONGRES VOOR  
TECHNISCHE MECHANICA  
DELFT 22—28 APRIL 1924.*(Vervolg).*

## OPTISCHE SPANNINGSBEPALING

door E. G. COKER.

De spanningsverdeling in constructies kan in sommige gevallen bepaald worden langs optischen weg. Dit is van bijzonder belang voor die gevallen, waarin de spanning niet op de gewone wijze te berekenen is, hetzij omdat het probleem daarvoor te ingewikkeld is, hetzij met het oog op discontinuïteiten in de constructie.

Deze optische methode is gemakkelijk bruikbaar, wanneer het mogelijk is uit de proeven op modellen van constructies en machines, nauwkeurige conclusies te trekken omtrent de spanningsverdeling in deze lichamen zelf, zonder rekening te moeten houden met de elasticiteitstheorie, dus slechts onder de veronderstelling, dat zoowel het model als het werkelijke lichaam, zich gedragen als elastische lichamen.

Om langs optischen weg de vlakke spanningstoestand van een constructie te bepalen, maakt men gebruik van een model van nitro-cellulose, dat men aan dezelfde uitwendige belasting onderwerpt, als de constructie, welke men onderzoeken wil, heeft.

Nu het onderzoek zelf.

Wanneer men een lichtstraal, welke in een bepaalde richting gepolariseerd is, laat gaan door een doorzichtige plaat, welke in een bepaald punt de hoofdspansingen  $p$  en  $q$  heeft (veroorzaakt door een uitwendige belasting) dan zullen de componenten van deze straal in de richtingen  $p$  en  $q$  niet met gelijke snelheid door de plaat gaan en dus zal in het algemeen de eene component een vertraging krijgen ten opzichte van de andere. Deze vertraging  $R$  noemende, kan men schrijven:

$$R = c \cdot (p - q) \cdot t,$$

waarin  $c$  een optische constante en  $t$  de plaatdikte voorstelt.

Bij het uittreden zal een dergelijke straal dus elliptisch gepolariseerd zijn.

Plaatst men nu op den weg van deze straal een tweede plaat van hetzelfde materiaal en van gelijke dikte, (dus met gelijke  $c$  en  $t$ ), welke men een veranderlijk stel hoofdspansingen kan geven, en welke draaibaar is om een as in de richting der straal, dan is het mogelijk de straal weer in zijn vroegere polarisatie-toestand terug te brengen. Hiertoe is noodig, dat de hoofdspansingen in de 2e plaat dezelfde richting hebben als die op het bepaalde punt in de 1e plaat en dat het verschil der hoofdspansingen tegengesteld is.

Om dit waar te nemen, zijn de beide platen tusschen 2 gekruiste nicols opgesteld, zoodanig dat de tweede nicol alleen stralen doorlaat, welke gepolariseerd zijn in een richting, loodrecht op de oorspronkelijke polarisatie-richting.

Laat men nu een stralenbundel invallen op de 1e plaat (het model) en vervolgens op de tweede (proefplaat), en werpt men een beeld van de eerste plaat achter den analysator op een scherm, dan zal zich een punt, waarvan de richting der hoofdspansingen gelijk en het verschil der hoofdspansingen tegengesteld is aan die in het corresponderende punt der 2e plaat, als een zwart punt afbeelden.

De waarneming geschiedt nu als volgt:

De rechthoekige proefplaat wordt in een bepaalden stand gezet en belast. De spanningsverdeeling wordt gelijkmatig gedacht over het oppervlak van de proefplaat.

Door de belasting der proefplaat te wijzigen, zullen zich nu telkens één of meer punten zwart op het scherm afteekenen. Al deze punten hebben hoofdspansingen, welke een gelijke hoek maken met het horizontale vlak en van ieder punt afzonderlijk is  $(p - q)$  bekend.

Deze beide grootheden kunnen volgens deze methode bepaald worden zonder rekening te houden met de elastische constanten van het materiaal.

Als derde grootheid kan men nu de waarde van  $p + q$ , dus van de som der hoofdspansingen, bepalen.

De algemeene formule voor de rek in de richting van  $\sigma_1$ :

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} - \frac{1}{m} E (\sigma_2 + \sigma_3)$$

waarin  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  en  $\sigma_3$  de hoofdspansingen voorstellen, gaat voor dit geval, waarin  $\sigma_1 = 0$ ,  $\sigma_2 = p$  en  $\sigma_3 = q$  over in:

$$\varepsilon = \frac{-1}{mE} (p + q)$$

Uit de dikte-verandering van het model op een bepaalde plaats, welke dikte-verandering gemeten wordt met behulp van een elektrische extensometer, kan daarom door vergelijking met de verandering in dikte van een standaard proefplaat de waarde van  $(p + q)$  bepaald worden, ook zonder gebruikmaking van elastische constanten. Deze 3 metingen op één punt bepalen aldaar volkomen de spanning en wanneer men op gelijke wijze een groot aantal punten onderzoekt, kan de spanningstoestand van het geheele lichaam bepaald worden.

Ter illustratie hiervan enkele toepassingen.

a) De spanningsverdeling in de fundatie van muren.

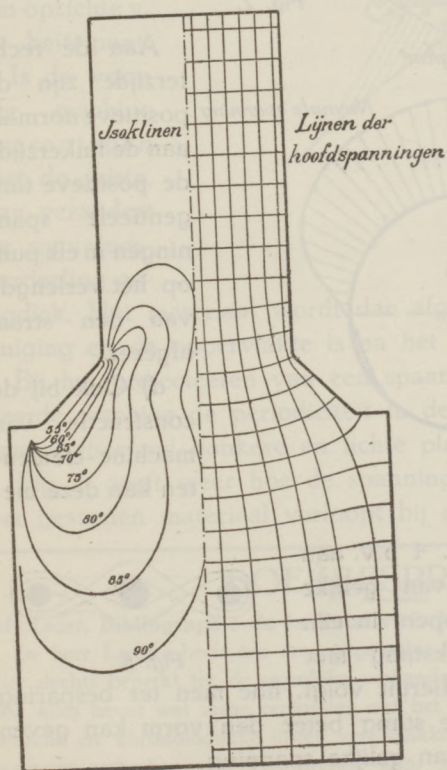


Fig. 1.

Fig. 1 geeft de resultaten van een onderzoek, als boven beschreven, weer. Hierin zijn te zien de lijnen van punten, waarin de hoofdspansingen gelijk gericht zijn (isoclinen) eenerzijds en de hoofdspansingslijnen anderzijds.

Fig. 2 laat zien, hoe voor punten op de horizontaal  $XX$  de lijnen  $p + q$  en  $p - q$  geteekend zijn en hoe daaruit de hoofdspansingen  $p$  en  $q$  door optelling en aftrekking zijn afgeleid. Ook in deze figuur zijn eenige isoclinen te zien en ten slotte is voor de punten van den rand de grootste hoofdspansing uitgezet. De kromme die hierdoor ontstaat, vertoont een maximum in den hoek.

b) Ook de spanningsverdeling in een gerber-ligger kan langs dezen weg worden bepaald.

c) Fig. 3 geeft een overzicht van de tangentele en normale spanningen aan den omtrek van een pen, welke rust tegen een cilindrisch gat in een plaat, welke spanningen volgens de optische methode bepaald zijn.

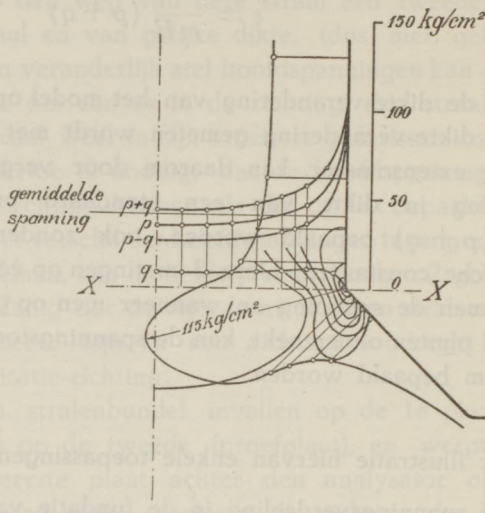


Fig. 2.

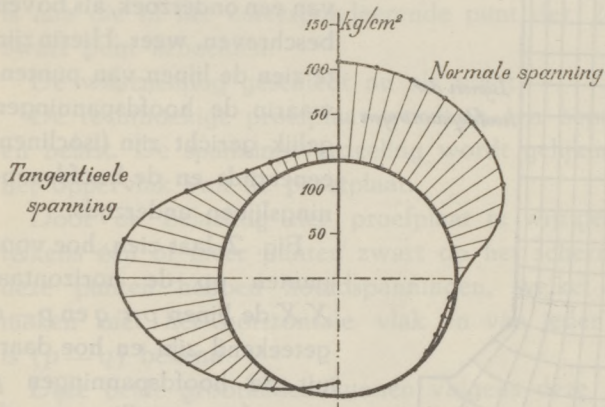


Fig. 3.

Aan de rechterzijde zijn de positieve normale aan de linkerzijde de positieve tangentele spanningen in elk punt op het verlengde van den straal afgezet.

d) Ook bij de constructie van machine-elementen kan deze methode van groot nut zijn.

thode van groot nut zijn.



Fig. 4.

Zoo geeft fig. 4 b.v. aan hoe de lijnen van gelijke spanning verlopen in een rechthoekige trekstang met een rond gat. Hieruit volgt, hoe men ter besparing van materiaal de stang beter den vorm kan geven van zoo'n lijn van gelijke spanning.



Fig. 5.

Fig. 5 laat hetzelfde zien voor een hefboom, waarbij men op



dezelfde wijze den gunstigsten vorm kan bepalen (behoudens de afrondingen, die willekeurig zijn).

Hierbij is als merkwaardigheid op te merken, dat deze vormen in de praktijk van de machinebouw reeds zonder theoretische beschouwingen ontstaan waren.

e) De werking van snijmachines.

Een van de voornaamste factoren, die de werking van snijdende werktuigen beheerschen is, dat, wanneer de machine een zoodanigen vorm heeft, dat hij het elastische materiaal werkelijk snijdt, de werking vol-

komen continu is en dat de spanningsverdeling in dat geval onveranderlijk blijft ten opzichte v. de beitelpunt.

Is de vorm der machine daarentegen niet de juiste, dan verandert de spanningsverdeling pe-

riodiek. Het materiaal wordt dan afgeschoven en afgebroken door buiging en de oppervlakte is na het snijden ruw.

Bij het projecteeren van een spaan is bij een dergelijke verkeerde machine de periodiciteit in de spanning duidelijk merkbaar aan afwisselend donkere en lichte plekken.

Fig. 6 geeft weer hoe de spanning langs de oppervlakte van het gesneden materiaal verloopt bij een fraiswerktuig. H. M.

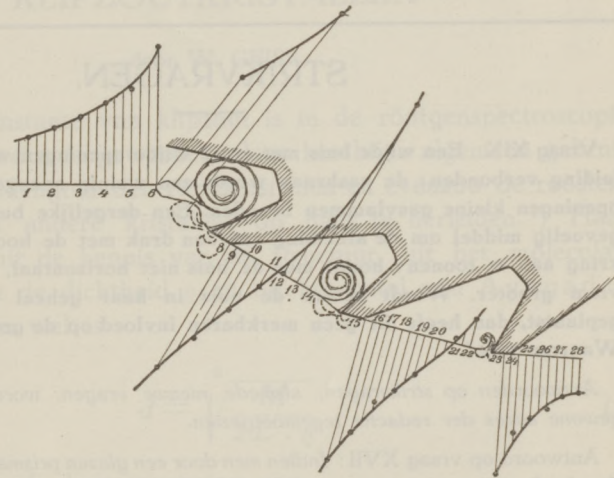


Fig. 6.

## BOEKBESPREKING.

*M. Lecat, Bibliographie de la Relativité, Maurice Lambertin, Brussel, 1924.*

De heer Lecat heeft een zeer uitgebreide bibliographie samengesteld, die zich niet slechts beperkt tot de eigenlijke verhandelingen over relativiteitstheorie, doch ook alles bevat wat maar eenigszins met het onderwerp in verband staat. Alphabetische en chronologische lijsten vergemakkelijken het gebruik. Ook statistische gegevens ontbreken niet. Het werkje kan, vooral door zijn groote volledigheid, van nut zijn. S.

## TER BESPREKING ONTVANGEN BOEKEN.

- W. H. Creutzfeldt*, Korrosionsforschung vom Standpunkte der Metallkunde, (Heft 74 der Sammlung Vieweg), 38 blz. — Fr. Vieweg und Sohn, Braunschweig, 1924. Prijs M. 2.—.
- André Lamouche*, La Méthode générale des Sciences pures et appliquées, 298 blz. Gauthier-Villars, Paris, 1924. Prijs frs. 30.—.
- T. Ehrenfest-Afanassjeewa*, Wat kan en moet het Meetkunde-Onderwijs aan een niet-wiskundige geven. (Serie: Paedagogiese Voordrachten), 27 blz. — J. B. Wolters, Groningen-Den Haag, 1924. Prijs f 0,75.

## STRIKVRAGEN.

Vraag XIX. Een wijde buis met twee wijde openingen wordt aan de gasleiding verbonden; de gaskraan wordt een weinig opengezet, zoodat op de openingen kleine gasvlammen branden. Een dergelijke buis levert een zeer gevoelig middel om de afneming van 'den druk met de hoogte in den dampkring aan te toonen: houdt men de buis niet horizontaal, dan is de hoogste vlam grooter. Wordt echter de buis in haar geheel hooger of lager geplaatst, dan heeft dit geen merkbaren invloed op de grootte der vlammen. Waarom niet?

*Antwoorden op strikvrAGEN, alsmede nieuwe vragen, worden gaarne aan het gewone adres der redactie tegemoetgezien.*

Antwoord op vraag XVII: *Indien men door een glazen prisma met kleinen brekenden hoek naar een voorwerp ziet, schijnt dit wat verplaatst. Men ziet door een kijker naar een verren horizontalen draad, en zet zoo'n prisma met de brekende ribbe horizontaal tegen de rechterhelft van het kijkerobjectief. Welk gedeelte van het stuk draad in het gezichtsveld schijnt van plaats veranderd, opgeheven of omlaag gedrukt?*

Mits in een kijker de diaphragma's goed aangebracht zijn, werken *alle* deelen van het objectief mede aan het afbeelden van *alle* deelen (voor zoover zichtbaar) van het voorwerp. Alzoo: de ééne helft van het objectief geeft van het *geheele* voorwerp een beeld, de andere helft van het objectief geeft evenzoo van het *geheele* voorwerp een beeld; zulks op dezelfde plaats, dus op elkaar, indien er niets bijzonders met de lens aan de hand is; doch heeft men de lens doorgesneden, er een prisma voor geplaatst, of heeft men op andere wijze bewerkt, dat de steeds *geheele* beelden door de twee *lenshelften* op verschillende plaatsen liggen, dan ziet de kijker dubbel. De horizontale draad van hierboven wordt over zijn geheele lengte dubbel gezien. Gelukkig zal de waarnemer, daar de vrager niet de voorzorg nam voor een achromatisch prisma te zorgen, reeds enkel aan het dubbelbeeld kunnen opmerken, welk der twee draadbeelden door het voorplaatsen van het prisma ontstond.

Nadruk der artikelen en reproductie der illustraties voorkomende in dit tijdschrift wordt bij deze overeenkomstig Art. 15 der Auteurswet 1912. uitdrukkelijk verboden.

# PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

4e JAARGANG

AUGUSTUS 1924

NUMMER 8.

## DICHTHEIDSBEPALINGEN AAN KLIPZOUTKRISTALLEN

door W. GEISS.

De roosterconstante van klipzout is in de röntgenspectroscopie van groote beteekenis geworden, daar het bijna algemeen gebruikelijk is, de golflengten der röntgenstralen en evenzoo de roosterconstanten van andere kristallen op haar te herleiden.<sup>1)</sup> Haar bedrag wordt uit de kennis van de structuur, uit het moleculair gewicht  $M$ , uit de dichtheid  $\rho$  en uit het getal van Avogadro  $L$  verkregen, en wel is

$$d = \sqrt[3]{\frac{M}{2L \cdot \rho}} \quad (1)$$

Moseley<sup>2)</sup> heeft door invoering van

$$M = 58.46, \quad \rho = 2.167, \quad L = 6.05 \times 10^{+23}$$

voor  $d$  gevonden

$$d = 2.814 \text{ \AA} \text{ngstr\u00f6meenheden.}$$

Evenwel is het getal van Avogadro slechts op ongeveer 1 % nauwkeurig bekend, zoodat alleen reeds hierdoor de onzekerheid in de roosterconstante 0.3 % bedraagt, waaraan ook een bijzonder nauwkeurige dichtheidsbepaling niets zou kunnen veranderen. Om niet bij iedere verbeterde waarde van een der drie bovengenoemde grootheden steeds weer alle golflengten en roosterconstanten te moeten overrekenen, heeft men van een betere

1) W. H. a. W. L. Bragg, X-Rays and Crystalstructure. 1923.

P. P. Ewald, Kristalle und R\u00f6ntgenstrahlen. 1923.

M. Siegbahn, Spektroskopie der R\u00f6ntgenstrahlen. 1924.

2) H. G. I. Moseley, Phil. Mag. 26, 1024, 1913.

aansluiting aan het absolute maatsysteem afgezien en men neemt heden bijna uitsluitend de van Moseley afkomstige waarde  $d = 2.814 \text{ \AA}$ . als grondgetal aan. <sup>1)</sup>

M. Siegbahn stelt  $d = 2.81400 \text{ \AA}$ . om de nauwkeurigheid van zijn golflengtemetingen beter te doen uitkomen. <sup>2)</sup> Evenwel moet bij dergelijke nauwkeurige metingen de afhankelijkheid der roosterconstante van de temperatuur ook in aanmerking genomen worden <sup>3)</sup>; en daarom zijn zoo nauwkeurig mogelijke bepalingen van de dichtheid van het klipzout bij verschillende temperaturen zeer zeker gewenscht.

De absolute waarden van de dichtheid van klipzout zijn bovendien van belang bij de bepaling van de dichtheid van andere stoffen met behulp van röntgenstralen. Bestraalt men een klipzoutkristal en daarna een kristal van bekende structuur met monochromatisch röntgenlicht van dezelfde golflengte, dan kan men uit de molekulairgewichten en afwijkingshoeken direct de verhouding van de dichtheden van beide stoffen berekenen. De gevraagde dichtheid is dan bijna met dezelfde nauwkeurigheid aan te geven, als waarmede die van het klipzout bekend is. E. Wagner heeft op deze manier de verhouding van de dichtheden van klipzout en sylvin bepaald <sup>4)</sup>:

$$\rho_{\text{NaCl}} : \rho_{\text{KCl}} = 1.0851.$$

Evenzoo kan men de verhouding, volgens de methode van Debye-Scherrer, bepalen, als men het kristalpoeder, welks dichtheid gezocht wordt, mengt met NaCl poeder. <sup>5)</sup>

Uit de metingen van Burger volgt

$$\rho_{\text{NaCl}} : \rho_{\text{KCl}} = 1.0845.$$

Pyknometrische metingen van Röntgen en Schneider <sup>6)</sup> gaven bij  $18.40^\circ \text{ C}$ .

$$\rho_{\text{NaCl}} : \rho_{\text{KCl}} = 2.1640 : 1.9853 = 1.090,$$

d. w. z. vergeleken met de zeer goed overeenstemmende röntgenmetingen een afwijking van  $0.5\%$ . Daarentegen is de overeenstemming tusschen de waarden, volgens de röntgenmethode en

<sup>1)</sup> Zie ook het voorstel van E. Wagner, Ann. d. Phys. 49, 625, 1916.

<sup>2)</sup> M. Siegbahn, Ann. d. Phys. 59, 56, 1919.

<sup>3)</sup> M. Siegbahn, Spektroskopie der Röntgenstrahlen p. 86.

<sup>4)</sup> E. Wagner, l.c.

<sup>5)</sup> H. C. Burger, Physica 2, 114, 1922.

H. Ott, Münchener Berichte 1924, p. 3.

<sup>6)</sup> W. C. Röntgen u. J. Schneider, Wied. Ann. 34, 531, 1888.

uit directe dichtheidsbepalingen gevonden, voor wolfram zeer bevredigend, het verschil bedraagt niet meer dan 0.15 %.

Burger geeft aan

$$\rho_w = 19.37, \text{ aannemende, dat } \rho_{\text{NaCl}} = 2.164.$$

Onze metingen, verricht aan zeer zuiver éénkristallig wolfram, zooals het volgens de methode van van Arkel <sup>1)</sup> verkregen wordt, gaven als resultaat :

$$\rho_w = 19.34.$$

Daar ons zeer mooie, glasheldere klipzoutkristallen, zonder enige fout, ter beschikking stonden <sup>2)</sup>, hebben wij ook aan deze zoo nauwkeurig mogelijke metingen verricht om de dichtheid bij verschillende temperaturen te bepalen, waarvan wij hier het resultaat meedeelen.

Wij hebben hoofdzakelijk volgens de zogenaamde gewichtsverliesmethode gewerkt. Als vloeistof werd benzol uit den handel gebruikt waarin klipzout volkomen onoplosbaar is. De dichtheid van het benzol werd ook als functie van de temperatuur afzonderlijk bepaald en tusschentijds meermalen gecontrôleerd. De dichtheid van water bij verschillende temperaturen is ontleend aan Kohlrausch, Lehrb. d. pr. Phys.

Alle hieronder aangegeven dichtheden zijn op vacuum en op water van 4 ° C. herleid.

De analyse gaf voor het Stassfurter	klipzout	{ 99.7 % NaCl
		{ 0.3 % LiCl,
„ „ „ „ „ Friedrichshaller	„	{ 99.8 % NaCl
		{ 0.2 % LiCl <sup>3)</sup>

Zoowel van het Stassfurter als van het Friedrichshaller zout werden metingen aan een groot en een klein kristalstuk uitgevoerd.

1. Stassfurter klipzout.

Gewicht in lucht	4.04475 Gram
„ „ benzol	2.40990 „
Gewichtsverlies	1.63485 Gram

Temperatuur 17.7 ° C. — Luchtdruk 760 mm Hg. Dichtheid van

1) A. E. v. Arkel, Physica 3, 76, 1923.  
 2) Door de Kaliforschungsanstalt Stassfurt-Leopoldshall en de Staatliche Salinenverwaltung Friedrichshall afgestaan, waarvoor wij ook hier dank zeggen.  
 3) De analyses zijn door Dr. Polak welwillend voor ons verricht.

het benzol bij  $17.7^{\circ}\text{C.} = 0.8760$ . Hieruit volgt met inachtneming van alle noodzakelijke correcties voor de dichtheid :

$$\text{bij } 17.7^{\circ}\text{C. } \rho_{\text{NaCl}} = 2.1655.$$

Voor het kleinere stuk :  $G = 2.37045$  Gram, werd b.v. gevonden

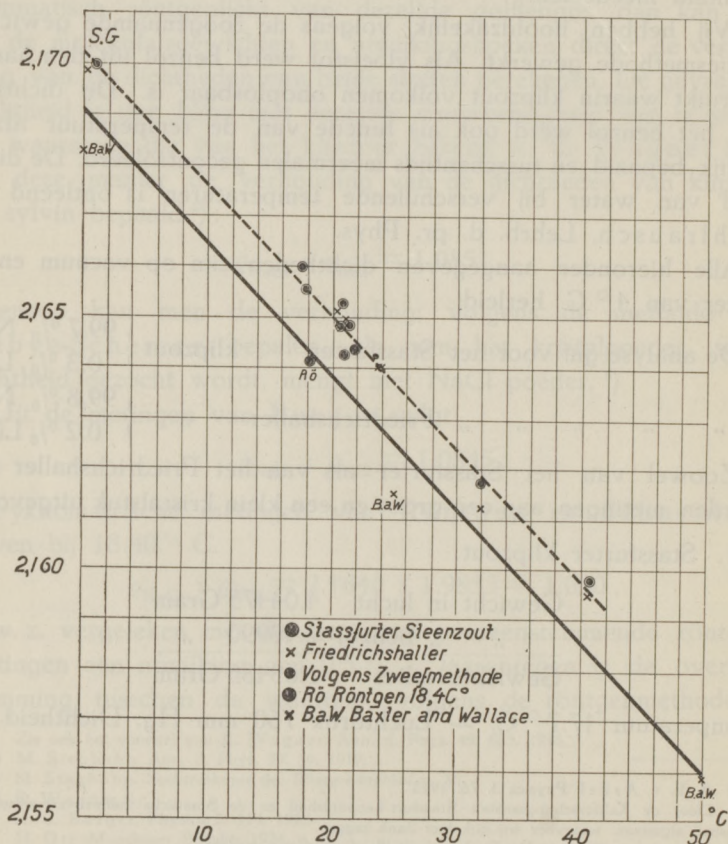
$$\text{bij } 20.6^{\circ}\text{C. } \rho_{\text{NaCl}} = 2.1653.$$

## 2. Friedrichshaller klipzout.

Gewicht van het groote stuk 4.64790 Gram.

„ „ „ kleine „ 2.50815 „

In de volgende Fig. zijn alle tusschen  $0^{\circ}$  en  $40^{\circ}\text{C.}$  gevonden waarden ingeteekend.



De door . aangegeven waarden zijn volgens de zweefmethode bepaald. Ze sluiten zeer goed bij de anderen aan. Als vloeistof diende een mengsel van bromoform ( $\rho = \pm 2.9$ ) en benzol, waarin NaCl eveneens onoplosbaar is.

Van de vroegere metingen hebben wij de door Röntgen en Schneider en evenzoo de door Baxter en Wallace <sup>1)</sup> gevonden waarden in de figuur ingeteekend. Al deze metingen zijn pyknometrisch uitgevoerd.

Onze punten liggen over het geheel iets hoger dan die van Baxter en Wallace, evenwel bedraagt het verschil niet meer dan 1  $\frac{0}{100}$ .

Wij vinden dus voor de dichtheid van klipzout

$$\text{bij } 18.0^\circ \text{ C. } \rho_{\text{NaCl}} = 2.1644 \pm 0.5 \frac{0}{100}$$

als gemiddelde tusschen de waarden van Baxter en Wallace en de onze.

De dichtheid als functie van de temperatuur laat zich tusschen 0 en 50  $^\circ$  C. door een rechte lijn voorstellen :

$$\rho_t = 2.1644 [1 - 0.000121 (t - 18.0)].$$

Uit den kubieken uitzettingscoëfficiënt

$$\beta = + 121 \times 10^{-6},$$

volgt de lineaire uitzettingscoëfficiënt van klipzout

$$\alpha = + 40 \times 10^{-6},$$

d. w. z. een waarde, die ongeveer 4 maal zoo groot is als die, welke Siegbahn voor kalkspaat aangeeft. Voor nauwkeurige metingen in de röntgenspectroscopie zou men dus voor de roosterconstante van klipzout in aansluiting met Siegbahn moeten schrijven :

$$d_t = 2.81400 [1 + 0.000040 (t - 18.0^\circ)].$$

Hieruit ziet men, dat een angstvallig constanthouden van de temperatuur gedurende den belichtingstijd een noodzakelijk vereischte is ter bereiking van groote lijnenscherpte.

Door de betrekkelijk groote veranderlijkheid van de roosterconstante met de temperatuur heeft men blijkbaar een methode

<sup>1)</sup> G. P. Baxter and C. C. Wallace, Journ. of the Am. Chem. Soc. 38, 259, 1916.

om het oplossend vermogen van het gebruikte apparaat te bepalen. Door het kristal met één en dezelfde monochromatische röntgen-golflengte bij twee verschillende temperaturen te bestralen heeft men in den afstand van de „dubbellijnen” dan een maatstaf voor de te bereiken meetnauwkeurigheden.

Ten slotte dank ik den heer L. J. H. Exalto voor de groote nauwkeurigheid, waarmede hij de metingen heeft uitgevoerd.

#### Zusammenfassung.

Die Dichte des Steinsalzes beträgt

$$\text{bei } 18,0^\circ \text{ C. } \rho = 2.1644 \pm 0.5 \text{ ‰}$$

der lineare Ausdehnungskoeffizient  $\alpha$

$$\text{zwischen } 0 \text{ en } 50^\circ \text{ C. } \alpha = 40 \times 10^{-6}.$$

Für genaue Messungen in der Röntgenspektroskopie muss man also für die Gitterkonstante des Steinsalzes setzen

$$d_t = 2.81400 [1 + 0.000040 (t - 18.0)].$$

Eindhoven, 30 Juni 1924.

NATUURKUNDIG LABORATORIUM DER  
N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN.

## OVER ASTIGMATISCHE LICHTBUNDELS

door C. J. BRESTER.

In vele natuurkundewerken waarin de leer van het licht wat uitvoeriger behandeld wordt (zooals b.v. Drude, Lehrbuch der Optik; Müller-Pouillet, Band II (Optik), bewerkt door O. Lummer, enz.), komt in het hoofdstuk „astigmatisme” een beschouwing voor, die een onjuisten of tenminste zeer onvolledigen indruk geeft van de structuur van een astigmatischen lichtbundel. Daar in verschillende elementaire leerboeken de fout (of de onvolledigheid) zonder meer overgenomen is, is het gevaar dat iemand, die zich van het onderwerp op de hoogte wil stellen, verkeerd ingelicht wordt, zeker niet denkbeeldig. In verband daarmee moge de zaak hier nog eens in het kort besproken worden.

Om geen onnoodige complicaties te scheppen zullen we het licht monochromatisch onderstellen. We denken ons nu, van een lichtpunt  $L$  uitgaande, een zeer smallen lichtbundel  $B$ , die een willekeurig ingewikkeld optisch stelsel doorloopt, bestaande uit al of niet gecentreerde brekende of spiegelende vlakken, die alleen



continu moeten zijn, maar overigens willekeurig. De aanvankelijk oneindig smal gedachte bundel  $B$  zal het stelsel tenslotte weer als oneindig smalle bundel  $B'$  verlaten; voor het gemak nemen we aan, dat deze convergent is, een beperking die voor de zaak zelf natuurlijk volkomen onwezenlijk is. Het is duidelijk dat de stralen van  $B'$  slechts in zeer speciale gevallen wéér door één punt  $L'$  zullen gaan. In die gevallen is  $L'$  het beeld van  $L$ , en de bundel  $B'$  is homocentrisch of stigmatisch. In het algemeen gaan echter de stralen van  $B'$  niet door één punt: men heeft dan met een niet-puntvormige afbeelding of astigmatische afbeelding te doen; de bundel  $B'$  wordt astigmatisch genoemd. Om nu de meest algemeene structuur van zulk een astigmatischen bundel te kunnen aangeven maakt men gebruik van het feit, dat in een isotrope golf de lichtstralen niets anders zijn dan de normalen op een golfoppervlak. We kunnen dus den meest algemeenen astigmatischen lichtbundel op de volgende wijze construeeren: we denken ons een elementje van een willekeurig gebogen, continu oppervlak; de normalen in alle punten van dit elementje vormen samen een smallen lichtbundel, die in het algemeen astigmatisch zal zijn. Nu weet men uit de differentiaalmeetkunde dat op elk oppervlak twee stelsels elkaar loodrecht snijdende krommen bestaan, zoodanig, dat de in twee naburige punten van zulk een kromme aangebrachte normalen (op het oppervlak) elkaar snijden; men noemt deze de kromtelijnen van het oppervlak. Door het punt  $P_1$ , gelegen in het midden van het zoeven beschouwde oppervlakte-elementje, denken we ons de oneindig kleine stukjes  $P_2 P_1 P_3$  en  $P_4 P_1 P_5$  der door dat punt loopende kromtelijnen; deze sluiten dus bij  $P_1$  een rechten hoek is. Hun krommingen geven resp. de grootste en de kleinste kromming van het oppervlak in  $P_1$  aan.

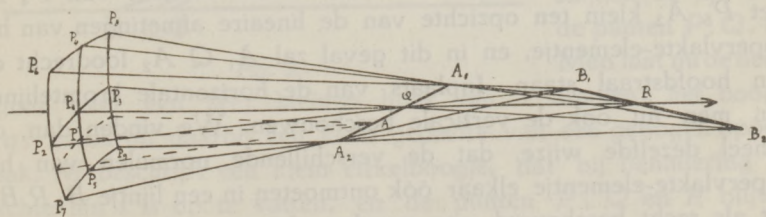


Fig. 1.

We nemen aan dat  $P_2 P_1 P_3$  de lijn van sterkste kromming is. Door de punten  $P_2$ ,  $P_3$ ,  $P_4$  en  $P_5$ , die we ons op ongeveer

gelijken afstand van  $P_1$  denken, trekken we verder de kromtelijnen  $P_6 P_7$ ,  $P_8 P_9$ ,  $P_6 P_8$  en  $P_7 P_9$ . We gaan nu die normalen van het oppervlakte-elementje beschouwen, die aangebracht kunnen worden in de punten binnen of op den gebogen vierhoek  $P_6 P_7 P_9 P_8$ . De normaal in het punt  $P_1$  noemen we de hoofdstraal van den bundel. Daar  $P_2 P_1 P_3$  een kromtelijn is, snijden de normalen in  $P_2$  en  $P_3$  den hoofdstraal in een bepaald punt  $Q$ ; de normalen in  $P_4$  en  $P_5$  snijden den hoofdstraal in een punt  $R$  dat, wegens de onderstelde minder sterke kromming van  $P_4 P_1 P_5$ , verder van  $P_1$  afligt dan het punt  $Q$ . Denkt men zich het lijntje  $P_2 P_1 P_3$  horizontaal, en dus  $P_4 P_1 P_5$  verticaal, dan zal het vlak  $P_2 P_3 Q$  horizontaal staan,  $P_4 P_5 R$  verticaal. We beschouwen nu de normalen in de punten  $P_6$ ,  $P_4$  en  $P_8$ . Deze snijden elkaar in een punt  $A_1$  van de normaal  $P_4 R$ . Evenzoo snijden de normalen in de punten  $P_7$ ,  $P_5$  en  $P_9$  elkaar in een punt  $A_2$  van  $P_5 R$ . Denkt men zich de normalen in de punten van de horizontale kromtelijn door een willekeurig punt  $P$  van  $P_4 P_1 P_5$ , dan snijden deze elkaar in een punt  $A$ . Laat men  $P$  langs  $P_4 P_1 P_5$  loopen, dan doorloopt  $A$  een stukje van een ruimtekromme door  $A_1$ ,  $Q$  en  $A_2$ , dat we, daar het oneindig klein is, als recht mogen beschouwen. Nu is de kromtestraal van  $P_6 P_4 P_8$  in het algemeen verschillend van die van de lijn  $P_7 P_5 P_9$ . Het gevolg is dat de afstanden  $P_4 A_1$  en  $P_5 A_2$  niet gelijk zijn, doch oneindig weinig verschillen. In het algemeen heeft dit verschil een orde van grootte geheel dezelfde als die van de lineaire afmetingen van het beschouwde oppervlakte-elementje. Hieruit volgt, dat het rechte lijntje  $A_1 Q A_2$  scheef staat ten opzichte van den hoofdstraal. Alleen in het bijzondere geval, dat de kromtestraal der horizontale kromtelijnen bij  $P_1$  juist een extreme waarde bereikt, wordt het verschil van  $P_4 A_1$  met  $P_5 A_2$  klein ten opzichte van de lineaire afmetingen van het oppervlakte-elementje, en in dit geval zal  $A_1 Q A_2$  loodrecht op den hoofdstraal staan. Inplaats van de horizontale kromtelijnen kan men nu ook de verticale beschouwen. We vinden dan, op geheel dezelfde wijze, dat de verschillende normalen van het oppervlakte-elementje elkaar óók ontmoeten in een lijntje  $B_1 R B_2$ , dat als recht beschouwd mag worden, dat in een horizontaal vlak ligt, maar overigens een willekeurigen hoek met den hoofdstraal maakt.

Resumeerende hebben we gevonden dat de stralen van een smallen astigmatischen lichtbundel elkaar niet in één punt, doch in twee kleine rechte lijntjes, brandlijntjes genoemd, ontmoeten; deze liggen in twee onderling loodrechte vlakken door den hoofdstraal van den bundel, en maken met dien hoofdstraal willekeurige hoeken. In bijzondere gevallen kan één der brandlijntjes of kunnen beide brandlijntjes loodrecht op den hoofdstraal staan; zij kruisen elkaar dan loodrecht.

In de genoemde werken nu komt men tot de conclusie, dat de brandlijntjes *altijd* loodrecht op den hoofdstraal zouden staan; in sommige gevallen kan men zeggen, dat eenvoudig verzuimd is, er op te wijzen, dat men slechts een bijzonder geval wenschte te bespreken, in andere gevallen echter wordt nadrukkelijk gezegd, dat men een zoo algemeen mogelijke oneindig smalle bundel wil beschouwen. Waar men dan tot de slotsom komt dat de brandlijntjes altijd loodrecht op den hoofdstraal zouden staan, vindt dit zijn oorzaak in het begaan van bepaalde fouten in het redeneeren met de oneindig kleine grootheden. Bij aandachtig doorlezen van de bedoelde bewijzen zal men deze fout in elk geval gemakkelijk kunnen aanwijzen.

Het volgende voorbeeld toont de mogelijkheid van scheefstaande brandlijntjes duidelijk aan: in een plat vlak ligt een rechte lijn  $a$ , en een zeer klein cirkelboogje  $pqr$ , waarvan het middelpunt  $M$  niet op  $a$  ligt. De stralen  $pM$ ,  $qM$ ,  $rM$ , snijden de lijn  $a$  in de punten  $P$ ,  $Q$ ,  $R$ .

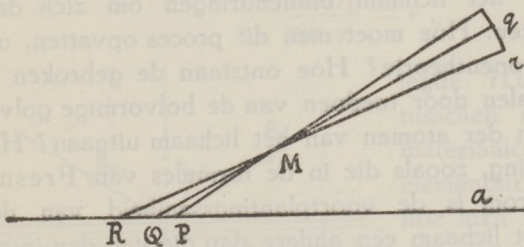


Fig. 2.

Men laat nu de heele figuur over een zeer kleinen hoek om  $a$  draaien; het boogje  $pqr$  beschrijft daarbij een klein gedeelte van een gebogen oppervlak,  $M$  beschrijft een klein cirkelboogje, dat bij benadering als rechte lijn  $l$  is op te vatten, en de punten  $P$ ,  $Q$  en  $R$  blijven op hun plaats. Beschouwt men nu het door  $pqr$  beschreven oppervlakje als golfoppervlak van een lichtbundel dan zijn  $l$  en  $a$  hiervan de brandlijnen, waarvan er blijkbaar in het algemeen slechts één loodrecht op den bundel staat. Het genoemde geval

doet zich o.a. voor, wanneer men een smalle, evenwijdige lichtbundel onder een eenigszins grootere hoek op een holle spiegel laat invallen; de teruggekaatste bundel vertoont dan juist de in fig. 2 aangegeven structuur.

#### Zusammenfassung.

In verschiedenen Lehrbüchern der Optik findet sich die Behauptung, dass allgemein in einem astigmatischen Lichtbündel die Lichtstrahlen in zwei zueinander und zum Hauptstrahl senkrecht stehenden Brennlinsen vereint werden. Es wird betont dass diese Auffassung im allgemeinen unrichtig ist: zwar liegen die Brennlinsen in zueinander senkrechten Ebenen, aber sie stehen im allgemeinen *nicht* senkrecht zum Hauptstrahl.

Utrecht, 19 Juli 1924.

## DE TERUGKAATSING EN BREKING VAN HET LICHT ALS PROBLEEM DER ELEKTRONENTHEORIE <sup>1)</sup>

door P. P. EWALD.

Een lichtbundel moge de oppervlakte van een doorzichtig lichaam treffen en ten deele teruggekaatst worden, ten deele als gebroken lichtbundel het lichaam binnendringen om zich daar verder voort te planten. Hoe moet men dit proces opvatten, uitgaande van de elektronentheorie? Hoe ontstaan de gebroken en de teruggekaatste stralen door toedoen van de bolvormige golven die van de elektronen der atomen van het lichaam uitgaan? Hoe de intensiteitsverhouding, zooals die in de formules van Fresnel is neergelegd? Waarom is de voortplantingssnelheid van den gebroken straal in het lichaam een andere dan die van den invalenden en van den teruggekaatsten straal in de lucht of in vacuo? Met deze problemen willen wij ons in wat volgt bezighouden.

Om de principieele kwesties zoo duidelijk mogelijk in het licht te stellen zullen wij het probleem zooveel doenlijk vereenvoudigen:

a. De *invalende golven* zullen *plat* zijn en *monochromatisch* met de frequentie  $\omega$ ; tenslotte grenze het lichaam aan het *vacuum*, zoodat buiten het lichaam de golfsnelheid  $c = 3 \cdot 10^{10}$  cm/sec. is.

<sup>1)</sup> Naar aanleiding van eene voordracht voor de Delftsche Studenten-Natuurwetenschappelijke Vereniging „Christiaan Huygens”. 12 Maart 1924.

b. Het lichaam zij voor licht met de frequentie  $\omega$  volkomen doorzichtig. Het grensvlak tegen het vacuum zij *plat* (het vlak  $z = 0$ ), en *zijwaarts onbegrensd* (anders kregen wij buigingsverschijnselen). Stellen wij ons om te beginnen het lichaam ook naar beneden (de positieve  $z$ -richting, zie fig. 1) onbegrensd voor, dan vult het de geheele benedenhelft der ruimte. Bovendien is het geschikt om de atomen regelmatig, bijvoorbeeld in een kubisch net, gerangschikt te denken en dan te spreken van het „halve kristal”. Verlangan wij van de begrenzing naar boven af te zien, en te denken dat het lichaam ook in de bovenhelft der ruimte doorloopt, dan duiden wij dit naar alle kanten onbegrensd net aan als het „geheele kristal”.

c. Wij beperken ons tot *lineair gepolariseerd licht* met de *trillingen loodrecht op het invalsvlak*. De andere polarisatie-richting zou bij het samenstellen van secundaire trillingen een ontbinding in componenten vereischen; overigens kan dan het probleem volgens dezelfde regels behandeld worden.

Een historische beschouwing leert, dat ons probleem niet in zijn geheel, maar in gedeelten is behandeld geworden.

Nadat Snellius de empirische feiten had weergegeven door de brekingswet (fig. 1)

$$\frac{\sin \gamma_0}{\sin \gamma} = \nu,$$

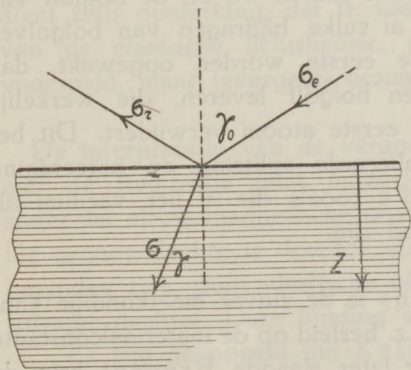


Fig. 1.

legde Huygens een band tusschen de aldus verworven materiaalconstante  $\nu$  en een elementair proces: hij gaf aan hoe men zich voorstellen kan, dat van elk element van het lichaam een bol golfje zich uitbreidt met een snelheid  $q$ , die afwijkt van de vrije lichtsnelheid  $c$ , hoe deze bolgolfjes slechts dan aan te toonen worden wanneer ze tot een gemeenschappelijk golfvront samenvloeien (omhullend golfvlak) en hoe de brekingswet voor den dag komt wanneer de snelheid  $q$  juist door de materiaalconstante  $\nu$  wordt bepaald:

$$\nu = \frac{c}{q}.$$

Van Huygens' denkbeelden behouden wij de bolgolf als de meest elementaire golfvorm, die ontstaat wanneer een als punt op te vatten trillingscentrum (bij ons een elektron of atoom) voorhanden is. Hierin echter onderscheidt zich de opvatting der elektronentheorie van die van Huygens, dat deze golven van discrete punten, van de atomen, uitgaan, en dat ze de snelheid  $c$  hebben, *niet*  $q$ . De eerste afwijking (discrete atomen inplaats van continue lichaams-elementen) maakt maar een gering onderscheid wanneer wij te maken hebben met zichtbaar licht, welks golflengte 1000 tot 10 000 atoomafstanden in het lichaam bedraagt. Zoo lang wij details als dubbele breking en optisch draaiingsvermogen buiten spel laten, waarbij de bijzondere rangschikking in aanmerking zou komen, behoeven wij niet te letten op het onderscheid, of wij diskrete of continu verdeelde uitgangspunten aannemen.

Daarentegen is het van principieel belang, dat wij aan de bolgolfjes elk voor zich de snelheid  $c$  toeschrijven. Want zij beteeken een bestaanbaar optisch veld, en wegens de lineariteit van de optische vergelijkingen moeten de velden dier bolgolfjes zoo gesuperponeerd worden, alsof elk voor zich, ongehinderd door de aanwezigheid der overige ladingen en hun velden, zich in het vacuum uitbreidde. Dit geldt gelijkelijk voor de electriche als voor de elastische lichttheorie. Heeft daarom Huygens met zijn constructie ongelijk? Neen. Want indien wij bij de bolgolf van één atoom uitgaande voegen al zulke bijdragen van bolgolven der andere atomen als door de eerste worden opgewekt, dan zou de som van deze velden een bolgolf leveren, die werkelijk met de snelheid  $q$  zich van het eerste atoom verwijdert. Dit beteekent echter een zeer gecompliceerde splitsing en hereeniging van de bolgolven met snelheid  $c$  zooals die in het vacuum als elementen van uitbreiding bekend zijn.

Door Snellius en Huygens is de zuiver meetkundige kant van ons probleem afgedaan, d.w.z. herleid op de materiaalconstante  $\nu$ . Eerst meer dan honderd jaar later slaagde Fresnel erin de *intensiteiten* van gereflecteerde en gebroken golf met behulp van  $\nu$  in een formule te leggen. Daaraan moest eerst een algemeene verdieping onzer kennis over het licht, vooral over zijn polarisatiemogelijkheden, voorafgaan (Malus). Fresnel zelf stond op den

grondslag der elastische lichttheorie, die in latere jaren nog vaak van gedaante wisselde. Bij ons probleem uitte zich dit in verscheidenheid van randvoorwaarden, waaraan bij den overgang van het vacuum in het lichaam moest worden voldaan. Deze voorwaarden waren voor de verklaring der verschijnselen bij reflectie en breking pasklaar gemaakt, en daarom was een beslissing tusschen de verschillende elastische theorieën nauwelijks mogelijk.

Zij werden alle opzij gezet <sup>1)</sup> toen in 1869 Maxwell's klassieke *Treatise of Electricity and Magnetism* het licht verklaarde als een geval van een electrisch wisselveld met bijzonder hooge frequentie en zoowel de randvoorwaarden als den brekingsindex  $\nu = \sqrt{\epsilon}$  deed aansluiten aan electrostatische en electromagnetische metingen.

Hoe groot dit succes ook was, er lag toch juist in de koppeling van de optische grootheid  $\nu$  aan de diëlektrische constante  $\epsilon$  een moeilijkheid. Want een afhankelijkheid van de frequentie  $\omega$  was daarmede voor  $\nu$  eens voor al uitgesloten — en toch berust juist op een onderscheid in den brekingsindex de prismatische ontleding van het licht in zijn gekleurde bestanddeelen (dispersie).

Kort na de opstelling der electromagnetische lichttheorie werd door Christiansen aan selectief absorbeerende verfstoffen zooals fuchsine en cyanine de anomale dispersie ontdekt, het karakteristieke sterk veranderlijke beloop der kromme  $\nu(\omega)$  in de buurt der geabsorbeerde kleur. De vorm dezer kromme bracht op de gedachte ze te interpreteren als een soort resonantie-verschijnsel. Het verdient zelfs opmerking, dat te voren reeds Ketteler, op grond van de elastische lichttheorie, zulk een anomale dispersie had voorspeld, maar tevergeefs ernaar gezocht.

De interpretatie van de veranderlijkheid van den brekingsindex met de frequentie (met inbegrip der anomale dispersie) in het kader der electromagnetische opvattingen, is aan Drude gelukt. <sup>2)</sup> De grondgedachte is dezelfde als bij Ketteler: in het lichaam bevinden zich, door elastische binding aan de atomen gekoppeld, trilzame deeltjes. Deze binding verleent hun een eigen frequentie  $\omega_0$ . Ze zijn gekoppeld (bij Ketteler elastisch, bij Drude electrisch) aan de trillingen der lichtgolven, en worden door deze tot

<sup>1)</sup> De kritiek op de ontoereikendheid van de elastische theorieën, en het bewijs dat de theorie van Maxwell ongedwongen van de terugkaatsing en breking rekenschap gaf, was het onderwerp van Lorentz' dissertatie (1875), geïnspireerd door een opmerking van Helmholtz. (Red.)

<sup>2)</sup> In Nederland werd de verklaring in 1878 door Lorentz gegeven. (Red.)

trillingen met de frequentie  $\omega$  der lichtstralen gedwongen. Al naar de mate van het onderscheid tusschen  $\omega$  en  $\omega_0$  krijgt men min of meer volledige *resonantie* en daarvan hangt de amplitude der deeltjes, en diensgevolge ook hun terugwerking op de lichtgolf af. Deze *terugwerking* uit zich in een verandering van de voortplantingssnelheid der lichtgolf, welke diensgevolge binnen het lichaam niet dezelfde waarde  $c$  heeft als in het vacuum. Men ziet uit deze beschouwingen, dat ook in gevallen van normale dispersie de — laat ons zeggen kleinere — snelheid  $q$  der gebroken golf in het lichaam ontstaat door de inwerking van de opgewekte trillingen der deeltjes, en in de vraag waarom het juist de golfsnelheid is die beïnvloed wordt, ligt een der voornaamste moeilijkheden voor een natuurkundig begripen der dispersietheorie. De hierna volgende beschouwingen bedoelen dit punt op te helderen.

Drude's theorie was een compromis tusschen een Maxwelliaansch-phenomenologische behandeling van het uitbreidingsprobleem en eene volgens elektronen-model. Daardoor laat ze ons naar het begrip onbevredigd. Niettemin was haar natuurkundig succes groot, want ze vervlocht het optische probleem met gansch andere gebieden der natuurkunde door erop te wijzen dat bij de verklaring van de optische eigenschappen in de vaste lichamen dezelfde soorten van geladen deeltjes hun invloed deden gelden, ionen en elektronen, die men te voren bij de electrolyse en in vacuumbuizen had leeren kennen. Aldus droeg de dispersietheorie van Drude niet weinig bij in de richting der innerlijke eenheid van de natuurkundige wereldvoorstelling.

Die innerlijke eenheid was het doel van de elektronentheorie. Juister gezegd: de herleiding van zoo veel mogelijk „materiaalconstanten” tot aantal, soort en bewegingen van ionen en elektronen in het inwendige van het „materiaal”. De hoop, hierdoor een herleiding der verschillende constanten van hetzelfde lichaam tot eenzelfde beeld, en nieuwe betrekkingen tusschen de constanten te krijgen, ging slechts in een beperkt aantal gevallen in vervulling. Maar juist bij het optische probleem was het succes onbetwistbaar, zooals met name latere onderzoekingen van Rubens hebben aangetoond. De door Maxwell gevonden betrekking  $v = \sqrt{\epsilon}$  bleek geldig slechts in de grens voor oneindig kleine frequentie en ze werd vervangen door een ander, uit de dispersievergelijking volgend en experimenteel bevestigd verband tusschen optische brekingsindex en elektrostatische diëlectriciteit.



De geacheveerde optrekking van Maxwell's theorie op den grondslag der elektronentheorie geschiedde door H. A. Lorentz. Dit werk bracht ons optisch probleem in twee opzichten verder: ten eerste werden de randvoorwaarden van Maxwell teruggevonden en daarmee de gewone afleiding daaruit van Fresnel's formules gerechtvaardigd. Voorts namen Lorentz en M. Planck de gedachte der dispersietheorie op en ontwikkelden die met het nu gebruikelijk instrument van vorming van zuivere gemiddelde waarden op elektronenbasis.

Het in den aanvang geformuleerde geheele probleem was door dezen loop van zaken opnieuw in twee gedeelten gesplitst, die wij als *randprobleem* en als *binnenprobleem* kunnen kenschetsen. Het eerste betreft het *ontstaan* van den gereflecteerden en van den gebroken straal uit den invallenden straal; het tweede laat juist de processen aan den rand die tot de aftakking van den gebroken straal leiden, opzettelijk buiten beschouwing en vraagt slechts naar het verdere lot van den gebroken straal in het *binnenste* van het lichaam. Het randprobleem werd als afgedaan beschouwd met een verwijzing naar de algemeen bewezen overeenstemming tusschen de veldberekening volgens de elektronentheorie en volgens Maxwell, terwijl alleen het binnenprobleem in het werk van Lorentz en Planck intensief werd aangepakt.

De aangeduide deeling van het groote probleem bracht op een punt geen voordeel. Want daardoor werd een zekere laatste onduidelijkheid in de hand gewerkt, die in de overigens zoo methodisch duidelijk doorgetrokken studies van Lorentz en Planck bleef bestaan. Dit punt betreft het bestaan of niet bestaan van het invallende golfstelsel binnen het lichaam.

In de elektronentheorie gaat men de elektrische en magnetische velden na tot in de tusschenruimte tusschen atomen en elektronen, en een vast lichaam ziet er bij deze doordringende beschouwing uit als een deel van het vacuum, waarin aan onzichtbare draden het net van atomen en elektronen is opgehangen. *Tusschen* de atomen gelden alle formules voor het veld als in de ongestoord ledige ruimte. Pas door een proces van uitstrijken (vorming van gemiddelde waarden) wordt uit het gecompliceerd steil veranderlijke veld tusschen de elementaire deeltjes („mikroskopisch veld”) het „makroskopische veld” verkregen, dat waarneembaar is en aan andere uitbreidingsformules voldoet, namelijk aan de vergelijkingen

van Maxwell voor het lichaam (in ons geval voor het diëlektrikum). Het totale electricisch veld in zeker punt — hetzij binnen of buiten het lichaam — wordt verkregen doordat men alle veldbestanddeelen sommeert. Bij ons probleem zijn dat: 1. het invallende golfstelsel  $E_0$ , en 2. al de bolgolven die van atomen uitgaan. Lorentz en Planck vonden nu, dat door uitsluitend op de bolgolven te letten men een veld ziet ontstaan, dat als gebroken golf moet worden opgevat, daar de voortplantingssnelheid door een voorwaarde, de „dispersievergelijking” op een van  $c$  verschillende waarde wordt vastgelegd. Hoe kan men hiermede verzoenen, dat men op de aldus gestelde som van bolgolven nog het invallende golfstelsel moet superponeeren om het totale veld binnen het lichaam te krijgen? Beide golfstelsels — de bolgolven — en het invallende — hebben immers verschillende snelheden  $q$  en  $c$ , en zelfs — bij scheeven golfinval — verschillende richtingen. Zij kunnen zich dus ook niet tot een enkel ander golfstelsel vereenigen, dat pas met recht het ware „gebroken” golfstelsel kon heeten.

Over dit punt brengt eerst de *gelijktijdige beschouwing van het randprobleem en het binnenprobleem van het kristal* ons opheldering. Want het blijkt namelijk, dat de berekening van de som van bolgolven op de manier van Lorentz en Planck niet eens ondubbelzinnig kan worden uitgevoerd, indien men niet een *begrensd* lichaam vooropstelt. Bij gelijke trillingswijzen der atomen onderscheiden zich de velden, die uit de bolgolven in het „geheele” en in het „halve” kristal ontstaan, juist hierin, dat, bij het „binnengolfstelsel” van het heele kristal, in het „halve” kristal nog een „randgolfstelsel” optreedt, — dat is een golfstelsel met de snelheid  $c$  en, bij scheeven inval, een afwijkende richting. Het randgolfstelsel is in staat, een invallend golfstelsel  $E_0$  totaal op te heffen, indien dit gelijke richting en tegengestelde phase heeft als dat randgolfstelsel. Dit is een randvoorwaarde, die in de plaats komt van de kleurenarmere randvoorwaarde van Maxwell. Evenals het randgolfstelsel bepaald wordt door het invallende golfstelsel, worden ook de trillingswijze der atomen en het binnengolfstelsel daardoor bepaald. Dit laatste is nu in het lichaam-binnenste het complete veld, en er blijft ten slotte juist dat veld binnen het lichaam bestaan, waarvan de dynamische beschouwingen van Lorentz en Planck uitgaan, en voor hetwelk de dispersievergelijking de voortplantingssnelheid bepaalt.

Zoo vindt de dispersietheorie van Planck en Lorentz pas in de hereeniging van het dispersieprobleem met het tijdelijk verwaarloosde randprobleem een diepere rechtvaardiging. Dat er behoefte was aan zulk een aanvulling blijkt wel hieruit, dat ze onafhankelijk in drie plaatsen gegeven werd: door Oseen (Ann. d. Phys. **48**, 1, 1915), door Bothe (dissertatie bij Planck, 1914, Ann. d. Phys. **64**, 693, 1921) en door Ewald (dissertatie bij Sommerfeld 1912, Ann. d. Phys. **49**, 1, 117, 1916).

Deze drie studies verschillen aanmerkelijk wat betreft hun methode; ze komen echter overeen in het resultaat: de specifiek beschermende werking van den rand tegen het van buiten binnendringende veld. De eerste twee studies behandelen „isotrope” lichamen met onregelmatige atoomrangschikking, de laatste knoopt aan bij een kristalnet. Zooals hierboven vermeld werd, is dit verschil voor de ons hier interesseerende kwesties van geen belang. Let men bovendien op een toespitsing der theorie van Lorentz en Planck in andere richting, zooals ze door R. Lundblad, een leerling van Oseen werd uitgewerkt, dan mag men wel zeggen, dat het aan het begin gestelde probleem van het standpunt der elektronen-theorie thans volledig is opgehelderd.

De kern van de genoemde nieuwere studies, het optreden van de „randgolf”, laat zich aan de hand van een eenvoudige berekening duidelijk maken.

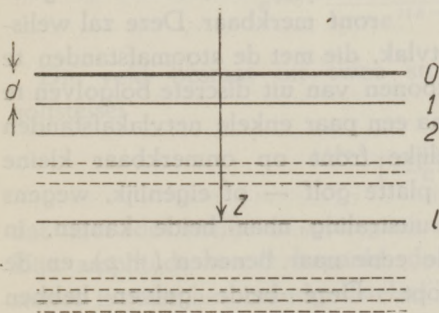


Fig. 2.

De benedenhelft der ruimte ( $z > 0$ ) zij ingenomen door een „half kristal”, welks atomen gelegen zijn in de netvlakken

$$z = ld,$$

( $l = 0, 1, 2, \text{ enz.}; d =$  afstand der vlakken). Wij beperken ons tot loodrechten inval, en mogen daarom voor de gebroken golf aannemen de voortplantingsrichting

$+z$ . De atoomtrillingen zullen in de vlakken  $z = \text{constante}$  precies dezelfde zijn, maar in twee naburige netvlakken zal een zeker phaseverschil optreden, zoodat wij, in de gebruikelijke complexe

voorstelling, die trillingen evenredig kunnen stellen met  $e^{ikl d}$ . Indien men aanvult met den tijdsfactor  $e^{-i\omega t}$  herkent men de beteekenis der „uitbreidingsconstante”

$$k = \frac{\omega}{q};$$

elk atoom trilt dusdanig, alsof het op en neer deinde op een golf van de frequentie  $\omega$  die in de positieve  $z$ -richting met de snelheid  $q$  voortloopt. Deze snelheid  $q$  moge van  $c$  verschillen. Aan  $c$  zullen wij laten beantwoorden de „vrije” uitbreidingsconstante

$$k_0 = \frac{\omega}{c}.$$

Elk atoom zendt als gevolg van zijn trillingen een stelsel bolgolven uit, welker phase en uitgangspunt overeenstemt met het uitzendende atoom, en die met de snelheid  $c$  (zie boven) naar alle kanten uitloopen.

Wij staan nu voor de zuiver kinematische taak, het veld te bepalen, dat uit al die bolgolven resulteert.

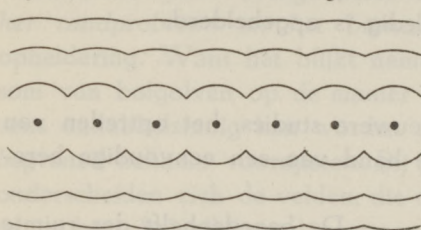


Fig. 3.

Laat ons om te beginnen de som bezien van de bolgolven, die hun uitgangspunten in een enkel netvlak  $z = \text{const.}$  hebben (figuur 3). Volgens Huygens is van deze golven alleen de omhullende als golf-ront merkbaar. Deze zal welis-

waar op afstanden van het netvlak, die met de atoomafstanden te vergelijken zijn, de sporen vertoonen van uit discrete bolgolven te zijn samengesteld, maar reeds na een paar enkele netvlakafstanden heeft zich het gemeenschappelijke front op onmerkbaar kleine afwijkingen na geëffend in een platte golf — of eigenlijk, wegens de gelijkheid der elementaire uitstraling naar beide kanten, in twee platte golven, waarvan de eene naar beneden ( $+z$ ), en de andere naar boven ( $-z$ ) loopt. Deze beide golven hebben natuurlijk even goed als de stukjes bolgolf waaruit ze bestaan, de snelheid  $c$ . (Bij Röntgenstralen met golflengten kleiner dan de atoomsafstanden treden nog meer platte golven op, afkomstig van het netvlak: de zoogenaamde gekruiste-traliespectra; hier treedt slechts het spectrum „0 0” op.)

Laat ons van de werking van één netvlak overgaan tot de werking van *alle* netvlakken. Het stelpunt, waarin wij het veld wenschen te bepalen, ligge op een diepte

$$z = (L + \zeta) d,$$

onder  $\zeta$  een breuk verstaan tusschen 0 en 1, zoodat het punt ligt tusschen het  $L$ -de en  $(L + 1)$ -ste vlak. Sommeer eerst de velden, afkomstig van de *boven*  $z$  gelegen netvlakken. De atoomtrilling in het  $l$ -de netvlak is evenredig met  $e^{ikld}$ . Wegens den voortplantingstijd der van daar uitgaande vlakke veldgolf tot in de diepte  $z$ , komt er nog de fasefactor

$$e^{ik_0(z-l d)}$$

bij, waarin  $(z - ld)$  het doorloopen eind, en  $k_0$  de uitbreidingsconstante is, die voor een vrije voortplanting met de snelheid  $c$  geldt. Het veld, afkomstig van het  $l$ -de netvlak heeft dus in  $z$  de fase

$$e^{i(k-k_0)ld + ik_0z}.$$

Het in  $z$  ontstaande resulteerende veld van de bovengelegen netvlakken is dus evenredig met

$$\sum_0^L (l) e^{i(k-k_0)ld + ik_0z}. \quad (1)$$

De sommeering van deze meetkundige reeks levert

$$e^{ik_0z} \frac{1 - e^{i(k-k_0)(L+1)d}}{1 - e^{i(k-k_0)d}}. \quad (2)$$

Dit veld bestaat uit twee stukken. Het eerste is het platte golfstelsel

$$e^{ik_0z} \frac{1}{1 - e^{i(k-k_0)d}}, \quad (2')$$

dat met de snelheid  $c$  (wegens de constante  $k_0$ ) omlaag loopt. Zijn amplitude wordt bepaald door den breukfactor. Dit golfstelsel is juist het „randgolfstelsel”.

Het tweede stuk is het golfstelsel

$$- e^{ik_0z + i(k-k_0)(L+1)d} \cdot \frac{1}{1 - e^{i(k-k_0)d}}.$$

Deze golven hebben een merkwaardige manier van zich voort

te planten. Want groeit  $z$  aan tusschen twee netvlakken, dan blijft de uitdrukking  $i(k - k_0)(L + 1)d$  constant, en de golf plant zich overeenkomstig den exp.  $ik_0 z$  met de snelheid  $c$  voort. Maar zoodra men met  $z$  een netvlak passeert, wordt  $L$  met 1 vergroot, en de phase verspringt dus met den factor  $e^{i(k - k_0)d}$ . Doordat nu aan elk netvlak de phase dezer golf een beetje vooruitgezet wordt ( $k - k_0$  is bij normale refractie positief), wordt de golflengte, vergeleken bij die van vrij in vacuo loopende golven, korter, en de golfsnelheid dus verkleind (omdat 't produkt  $\omega \lambda$  altijd gelijk is aan  $2\pi \times$  voortplantingssnelheid).

In formules ziet dit er als volgt uit. Daar  $z = (L + \zeta)d$ , wordt

$$(L + 1)d = z + (1 - \zeta)d$$

en dus worden de golven voorgesteld door

$$- e^{ikz} \cdot \frac{e^{i(k - k_0)(1 - \zeta)d}}{1 - e^{i(k - k_0)d}}. \quad (2'')$$

In dezen vorm zijn de spronggewijze veranderingen mede opgenomen in den complexen amplitudefactor ( $\zeta$  springt bij elk netvlak van 1 op 0). Indien men afziet van deze kleine, periodieke phaseschommelingen, dan dient ter beschrijving van dit deel van het veld de functie  $e^{ikz}$ . Dit deel van het veld hebben wij als het *binnengolfstelsel* op te vatten, dat zich dus voortplant met dezelfde snelheid  $q$  die wij ook aangenomen hebben voor de *phasen der atoombewegingen*. De amplitude van deze golven is, — op de kleine phaseverschuiving na — tegengesteld gelijk aan de amplitude der randgolven.

Ofschoon wij bij de sommatie reeds de tweeërlei golven verkregen, die voor de strenge behandeling van het randprobleem noodig zijn — randgolven en binnengolven — hebben wij nog maar alleen op de hooger liggende netvlakken gelet. Voor de bijdrage tot het veld in  $z$ , afkomstig van de meer naar beneden gelegen netvlakken, vinden wij op analoge manier

$$\sum_{L+1}^{L+L'} e^{ikld - ik_0(z - ld)} = e^{-ik_0 z} \sum_{L+1}^{L+L'} e^{i(k + k_0)ld}. \quad (3)$$

Elke term in de som geeft het veld, afkomstig van het  $l$ -de (dit keer beneden  $z$  gelegen) netvlak.

Men zou kunnen meenen, dat  $l$  moest loopen van  $L + 1$  tot  $\infty$ , om de reflectie van het „halve” kristal te berekenen. Maar men ziet gemakkelijk, dat de som der meetkundige reeks in 't geheel niet naar een bepaalde waarde zou convergeeren, daar de termen immers niet afnemen in absolute grootte ( $e^{i\alpha}$  heeft steeds den modulus 1, zoolang  $\alpha$  reëel is). Vandaar dat wij de som hierboven slechts tot 't netvlak  $l = L + L'$  hebben uitgestrekt en daarmede het halve kristal door een *plaat* van de dikte  $(L + L')$  vervangen hebben, die beneden het gestelde punt  $z$  nog  $L'$  netvlakken heeft. Dan is de som evenals de vorige, eindig, en haar bedrag volledig bepaald.

Is deze moeilijkheid niet te vermijden? Kan men inzien, wáárom men niet van de „plaat” tot het „halve kristal” kan overgaan? Het convergentiebezwaar beteekent natuurkundig gesproken dat al verschuift men den onderkant der plaat ook nog zoo ver van het gestelde punt  $z$  af, hij altijd nog sterken invloed heeft op het veld in  $z$ . Het komt er op aan (in een volmaakt doorschijnend kristal), hoe dik de plaat is, ook al is ze nog zoo dik.

Wij zullen begrijpen wat de reden daarvan is, wanneer we het in de *plaat* ontstaande veld naar de laatste formule werkelijk uitrekenen. De sommeering levert

$$e^{-ik_0 z} \cdot e^{i(k+k_0)(L+1)d} \cdot \frac{1 - e^{i(k+k_0)L'd}}{1 - e^{i(k+k_0)d}}.$$

Ook dit veld bestaat uit twee stukken. Het eerste herleiden wij analoog aan het vorige tot

$$e^{-ik_0 z} \cdot e^{i(k+k_0)(L+1)d} \frac{1}{1 - e^{i(k+k_0)d}} = e^{ikz} \frac{e^{i(k+k_0)(1-\zeta)d}}{1 - e^{i(k+k_0)d}} \cdot (3')$$

Dit is dus een *tweede bijdrage tot het binnengolfstelsel* met de snelheid  $q$ . Deze snelheid wordt, als boven, teweeggebracht door kleine phasesprongen bij het passeeren der netvlakken. De amplitude verschilt van de vorige, daar hier  $(k + k_0)$  inplaats van  $(k - k_0)$  optreedt.

De rest van het van beneden komende veld is

$$- e^{-ik_0 z} \cdot e^{i(k+k_0)(L+L')d} \frac{e^{i(k+k_0)d}}{1 - e^{i(k+k_0)d}} \cdot (3'')$$

De uitdrukking  $(L + L')d$  is de dikte der plaat, en hangt niet

af van de ligging van het gestelde punt. Dit zijn dus golven, die met de snelheid  $c$  naar de negatieve  $z$ -richting, d. i. naar boven loopen. Haar phase aan den bovenkant  $z=0$  wordt bepaald door  $e^{i(k+k_0)(L+L')d}$ , d. w. z. zoo, alsof de omlaagloopende binnengolven aan den benedenkant  $z=(L+L')d$  golven hadden opgewekt, die naar boven terugloopen met de constante  $k_0$ . Dit deel van het veld is dus een *inwendig randgolfstelsel dat aan het benedengrensvlak der plaat ontstaat*. Het is begrijpelijk, dat het, wat betreft de phase, erop aankomt op welke diepte men het kristalrooster afbreekt, en dat alles onbepaald wordt, indien men beproeft het veld te berekenen met een naar beneden onbegrensd doorlopend kristal.

Dit inzicht doet denken aan het optische veld wanneer een lichtstraal op een planparallel plaatje valt, ja wij hebben eigenlijk juist dit probleem elektronen-theoretisch behandeld, door het kristal bij het vlak  $z=(L+L')d$  afgebroken te denken. Wij hebben een dubbel randprobleem met een boven- en een onderkant, dat weliswaar een eenvoudige oplossing toelaat, maar tengevolge der interferenties bij de planparallele plaat niet tot de formules van Fresnel leidt.

Hoe moeten wij het nu aanvatten, om aan den eenen kant de convergentie en de bepaaldheid van het probleem te bewaren en aan den anderen kant af te kunnen zien van de beschouwing van het veld aan den onderkant der plaat en ons aldus dezelfde omstandigheden te verschaffen als bij de gebruikelijke afleiding van Fresnel's formules uit de theorie van Maxwell?

Bij de genoemde afleiding neemt men een op het scheidingsvlak invallend golfstelsel  $E_0$  aan en voegt daar nog twee golfstelsels aan toe: het gereflecteerde in het bovenste medium en het gebrokene in het onderste. Beide stelsels worden in hun voortplantingen hierdoor bepaald, dat hare snelheden  $c$  resp.  $q$  zijn, en wat de richting betreft hierdoor, dat de rechte snijlijnen van het grensvlak met de vlakken van gelijke phase der drie golfstelsels zich langs de grens met even groote snelheid verschuiven. Deze drie golfstelsels aannemende kan men inderdaad aan de grensvoorwaarden voldoen, en de twee onbekende amplituden-verhoudingen bepalen.

Deze manier van doen bij de afleiding uit Maxwell's theorie is niet vrij van willekeur. Want indien wij ons in de plaats van



het „halve kristal” een plaat denken, dan zou bij de genoemde nog een vierde, in figuur 4 gestippeld aangegeven, golfstelsel komen, dat aan den onderkant der plaat teruggekaatst werd, en de amplitudenverhouding van Fresnel zou door interferentie anders uitvallen. Dit vierde golfstelsel zou men *ten allen tijde* naast de drie andere ter voldoening aan de randvoorwaarden kunnen aannemen, — ook wanneer men te maken had met het „halve” kristal, want ook de fasenvlakken van dit stelsel zouden het grensvlak snijden in lijnen, die zich conform met de snijlijnen der invallende golven zouden verplaatsen. (Er zijn echter niet nog meer dergelijke golfstelsels.) Bij de gebruikelijke afleiding van Fresnel's formules stellen wij stilzwijgend, maar willekeurig, de amplitude van dit vierde golfstelsel nul.

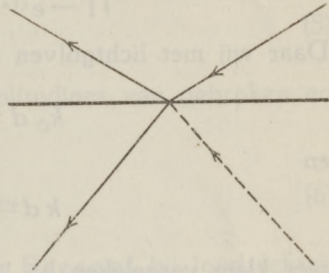


Fig. 4.

Of wel, indien wij komen van het volledig bepaalde probleem eener plaat, moeten wij zeggen: de formules van Fresnel worden verkregen uit de intensiteitsformules voor een bepaalde dikte  $D$  der plaat, door een geschikte gemiddelde waarde te nemen bij een veranderlijke dikte der plaat.

In deze laatste formulering komt wellicht het scherpste de opzet uit, alles wat uit de planparallelheid te voorschijn komt te elimineeren.

Precies evenzoo kan men te werk gaan bij de behandeling naar de elektronentheorie. Wij nemen het gemiddelde over een veranderlijke dikte  $D = (L + L')d$ . Daarbij valt echter de benedenste randgolf (3'') weg, omdat de gemiddelde waarde van golven met willekeurig uit elkaar loopende fasen nul is. Wij worden aldus teruggedleid tot de vooronderstelling, zooals die bij de andere theorie gold, dat geenerlei reactie van de benedenbegrenzing den bovenkant bereikt. De binnengolf (3') wordt hierdoor niet aangetast.

Resumeeren wij de uitkomst. De sommatie van de secundaire bolgolven in het halve kristal leverde:

a) het randgolfstelsel (2'):

$$e^{ik_0 z} \cdot \frac{1}{1 - e^{i(k - k_0)d}},$$

b) het binnengolfstelsel (3') + (2''):

$$e^{ikz} \left\{ \frac{e^{i(k+k_0)(1-\zeta)d}}{1 - e^{i(k+k_0)d}} - \frac{e^{i(k-k_0)(1-\zeta)d}}{1 - e^{i(k-k_0)d}} \right\}. \quad (4)$$

Daar wij met lichtgolven te maken hebben, zijn

$$k_0 d = \frac{\omega}{c} d = \frac{2\pi}{\lambda} d,$$

en

$$k d = \nu k_0 d = 2\pi \nu \frac{d}{\lambda},$$

zeer klein vergeleken bij 1, zoodat de exponentieele grootheden van deze grootheden vervangen mogen worden door de eerste termen hunner Taylor-reeksontwikkelingen. Daardoor vereenvoudigen de amplituden zich tot

a) het randgolfstelsel  $e^{ik_0 z} \frac{1}{-i(k-k_0)d},$  (4')

b) het binnengolfstelsel  $e^{ikz} \left\{ \frac{1}{-i(k+k_0)d} - \frac{1}{-i(k-k_0)d} \right\},$

of, met verwaarloozing van den gemeenschappelijken factor  $i/k_0 d$  (daar het immers niet op de absolute grootte aankomt)

a) randgolfstelsel  $e^{ik_0 z} \frac{1}{\nu - 1},$  (4'')

b) binnengolfstelsel  $e^{ikz} \frac{-2}{\nu^2 - 1},$

Deze benadering door ontwikkeling brengt ook mede een gladstrijken van de fasen der binnengolven, daar de met sprongen veranderlijke factor daarbij wegvalt en alleen de globale factor  $e^{ikz}$  overblijft.

Hiermede is het kinematische gedeelte van de berekening ten einde. Voor het dynamische gedeelte mogen wij ons op de reeds voorhanden theorie der dispersie beroepen, als wij maar eerst ervoor zorgen, dat de randgolven door de van buiten invallende golven worden opgeheven, en ten tweede dat de waarde van  $q$ , resp.  $k$  of  $\nu$  zóó genomen wordt, als juist de dispersievergelijking als voorwaarde voor het dynamische in elkaar passen van atoomtrillingen en binnenveld eischt.

Dienovereenkomstig krijgen wij als amplitude van de invallende golven (tegengesteld aan de randgolven)

$$E_i = e^{ik_0 z} \frac{-1}{\nu - 1}, \quad (5)$$

en dus voor de verhouding der amplitudines van gebroken en invallende straal

$$\frac{E_{\text{gebr.}}}{E_i} = \frac{2}{\nu + 1}. \quad (6)$$

Dit is inderdaad de verhouding van Fresnel bij loodrechten inval.

Om de *intensiteit* te krijgen van het naar buiten teruggekaatste moeten wij om te beginnen berekenen welk veld door alle netvlakken te zamen daar buiten teweeggebracht wordt. Daarbij kunnen wij formule (3) gebruiken, slechts met dit onderscheid, dat nu bij willekeurige, negatieve, waarde van  $z$  alle netvlakken, en niet alleen die welke op het  $L$ -de volgen, in aanmerking genomen moeten worden. Wij moeten dus in formule (3') eenvoudig den factor  $e^{i(k+k_0)(L+1)d}$  door 1 vervangen. Indien wij, in overeenstemming met het voorafgaande, het stuk weglaten dat van den onderkant der plaat komt, dan blijkt het teruggekaatste golfstelsel evenredig met

$$e^{-ik_0 z} \frac{1}{1 - e^{i(k+k_0)d}}, \quad (7)$$

of, met de boven gebruikte benaderende herleiding:

$$e^{-ik_0 z} \frac{1}{\nu + 1}. \quad (7')$$

Op deze manier blijkt de verhouding der amplitudines van invallende en teruggekaatste golven te zijn

$$\frac{E_{\text{refl.}}}{E_i} = -\frac{\nu - 1}{\nu + 1} \quad (8)$$

zoals het ook volgens Fresnel moet zijn.

Bovenstaande beschouwingen zijn van overwegend kinematischen aard: het gaat om de samenstelling van golven. Een dynamische

beschouwing van het proces is natuurlijk onontbeerlijk, maar aangezien het desbetreffende deel in de dispersietheorie van Lorentz en van Planck bevredigend ontwikkeld is, konden wij hier met een korte verwijzing daarnaar volstaan. In het dynamische gedeelte speelt de elektromagnetische aard van het optische veld een groote rol — in bovenstaande beschouwingen echter nauwelijks. Weliswaar zullen de meeste lezers zich bij de amplitude van het optische veld de elektrische veldsterkte  $\mathbf{E}$  gedacht hebben, en dat is juist. Waarin komt dat tot uiting? Kon men niet precies dezelfde rekening voor de magnetische veldsterkte  $\mathbf{H}$  doormaken, en hoe is dat dan met het bekende feit te rijmen, dat de formules van Fresnel voor den magnetischen vector verschillen van die voor den electricischen, aangezien in een lichaam met diëlektricitetsconstante  $\epsilon$  de magnetische en elektrische veldsterkten in de verhouding  $\sqrt{\epsilon}$  tot elkaar staan?

Stellig blijven de afzonderlijke gedeelten van de kinematische beschouwing ook van kracht voor de magnetische veldsterkte. Slechts op één punt zou de berekening van de vroegere moeten afwijken; en hierin ligt de reden, waarom het bovenstaande wel voor  $\mathbf{E}$  maar niet voor  $\mathbf{H}$  geldt: Toen in formule (4) de van boven en de van beneden afkomstige golven tot het binnenveld werden bijeengevoegd, geschiedde dat additief, met de teekens die bij de sommeering verkregen waren. Dat is juist voor de elektrische veldsterkten, maar bij de magnetische vektoren moet op de tegenstelling van richting gelet worden van de magnetische velden die door een netvlak naar boven en naar beneden worden uitgezonden, want elk trillend elektron wekt een magnetisch veld op als een stroomelement (figuur 5) en ter plaatse van  $z$  moet

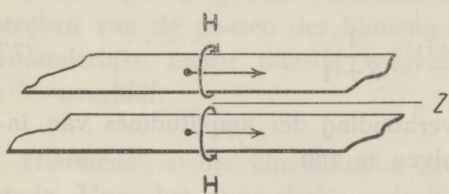


Fig. 5.

men dus de magneetvelden, die van de hogere en die van de lagere netvlakken komen, van elkaar aftrekken, terwijl de electricische velden werden samengeteld. Dat veroorzaakt binnen de haken

van formule (4) een omkeering van teeken, maar overigens geen verandering aan de berekende velden (randveld, invallend veld). Door deze omkeering van teeken wordt de magnetische amplitude van het binnenveld :

$$e^{ikz} \cdot \frac{-2\nu}{\nu^2 - 1}, \quad (9)$$

en dit onderscheidt zich, gelijk het zijn moet, van de elektrische amplitude die eraan beantwoordt door den factor  $\nu = \sqrt{\epsilon}$ .

#### Zusammenfassung.

1. In der Lorentz-Planck'schen Dispersionstheorie ist die Summenbildung über die Kugelwellen entweder unbestimmt oder unvollständig durchgeführt. Daher ist die Rolle, welche die einfallende Welle spielt, unverständlich.

2. Ein präzises Problem erfordert die Betrachtung des Lichteinfalls auf eine Platte von endlicher Dicke. Doch stören dabei die Interferenzen der planparallelen Schicht. Diese Nebenerscheinung muss auf gleiche Weise beseitigt werden, wie es stillschweigend stets bei der Ableitung der Fresnel'schen Formeln geschieht.

3. Das Auftreten einer Berandung (Grenzfläche) des Körpers schirmt das Körperinnere gegen das von aussen einfallende Feld ab. Durch diese abschirmende Wirkung entstehen erst die von Lorentz und Planck errechneten Verhältnisse, welche die Atomschwingungen bestimmen.

4. Elektrisches wie magnetisches Feld entstehen durch Mittelwertbildung aus den „mikroskopischen“ Feldern; die verschiedenen Amplituden beider an einem Punkt innerhalb des Körpers entstehen dadurch, dass sich dort die elektrischen Wirkungen der oberen und unteren Körperhälften addieren, die magnetischen subtrahieren.

5. Für reflektierten und gebrochenen Strahl entstehen die Fresnel'schen Amplitudenformeln.

6. Zwischen der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen im Körper und ihrer, durch Summation der Kugelwellen der Atome entstehenden Amplitude besteht ein rein kinematischer enger Zusammenhang. Durch diesen wird es verständlich, wieso die Bedingung, die in der Lorentz-Planck'schen Dispersionstheorie für die Einstellung des dynamischen Gleichgewichtes zwischen Feld und Atomschwingungen sorgt — die Dispersionsgleichung — gerade die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen festlegt.

7. Die Betrachtungen lassen sich mit den gleichen Mitteln auf schrägen Welleneinfall ausdehnen, sind aber mühsamer durchzuführen und deshalb hier ünterdrückt worden.

## BOEKBESPREKING.

G. Tammann, *Lehrbuch der Heterogenen Gleichgewichte*. — F. Vieweg und Sohn, Braunschweig 1924. 358 pag. Ing. f 9.60; geb. f 10.90.

Nadat eenmaal door Willard Gibbs op geniale wijze de zoogenaamde phasenregel thermodynamisch was afgeleid en deze door van der Waals in Holland was geïntroduceerd was het fundament gelegd, waarop Bakhuis Roozeboom zijn pioniersarbeid over de heterogene evenwichten kon opbouwen.

Met behulp van de phasenleer toch, kan men bijna alle verschijnselen, die door de heterogene evenwichten beheerscht worden, uit één gezichtspunt bezien. Daarbij komt nog, dat men de vaak „lastig“ gevonden thermodynamica, verscholen achter die leer, in vele gevallen verder missen kan.

Dit laatste is wel de psychologische oorzaak geweest, éénsdeels, dat de verdere ontwikkeling onzer kennis der heterogene evenwichten voornamelijk door van-huis-uit-chemici is geschied en anderdeels, dat in kringen, waar de thermodynamica vreemd was, men den phasenregel eenvoudig als dogma aanvaardend, toch aan die ontwikkeling in niet onbelangrijke mate kon bijdragen.

Ik bedoel hier de metallographie, het gebied, waarop wel de meest vruchtbare wisselwerking van dezen tak der wetenschappen en techniek heeft plaats gehad en nog steeds plaats heeft, en die zonder de phasenleer steeds in het moeras der alchemie zou zijn verzonken gebleven.

De helaas te vroeg gestorven Bakhuis Roozeboom heeft slechts twee deelen van zijn veelbelovend werk „Die Heterogenen Gleichgewichte vom Standpunkte der Phasenlehre“ mogen bewerken.

Nadien verschenen van de hand zijner leerlingen Büchner, Aten en Schreinemakers uitstekende monografieën over bepaalde gedeelten van het veelomvattende gebied. Verschillende deelen laten echter nog steeds op zich wachten.

Het was daarom een gelukkige gedachte van de uitgevers Vieweg und Sohn A.G. om den tweeden winnaar van den Bakhuis Roozeboom-medaille, waarvan E. Cohen getuigde

„Er ist ein Phasenforscher,  
Bekannt in jedem Land;  
Fragst du den besten Namen,  
So wird Dir der seine genannt.“

uit te noodigen een, zij het dan beknopt, volledig overzicht over het geheele gebied te willen schrijven.

Een dergelijk werk bezaten wij reeds eenigermate in Findlay's „The Phase Rule“ waarvan het zich echter gunstig onderscheidt door zijn meer exakte behandeling, zijn breeder opzet en meerdere uitvoerigheid. Doordat Tammann's werk echter een grootere aanvangskennis van den lezer veronderstelt en ook op de technische toepassingen weinig wordt ingegaan, zal Findlay's werk sommigen wel altijd meer blijven aantrekken.

Achtereenvolgens worden behandeld:

I. Unaire stelsels (60 pag.)

II. Binaire stelsels (155 pag.)

A. Evenwicht vloeistof-damp; B. Evenwicht vloeistof-vloeistof; C. Evenwicht vloeistof-vast; D. Polymorphie; E. Evenwichten met de gasfase; F. Vorm der oplosbaarheidskrommen; G. Pseudo unaire stoffen; H. Evenwichten tusschen binaire metaal- en electrolytmengsels.

III. Ternaire stelsels (85 pag.)

I. Evenwicht vloeistof-damp; II. Drie vloeistoffen; III. Optreden van vaste fasen.

IV. Quaternaire stelsels (13 pag.)

I. Evenwichten tusschen vloeistoffen en kristallen bij konstant  $T$  en  $p$ .

Ten slotte volgt een hoofdstuk (45 pag.) over de toepassing van den thermodynamischen potentiaal op de evenwichtsleer, hetgeen laat zien, dat men ook langs dezen weg tot geheel dezelfde resultaten komen kan.

Tammann heeft zijn leerboek in beknopten vorm willen houden. Men kan dus van meening verschillen over de keus der behandelde onderwerpen. Menigmaal valt schrijvers keus dan — en wie zal het hem euvel duiden — op zaken, door hem elders ook reeds met voorliefde behandeld.

Zoo is de behandeling der éénstofsysteinen ongeveer die, welke men in zijn „Aggregat-Zustände” aantreft.

Bij de binaire systemen is een ruime plaats gewijd aan schrijvers mengkristallen-theorie, waarbij ik in verband met de onlangs verschenen verhandeling van van Arkel in dit tijdschrift wijzen wil op de daarmee kloppende resultaten van Wever bij KCl-KBr mengkristallen en de verdediging van schrijvers opvattingen uit het verschil in oploswarmten tusschen mengkristallen uit de smelt en uit oplossingen. <sup>1)</sup>

Bij de ternaire systemen is gelukkig ook de weinig bekende „restmethode” van Schreinemakers vermeld.

Samenvattend kan ons oordeel over Tammann's boek zeer gunstig luiden. Wie zich in de leer van het heterogene evenwicht wil inwerken en den tijd mist om het uitgebreide werk van Roozeboom, Büchner, Aten en Schreinemakers naast de vele lossere publicaties vooral van den laatste te bestudeeren, is op dit werk vanzelf aangewezen.

Ook als collegeboek zal het door studenten aan Technische Hoogeschool en Universiteiten veel gebruikt worden.

Jammer is, dat een zaak en namenregister ontbreekt.

J. A. M. v. L.

<sup>1)</sup> Het artikel van Scherrer (C. R. Séance Soc. Suisse de Phys. — Schaffhausen 27 Aug. 1921) die reeds in 1921 tot dezelfde conclusie kwam, schijnt door zijn geïsoleerde plaats in de literatuur niet te zijn doorgedrongen.

**Sammlung geophysikalischer Schriften**, herausgegeben von Prof. Dr. Carl Mainka. Nr. 1. **Physik der Erdbebenwellen**, von C. Mainka. Gebr. Borntraeger, Berlin 1923.

Het bovengenoemde werk heeft als ondertitel: Zusammenfassung der Arbeitswege und deren Ergebnisse, hetgeen zeer in 't kort den inhoud weergeeft. Na VIII bladzijden voorwerk (titel, voorbericht, inhoudsopgave) volgen 124 bladzijden tekst, waarna een register van samen 4 bladzijden komt, gevolgd door 28 bladzijden kleine letter Anmerkungen und Literaturangaben.

De schrijver, die vele jaren aan het hoofdstation voor aardbevingsonderzoek te Straatsburg verbonden was, heeft zich onder meer zeer verdienstelijk gemaakt door het ontwerpen en construeeren van zoo goed mogelijk feillooze seismografen en zijn resultaten en denkbelden in vele artikelen in wetenschappelijke en technische tijdschriften neergelegd; bij het lezen van Physik der Erdbebenwellen wordt men nog eens aan deze artikelen herinnerd. De seismologie is een nog jonge wetenschap, die in het begin dezer eeuw een snelle ontwikkelingsperiode heeft doorgemaakt. Instrumenten, die eenige tientallen jaren geleden geconstrueerd zijn, voldoen niet meer aan de tegenwoordige eischen; zij geven registreeringen, waaruit betrekkelijk weinig te halen is, vergeleken met wat een nieuw instrument, met goede dempings- en tijdteekeninrichting uitgerust, oplevert. Het is te betreuren, doch verklaarbaar, dat deze oude instrumenten nog niet alle door modernere zijn vervangen; het werk, dagelijks aan de bediening er van besteed, wordt slechts ten deele beloond. Het kan bij de registrering met seismografen, die b.v. gevoelig zijn voor temperatuurverandering, wel eens voorkomen, dat men niet altijd zeker is van zijn constanten, wanneer men deze niet geregeld controleert; echter zou een zinsnede als op blz. 10 „die täglich zu bestimmenden Instrumentalkonstanten”, den niet-vakgenoot allicht een verkeerden indruk kunnen geven van de betrouwbaarheid der aardbevingsinstrumenten. Van een goed geconstrueerden en goed

gehuisvesten seismograaf blijven de constanten geruimen tijd achtereen practisch dezelfde, en is het niet noodig elken dag opnieuw de constanten te bepalen. Wel is het natuurlijk zaak voortdurend controle te oefenen, en een aansporing hiertoe is niet misplaatst.

Zoo zijn er meer punten, waaromtrent men met den schrijver van meening kan verschillen; men kan toegeven dat met mechanisch registreerende seismografen prachtige resultaten zijn verkregen en het toch met den schrijver oneens zijn waar deze op blz. 133 zegt: „Es wird oft photographische Registrierung der mechanischen Registrierung vorgezogen, aber nicht mit Recht.“ Uit de overeenstemming van de opteekeningen van verschillende aardbevingen die denzelfden oorsprong hebben b.v. schijnt mij te blijken, dat fotografische registreering toch nog wel iets zuiverder resultaten oplevert dan de mechanische.

Mainka's *Physik der Erdbebenwellen* vertoont in vele opzichten de kenmerken van het tijdsge wicht, waarin het werd geschreven. Om den prijs van het boek niet te hoog te maken, werd de omvang beperkt en zijn verschillende zaken slechts kort aangestipt; een uitvoerige literatuuropgave geeft den lezer gelegenheid zich nader van het behandelde op de hoogte te stellen. De verschillende hoofdstukken zijn slechts door een paar regels van elkaar gescheiden, waarin juist plaats is, om het nummer van het hoofdstuk aan te geven; de inhoudsopgave in 't begin van 't boek geeft nadere bijzonderheden van de behandelde stof.

De tijdsomstandigheden waren oorzaak dat de buitenlandsche (niet-duitsche) litteratuur der laatste jaren niet zoo in aanmerking is genomen, als anders wel het geval zou zijn geweest. Hieraan zal b.v. toe te schrijven zijn, dat de laatste kolom van Tabel 3, blz. 15 onjuist is. Het betreft hier de fasevertraging bij de galvanometrische registreering; de hiervoor door Galitzin gegeven uitdrukking is gebleken niet geheel juist te zijn, zooals door Somville in 1918 werd aangetoond.

Het werk wekt hier en daar het vermoeden met eenige haastigheid te zijn afgedrukt, waardoor soms eenig misverstand tusschen den schrijver of corrector en den zetter is overgebleven (b.v. op blz. 14, waar inplaats van:  $\tau_1/T$ ,  $\tau_1$  blijkbaar:  $\tau_1$ ,  $T$  moet staan); meestal is het misverstand wel door den lezer op te lossen. Op blz. 111 leest men: „Einige Jahre vor 1911 . . . , hier zal wel bedoeld zijn 1900 of misschien een nog vroeger jaar; reeds in 1889 was men in staat vast te stellen dat een bijzonderheid bij een registreering te Potsdam afkomstig was van een sterke aardbeving in Japan.

Het boek is hier en daar doorspekt met practische en technische opmerkingen, hetgeen het lezen veraangenaamt; deze opmerkingen zouden ook in een in uitzicht gesteld nummer der serie: „Seismische Instrumentenkunde“, van denzelfden schrijver geheel op haar plaats zijn. Het werk beantwoordt aan het doel dat de schrijver zich gesteld heeft, „eine gedrängte Zusammenfassung der bisherigen Arbeitswege und Ergebnisse der Erdbebenwellenphysik zu geben, die auch für weitere physikalisch gebildete Kreise gedacht ist.“ Zoo worden besproken seismografen en hunne opteekeningen, de seismogrammen, de verschillende soorten trillingen die opgeteekend worden, oppervlaktegolven, longitudinale en transversale trillingen (eerste en tweede voorloopers), de weg dezer stralen door het inwendige der aarde, terugkaatsing tegen het aardoppervlak, verschillende gevolgtrekkingen omtrent het inwendige der aarde, discontinuïteitsvlakken op verschillende diepten; verder methoden ter bepaling van het epicentrum eener aardbeving, geografische ligging der aardbevingsgebieden enz.

v. D.



*L. L. Campbell, Galvanomagnetic and Thermomagnetic Effects, the Hall and allied phenomena* (Monographs on Physics, edited by J. J. Thomson and F. Horton) 8°, XII, 311 p. — Longmans Green & Co., London 1923.

Het is thans 45 jaar geleden dat E. H. Hall te Baltimore ontdekte, dat een transversaal magneetveld in een geleider waardoor een stroom loopt een potentiaalverschil doet ontstaan in de richting loodrecht op stroom en veld beide. Welk een vruchtbaar veld voor onderzoek daardoor geopend werd, blijkt uit de bibliographie, die 618 verhandelingen noemt van ongeveer 380 schrijvers. Naast het Hall-effect zijn geleidelijk nog drie galvanomagnetische en vier thermomagnetische effecten ontdekt, waarvan enkele ook in een longitudinaal magneetveld optreden. Van het begin af is het groote belang ingezien dat deze verschijnselen moeten hebben voor de theorie van de geleiding van electriciteit in metalen. Maar ofschoon vrijwel alle physici van den eersten rang zich af en toe met de theorie hebben beziggehouden, moet de auteur van dit werkje verklaren, dat o.a. het verschillend teeken van het Hall-effect in verschillende metalen (en zelfs in hetzelfde metaal, bismuth, bij verschillende stand van de kristalassen) geen voldoende verklaring gevonden heeft. Hij hoopt dat het bijeenverzamen van al de vastgestelde feiten en de ontworpen theorieën ertoe zal bijdragen een en ander in overeenstemming te brengen.

Voor zoover referent kan nagaan, laat de volledigheid van de bibliografie weinig te wenschen over. Het is den schrijver zeker niet mogelijk geweest, alles in het oorspronkelijke te lezen, waardoor de vermelding van feiten en theorieën niet geheel volledig is geworden. Ook de indeeling van het boek: het streng scheiden van experimenteel en theoretisch werk, en de afzonderlijke behandeling van de acht, toch zeer verwante verschijnselen, maakt dat het geheel een eenigszins verwarrenden indruk nalaat, en men slechts af en toe in staat is te beoordeelen, in hoeverre de theorieën de feiten eenigermate getrouw weergeven. Dit neemt niet weg, dat ieder physicus die op dit gebied nieuwe onderzoekingen wil instellen er een schat van gegevens in verzameld vindt, systematisch gerangschikt, en in staat wordt gesteld tot volledige bronnenstudie.

Laat ons de hoop uitspreken, dat binnenkort een nieuwe aanval met de wapenen, die de nieuwste electron- en atoom-theorieën verschaffen, tot volledig succes zal leiden. Wie den moed opgeeft, niet E. H. Hall, die nog in 1923 een nieuwe theorie van zijn effect en enkele verwante heeft gepubliceerd. v. E.

---

## TER BESPREKING ONTVANGEN BOEKEN.

*J. Becquerel, Cours de Physique, t. I. Thermodynamique*, 419 blz., 93 fig. — J. Hermann, Paris 1924. Prijs 35 francs.

*Wiedemann-Eberts Physikalisches Praktikum*, neubearbeitet von E. Wiedemann und A. Wehnelt, 545 blz., 371 fig. — Fr. Vieweg und Sohn, Braunschweig 1924. Prijs geb. 21 Mark.

*F. Berger, Das Gesetz des Kraftverlaufes beim Stosz*, 191 blz., 67 fig. — Fr. Vieweg und Sohn, Braunschweig, 1924. Prijs geb. 12 Mark.

*Physikalisches Handwörterbuch*, herausgegeben von Berliner und Scheel, 903 blz., 573 fig. — Julius Springer, Berlin 1924. Prijs geb. 9,30 Dollar.

## STRIKVRAGEN.

Vraag XX. Wanneer men een wisselstroom van ongeveer 0.1 Ampère wil meten met een quadratischen wisselstroom-ampèremeter voor maximaal 1 Amp., is de nauwkeurigheid van de meting gering omdat de verdeelingen aan het begin van de schaal zeer dicht bij elkaar liggen. Is het mogelijk met denzelfden meter een grootere nauwkeurigheid bij het meten van dezen wisselstroom te bereiken, door eerst door het instrument een gelijkstroom van bijv. 0,9 Amp. te zenden, en vervolgens daarop de te meten kleine wisselstroom te superponeeren?

*Antwoorden en nieuwe strikvrAGEN inzenden aan het gewone adres der Redactie.*

Antwoord op vraag XVIII: *Een klein luchtbelletje zal, in het water, opstijgen met zulk een snelheid, zou men geneigd zijn te zeggen, dat de opwaartsche druk evenwicht maakt met de wrijving in het water. Echter: zonder twijfel zal overal in en aan het oppervlak van het luchtbelletje de druk even groot moeten zijn, en gelijk aan den loodrechten druk in de aangrenzende waterlaag. Hoe kan men dan spreken van een opwaartschen druk?*

In de vraag is verwaarloosd, dat de druk in het luchtbelletje tengevolge van de oppervlaktespanning niet gelijk is aan den druk in de aangrenzende waterlaag, maar aangezien het belletje een bolletje is, zal de capillariteit een constant drukverschil tusschen lucht en water geven, en de strik blijft: de druk in het water rondom loodrecht tegen het belletje lucht is overal even groot. Men heeft echter te bedenken, dat het water in beweging is, en dat daarbij wegens de viscositeit behalve de hydrostatische druk nog schuif- en drukspanningen optreden die afhangen van de partieele differentiaalquotiënten in het snelheidsveld. Dit snelheidsveld stelt zich zóó in, dat juist de hydrostatische drukverschillen rondom het belletje door de viskeuze drukspanningen worden opgeheven. Want indien dit niet het geval was, zou het water door den hydrostatischen druk de lucht opzijduwen of ervoor wijken, d.w.z. het stroomingsveld zou veranderen. De hydrostatische drukkingen brengen het water in beweging, tot in de stationaire bewegingswijze zijn inwendige wrijvingspanningen de gewichtsspanningen in evenwicht houden. Veeleer maakt dus het water voor het belletje plaats, dan dat het belletje het water opzij duwt.

In het geval van een zinkend korreltje brengt het te veel aan gewichtsspanningen, door het korreltje teweeggebracht, het water in beweging, totdat de viskeuze spanningen de hydrostatische verhoogden zooveel als noodig is om evenwicht te maken met het surplus van het gewicht van het korreltje. Door zoo'n korreltje wordt het water aan zijn oppervlak vastgehouden. Bij het luchtbelletje stroomt het water tangentieel ongehinderd langs den bol. Waar in de formule van Stokes voor de wrijvingskracht op het korrelbolletje de factor 6 staat, komt in de analoge formule bij het luchtbolletje een factor 4.

# PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

4e JAARGANG

SEPTEMBER 1924

NUMMER 9.

## OPTISCHE DOUBLETEN EN RÖNTGEN- DOUBLETEN

door D. COSTER.

In de laatste tijd heeft Landé <sup>1)</sup> in eenige publicaties de aandacht gevestigd op de groote overeenkomst die bestaat tusschen de Röntgendoubletten eener- en de optische doubletten anderzijds. De optische doubletten zijn evenals de Röntgendoubletten op formeele wijze te berekenen door middel van de formule van Sommerfeld voor de relativistische detailstructuur, in beide gevallen ontbreekt ons een dieper theoretisch inzicht in deze eigenaardigheid. <sup>2)</sup> De groote overeenkomst tusschen de Röntgentermen en de optische doublettermen komt volgens Landé in de volgende tabel duidelijk uit:

Röntgenterm	$K$	$L_I$	$L_{II}$	$L_{III}$	$M_I$	$M_{II}$	$M_{III}$	$M_{IV}$	$M_V$
$n_{kj}$	$1_{11}$	$2_{11}$	$2_{21}$	$2_{22}$	$3_{11}$	$3_{21}$	$3_{22}$	$3_{32}$	$3_{33}$
Doubletterm	$1 s$	$2 s$	$2 p_2$	$2 p_1$	$3 s$	$3 p_2$	$3 p_1$	$3 d_2$	$3 d_1$

Ofschoon het besef van een overeenkomst, zooals die in bovenstaande tabel te voorschijn komt, ongetwijfeld een stap voorwaarts beteekent tot de oplossing van de raadsels waarvoor de spectra ons stellen <sup>3)</sup> schijnt het mij toch bij de huidige stand van dit vraagstuk niet zonder belang te zijn nog eens op het principieele verschil tusschen Röntgentermen en de optische termen de nadruk te leggen.

1) A. Landé, ZS. f. Phys. 16, 391, 1923; 24, 88, 1924; 25, 46, 1924.

2) N. Bohr u. D. Coster, ZS. f. Phys. 12, 342, 1923.  
A. Landé, l.c.

3) Vergl. bv. het nut dat Millikan gehad heeft van de kennis dezer overeenkomst bij de identificatie van de uiterst-ultraviolette spectraallijnen.

De optische termen, negatief genomen, (dus  $-1s$ ,  $-2s$  enz.), karakteriseeren de energietoestanden van het aangeslagen atoom waar een electron — het optische electron — zich in een baan bevindt die in de normale toestand van het atoom onbezet pleegt te zijn; de Röntgentermen (deze positief genomen!) karakteriseeren de energietoestanden van het aangeslagen atoom waar in een overigens volledig bezette ondergroep een electron ontbreekt. Deze principieel verschillende beteekenis van optische termen en Röntgentermen komt b.v. in Landé's tabel (zie boven) hierdoor uit dat — als men de tabel van links naar rechts leest — de achterenvolgende Röntgentermen afnemen, terwijl de negatief genomen optische termen in dezelfde richting toenemen. Zoo wordt b.v. de  $K\alpha_1$  van de Röntgenspectra volgens de vroegere opvatting van Bohr uitgezonden als het atoom dat zich oorspronkelijk in de  $K$ -toestand bevindt overgaat naar de toestand  $L_{III}$ , terwijl de overeenkomstige optische lijn wordt uitgestraald bij de overgang van de toestand  $2p_1$  tot  $1s$ . Volgens de nieuwe opvatting <sup>1)</sup> wordt de  $K\alpha_1$  lijn uitgestraald door een atoom in de  $K$ -toestand, de overeenkomstige optische lijn daarentegen door een atoom in de toestand  $2p_1$ . Dat men dus zowel wat betreft de stralingsduur als wat betreft de relatieve intensiteit van de spectraallijnen door het genoemde parallelisme gemakkelijk tot verkeerde gevolgtrekkingen kan komen is zonder meer duidelijk. Maar uit een nadere beschouwing blijkt dat het schema van Landé ook nog in een ander opzicht misleidend kan zijn.

In de optische termen hangt de dubbelvoudigheid samen met de twee verschillende orientatiemogelijkheden van het springende electron ten opzichte van de rest van het atoom (tweewaardigheid van het quantagetal  $j$ , dat het totale impulsmoment van het atoom bepaalt); de veelvoudigheid van de Röntgentermen daarentegen wordt naar Bohr's opvatting ten deele veroorzaakt door de onderling verschillende oriëntatie van de overige electronen van een bepaalde ondergroep, als daar een electron uit verwijderd wordt. Terwijl dus in het optische gebied in 't algemeen slechts één electron — het springende electron — essentieel van bewegingstoestand verandert, zijn in het Röntgenspectrum meer dan één electron die dat doen.

Dit onderscheid wordt scherp uitgedrukt in het model dat

<sup>1)</sup> N. Bohr, H. A. Kramers en J. C. Slater, Phil. Mag., Mei 1924 en ZS. f. Physik 24, 69, 1924.

Landé geeft ter verklaring van de Röntgentermen. Volgens Landé kan men b.v. het optreden der beide Röntgentermen  $L_{II}$  en  $L_{III}$  op de volgende wijze verklaren: De door deze termen gekarakteriseerde energietoestanden ontstaan, de eene zoowel als de andere, wanneer een electron uit de ondergroep  $2_2$  wordt verwijderd. Van de drie overgebleven electronen van deze ondergroep vormen twee een „heliumconfiguratie” terwijl het derde het „Röntgenleuchtelektron” is, dat vanwege zijn twee oriëntatiemogelijkheden aanleiding geeft tot de tweevoudigheid  $L_{II}$ - $L_{III}$ . De door het model uitgedrukte analogie bestaat dus niet tusschen een springend electron in de Röntgenseriën en een springend electron in het optisch gebied, maar tusschen 't zgn. „Röntgenleuchtelektron” en een springend electron in het optische gebied. Bij de emissie van een Röntgenlijn valt er dus niet alleen te letten op de veranderingen die met het springende electron gebeuren maar ook op de oriëntatiemogelijkheden van het „Röntgenleuchtelektron” van de begintoestand zoowel als van dat van den eindtoestand. Men kan dus niet a priori verwachten dat selectieregelen van het optisch gebied (onderste regel van de tabel) zonder meer ook op het Röntgengebied (bovenste regel van de tabel) toegepast kunnen worden. Er is ons op 't oogenblik althans één voorbeeld bekend waar de analogie niet opgaat: in het Röntgengebied mag het hoofdquantagetal  $n$  niet constant blijven <sup>1)</sup>; een overeenkomstige selectieregel bestaat niet voor het optische gebied.

1) D. Coster, Phil. Mag. 43. 1070. 1922.

#### AANTEEKENING BIJ BOVENSTAANDE OPMERKINGEN

door P. EHRENFEST.

Men kan zich de opmerkingen van den heer Coster misschien — althans voor zoover betreft het door Landé geschetste model — bijzonder gemakkelijk duidelijk maken door middel van de volgende symboliek:

$$K = [-1_1 - 1_1 + 1_1' + \infty],$$

$$L_I = [-2_1 - 2_1 + 2_1' + \infty],$$

$$L_{II} [-2_2 - 2_2 + 2_2' + \infty], \quad L_{III} = [-2_2 - 2_2 + 2_2'' + \infty];$$

$$M_I = [-3_1 - 3_1 + 3_1' + \infty],$$

$$M_{II} = [-3_2 - 3_2 + 3_2' + \infty], \quad M_{III} = [-3_2 - 3_2 + 3_2'' + \infty],$$

$$M_{IV} = [-3_3 - 3_3 + 3_3' + \infty], \quad M_V = [-3_3 - 3_3 + 3_3'' + \infty],$$

enz. Hierbij drukt bv. het symbool voor  $L_{III}$  in de geest van het model van Landé uit: twee van de vier electronen die in het normale geval de groep  $2_2$  vormen, zijn daaruit verwijderd, het eene is naar  $\infty$  vertrokken, het andere is als „Röntgenleuchtelektron” op een baan  $2_2''$  gebracht (bij  $L_{II}$  op een baan  $2_2'$ ). Deze symbolen geven uitdrukking aan:

1e. het parallelisme in de doubletten  $L_{III} - L_{II} \rightarrow 2_2'' - 2_2'$ ,  $M_{III} - M_{II} \rightarrow 3_2'' - 3_2'$ , enz., daarentegen ook aan

2e. de onvolkomenheid van de analogie in de niveaus  $L_I \rightarrow 2_1'$ ,  $L_{II} \rightarrow 2_2'$ ,  $L_{III} \rightarrow 2_2''$  enz., ja zelfs, zooals de heer Coster aantoonst het gevaarlijke in deze naast-elkaar-plaatsing wat betreft selectieregels en intensiteitsquaesties. Een Röntgenniveau hoort nu eenmaal bij een veel gecompliceerder bewegingswijze van het aangeslagen atoom dan een optisch niveau.

#### NOG EENE AANTEEKENING

door A. D. FOKKER.

Volkomen terecht stelt de heer Coster in het licht, dat men zich nog wel een oogenblik mag rekenschap geven van wat men doet, indien men de analogie poneert van optische en X-stralendoubletten en de desbetreffende „termen” op de manier, die hierboven geciteerd is. Inderdaad is er verschil. In het optische gebied lijkt het natuurlijk, dat de uitgezonden straal, en de intensiteit, m.a.w. de waarschijnlijkheid waarmede de uitzending geschiedt, afhangt van de bewegingswijzen, zoo vóór als na de lichtuitzending, van het electron dat bij die lichtuitzending van bewegingswijze verandert en aldus met een schijn van recht als het „stralende” electron mag worden aangezien. In het X-stralen-gebied zou de frequentie van de straling, eventueel de intensiteit, bepaald moeten worden door eigenaardigheden in de bewegingswijzen, niet van het electron dat van plaats verandert, maar van een ander electron vóór de uitstraling, en van een derde electron na de uitstraling.

Toch kan ik niet zoo onder den indruk komen van het gevaarlijke, zeg het ongeoorloofde van de analogie wat betreft beperkingsregels en intensiteitskwesities. Ik geloof dat men de geopperde bezwaren van de heeren Coster en Ehrenfest minder zal laten wegen, indien men bedenkt, dat de straling een zaak is van

het geheele atoom, en niet van een bepaald aanwijsbaar electron op zich zelf.

Men denke zich een kaliumatoom aangeslagen, zóó dat het buitenste electron van zijn  $4_1$ - in een  $7_3$ -bewegingswijze is gekomen. Wij hebben nu een aantal afgesloten electronengroepen (de één-quantsgroep, de twee twee-quantsgroepen van  $4 \times 2_1$  en  $4 \times 2_2$ , de twee drie-quantsgroepen van  $4 \times 3_1$  en  $4 \times 3_2$ ) die zelf geen aanleiding geven tot stralingen, en dus in de gemeenschap van het atoom niet meer mededoen wat betreft beperkingsregels, intensiteit. Immers, dat zal men toch als de beteekenis van het „afgesloten” zijn eener groep moeten opvatten. Behalve de afgesloten groepen is er één electron vrijgezel. Wij nemen gereedelijk aan dat dit electron aan het atoom het wisselend electrisch moment geeft, dat effectief is in het, conform het correspondentiebeginsel, bepalen van beperkingsregels en intensiteiten.

Men denke zich een ander kaliumatoom aangeslagen, dusdanig, dat een der  $2_2$ -electronen geheel verwijderd wordt. Volgens de opvatting van Landé, die misschien meer gespecialiseerd is dan, maar niet in strijd is met de door den heer Coster geciteerde opvatting van Bohr, zullen de overige 3 electronen der tweede twee-quantsgroep zich voegen tot een afgesloten paar van twee, (op de manier van een helium-electronenpaar afgesloten), en dan nog een alleenling. In het atoom hebben we thans, behalve afgesloten groepen, die uit hoofde van hun geslotenheid geen beperkingsregels meer determineeren, twee enkelingen. Een daarvan is het vierquants-electron aan den buitenkant. Dit zal bijdragen tot het wisselend electrisch moment van het atoom dat de kansen bepalen zal voor het inpalmen van een electron, dat zich met het aanwezige koppelen zou tot een heliumconfiguratie, — indien niet de kansen op iets anders veel grooter waren. Want de tweede enkeling zal eveneens het electrisch moment van het atoom als geheel doen wisselen, en daarmee correspondentiegetrouw kansen scheppen, grooter dan die van daareven, voor andere atoom-evoluties, gepaard met X-straling.

Is er nu zooveel verschil tusschen een fluctueerend electrisch moment, aan een atoom verschaft door een onbevredigd electron aan den buitenkant, of door een onbevredigd electron binnen de hulzen der afgesloten groepen, indien men de uitstraling als daad ziet van het geheele atoom en niet van een bepaald electron?

OVER DEN NAGALM<sup>1)</sup>

door A. D. FOKKER.

Voor de akoestiek is de duur van den nagalm in eene gehoorzaal van groote beteekenis. De eerste proeven, die Sabine wijdde aan de akoestiek, waren een onderzoek naar den samenhang tusschen de hoeveelheid geluidabsorbeerend materiaal in eene kamer en den duur van den nagalm, en hij slaagde erin, uit de resultaten van die proeven tot bepaalde conclusies te komen. In de eerste plaats deze, dat in een gegeven zaal de duur van den nagalm omgekeerd evenredig is met het geluidabsorbeerend vermogen van de wanden en van den inhoud, en in de tweede plaats, dat voor verschillende zalen, ceteris paribus, de nagalm evenredig duurde met het volumen der zaal. Het resultaat van zijn onderzoekingen ligt in de empirische formule

$$T = 0,167 \frac{V}{A}.$$

Deze formule vereischt nog eenige toelichting. In de eerste plaats mogen wij de beteekenis van  $T$ , den duur van den nagalm, nog wel beter omschrijven. Immers, indien de nagalm is het tijdsverloop, gedurende hetwelk wij nog geluid hooren nadat een aanhoudende geluidsbron van constante sterkte plotseling volkomen gedempt werd, dan zal dit tijdsverloop in elk geval afhankelijk moeten zijn van de sterkte van die geluidsbron, of beter gezegd, van de aanvankelijke geluidssterkte in de zaal. De geluidsintensiteit, de geluidsenergie per volumeneenheid, zal na het staken ongetwijfeld exponentieel afnemen:

$$I = I_0 e^{-Bt},$$

en de afneming tot een bepaalde nog juist hoorbare drempelwaarde van de geluidssterkte zal een langer tijdsverloop in beslag nemen naarmate de beginwaarde groter is. De proeven werden eerst genomen met een bepaalde orgelpijp, die, lang genoeg aan-geblazen, een willekeurige intensiteit gaf. Later bepaalde Sabine de verhouding van deze intensiteit tot de drempelwaarde, en hij corrigeerde de resultaten in dier voege, dat voor den duur van den nagalm gerekend wordt het tijdsverloop waarin de geluidssterkte afneemt tot een millioenste van haar beginwaarde. Een

<sup>1)</sup> Voorgedragen in de vergadering der Ned. Natuurk. Vereeniging, 27 September 1924.



millioen is ongeveer  $2^{20}$ ; voor den nagalm wordt dus gerekend ongeveer twintig maal de verhalvingstijd. De neperiaansche logarithme van 1 000 000 is 13,816, zoodat

$$I = I_0 e^{-\frac{13,816}{T} t},$$

of

$$\frac{dI}{dt} = -\frac{13,816}{T} I = -BI.$$

De aldus gedefinieerde nagalm wordt uit Sabine's empirische formule in seconden gevonden, indien men  $V$ , het volumen der zaal, uitdrukt in kubieke meters, en het absorbeerend vermogen  $A$  in een typisch gekozen eenheid, nl. in vierkante meters open raam. Een open raam mag, indien er buiten geen belendende huizen of boomen zijn die geluid terugkaatsen, geacht worden al de geluidsenergie door te laten, te absorbeeren, gelijk een zwart lichaam het licht, dat erop valt. Indien de zaal nu  $N$  m<sup>2</sup> van een wandoppervlak heeft, dat bij het terugkaatsen een breukdeel  $a$  der energie absorbeert, dan zal het absorbeerend vermogen van dat wandoppervlak zijn  $Na$  open-raam-eenheden.

Men kan zich afvragen, of Sabine's empirische formule ook kan worden teruggevonden uit theoretische overwegingen, en het doel van dit opstel is, in enkele eenvoudige, opzettelijk vereenvoudigde gevallen, dat na te gaan.

Als eerste voorbeeld kiezen wij een bol, met straal  $R$ , en verbeelden ons in het centrum een geluidsbron, die een geluidsenergie  $E$  per seconde isotroop de ruimte inzendt. De geluidsgolven moeten door den bolwand niet diffuus, maar spiegelend teruggekaatst worden, zoodat zij weer door het centrum heen loopen als door een brandpunt. De alhier aanwezige geluidsbron moge die golven in niets hinderen. De golven loopen ongestoord door, en verliezen alleen bij de reflecties aan den wand een breukdeel  $a$  van haar energie.

Indien de geluidsbron, zeg een orgelpijp, wordt aangeblazen, zal de bolruimte zich vullen met een zekere hoeveelheid geluidsenergie. Om deze hoeveelheid te vinden, op een bepaald moment  $t$ , kan men bedenken, dat de energie, uitgezonden tusschen  $t - R/v$  en  $t$ , (als  $v$  de geluidssnelheid is), nog ongerept is; voorts dat de energie

$E$   $2R/v$ , uitgezonden tusschen  $t - 3R/v$  en  $t - R/v$ , één keer een terugkaatsing met een verlies  $a$  heeft ondergaan, en zoo vervolgens, zoodat de energie-inhoud van den bol is

$$U = E \left[ \frac{R}{v} + (1-a) \frac{2R}{v} + (1-a)^2 \frac{2R}{v} + \dots + (1-a)^n \frac{2R}{v} + \dots \right].$$

Men kan ook zeggen, dat er in de ruimte onderweg is een ongerepte energiestroom  $E$ , en een (deels ééns, deels meermalen) gereflecteerde energiestroom  $E^1$ , en dat in den stationairen toestand hetgeen van den wand terugkomt,  $E^1$ , een bepaald breukdeel is van hetgeen erop valt, d.i.  $E + E^1$ , zoodat

$$E^1 = (1-a)(E + E^1),$$

$$E^1 = \frac{1-a}{a} E.$$

De ongerepte stroom  $E$  loopt vrij gedurende  $R/v$ , en de gespiegelde loopt vrij gedurende  $2R/v$  voor hij weer gespiegeld wordt, zoodat er in het geheel onderweg is de energie-inhoud van den bol

$$U = \frac{R}{v} E + \frac{2R}{v} \frac{1-a}{a} E,$$

$$U = E \frac{R}{v} \frac{2-a}{a}.$$

Hoeveel van deze energie is nog aanwezig op een of ander tijdstip na het sluiten van de geluidspijp? Indien dit  $\tau = (p + \frac{1}{2}) 2R/v$  ligt na de afsluiting, is er een energie over

$$\begin{aligned} U_p &= E \left\{ (1-a)^{p+1} \frac{2R}{v} + (1-a)^{p+2} \frac{2R}{v} + \dots \right\}, \\ &= \frac{(1-a)^{p+1}}{a} \frac{2R}{v} E. \end{aligned}$$

Voor  $\tau = T$  moet dit zijn een millioenste van de begin-intensiteit, dus

$$\frac{(1-a)^{p+1}}{a} \frac{2R}{v} E = E \frac{R}{v} \frac{2-a}{a} \times \frac{1}{1\,000\,000},$$

$$p+1 = \frac{\ln(1 - \frac{1}{2}a) - 13,816}{\ln(1-a)},$$

en de nagalm wordt

$$T = (p + \frac{1}{2}) \frac{2R}{v} = \frac{2R}{v} \left\{ \frac{\ln(1 - \frac{1}{2}a) - 13,816}{\ln(1 - a)} - \frac{1}{2} \right\}.$$

Uit deze vergelijking zal meestal voor  $p$  niet een geheele waarde volgen. Men vindt dan dus twee grenzen waarbinnen  $T$  ligt.

Wij willen echter, liever dan dit fijner uit te werken, gebruik maken van een vereenvoudigende onderstelling, namelijk deze dat de absorptiecoëfficiënt klein is. Dan mag voor  $\ln(1 - a)$  geschreven worden  $-a$ , en tusschen de haken valt de term  $-\frac{1}{2}$  in het niet bij den anderen term. Voorts  $\frac{1}{2}a$  verwaarloozende bij 13,816 krijgen wij aldus

$$T = \frac{2R}{v} \cdot \frac{13,8}{a}.$$

Het volumen van den bol is  $V = \frac{4}{3} \pi R^3$ ; het absorptievermogen dat hier in het spel is bedraagt  $4 \pi R^2 \cdot a$ . Dit in de formule zettende, krijgen wij

$$T = \frac{6 \times 13,8}{v} \frac{V}{A},$$

of met  $v = 340$  m/sec :

$$T = 0,243 \frac{V}{A}.$$

In dezelfde onderstelling, dat  $a$  klein is, kan men tot dit resultaat ook op andere wijze geraken. Want die onderstelling houdt in, dat de geluidsenergie exponentieel afneemt, en dan is de nagalm verbonden met het logarithmisch decrement  $B$  uit de formule

$$\frac{dU}{dt} = -B U$$

door de betrekking

$$T = \frac{13,8}{B}.$$

Indien dan  $a$  klein is, bevat de bol bij een constanten toevloed van geluidstroom  $E$  een geluidsinhoud

$$U = E \frac{2R}{v a}.$$

Bij dezen geluidsinhoud is de geabsorbeerde geluidstroom gelijk aan

$$B U = E.$$

Zoo vinden wij aanstonds voor den nagalm binnen den bol

$$T = \frac{13,8}{B} = 13,8 \frac{2R}{v a} = 0,243 \frac{V}{A},$$

als te voren.

Een variant op dit geval is dat van een *halven bol*, waar de geluidsbron zich in het centrum van den vlakken wand bevindt. Het verschil ligt hierin, dat er twee maal zoo vaak, met tusschenpoozen  $R/v$  inplaats van  $2R/v$ , terugkaatsing der golven plaats heeft. De nagalm duurt nu

$$T = 13,8 \frac{R}{v a}.$$

Het volumen der ruimte is nu  $V = \frac{2}{3} \pi R^3$ , en het absorbeërend vermogen  $(\pi R^2 + 2 \pi R^2) a = A = 3 \pi R^2 a$ . Daardoor wordt nu

$$T = \frac{9 \cdot 13,8}{2} \frac{V}{v A},$$

$$T = 0,183 \frac{V}{A}.$$

Als tweede geval beschouwen wij dat van een *cylindrische kamer*, met een cirkelvloer, diameter  $2r$ , en een hoogte  $2h$ . In het midden, halverhoogte, zij een bron van een geluidstroom  $E$ . Indien wij een geluidstraal volgen, die uitgezonden wordt in een richting die een hoek  $\Theta$  maakt met de verticaal, dan zal die straal op tijdstippen

$$\frac{h}{v \cos \Theta}, \frac{3h}{v \cos \Theta}, \frac{5h}{v \cos \Theta}, \dots$$

na de uitzending teruggekaats worden aan de zoldering of aan den vloer, en op de tijdstippen

$$\frac{r}{v \sin \Theta}, \frac{3r}{v \sin \Theta}, \dots$$

na uitzending teruggekaats worden aan den cylinderwand.

Deze twee reeksen van tijdstippen volgen elkander in een onregelmatige onoverzichtelijke afwisseling. Om uit het energieverlies bij de opeenvolgende terugkaatsingen beter te kunnen besluiten tot den geluidsinhoud die op rekening komt van een bundel van zulke stralen, uitgezonden binnen een kleine kegelopening, willen wij anders te werk gaan.

Inplaats van de herhaalde reflecties te beschouwen, willen wij aannemen dat de geluidstraal in zijn eigen richting doorloopt in een absorbeerend medium, dat zijn intensiteit geleidelijk verzwakt in zulk een mate als ook, gemiddeld, geschieden zou bij de terugkaatsingen.

Gemiddeld valt op een stuk weg  $s_1 = 2h/|\cos \theta|$  een terugkaatsing van vloer of zoldering, dus een verzwakking tot  $(1 - a)$  van de beginintensiteit. Indien nu is

$$1 - a = e^{-a'},$$

dan komt deze absorptie overeen met een absorptiecoëfficiënt

$$\mu_1 = \frac{a'}{s_1} = \frac{a' \cos \theta}{2h}.$$

Op dezelfde manier komt de absorptie bij reflecties op afstanden  $s_2 = 2r/\sin \theta$  langs den straal gemiddeld overeen met een continue absorptie, met een coëfficiënt

$$\mu_2 = \frac{a'}{s_2} = \frac{a' \sin \theta}{2r}.$$

De bundel binnen  $d\omega$  uitgezonden wordt dus verzwakt alsof er een absorptiecoëfficiënt was

$$\mu = a' \left( \frac{|\cos \theta|}{2h} + \frac{\sin \theta}{2r} \right).$$

Indien er geen absorptie was, zouden wij in dien bundel in een element gelegen tusschen  $s$  en  $s + ds$  van de geluidsbron, hebben een geluidsenergie

$$E \frac{d\omega}{4\pi} \frac{ds}{v}.$$

Thans is dit

$$E \frac{d\omega}{4\pi} e^{-\mu s} \frac{ds}{v}.$$

De totale energie der geluidsstralen, binnen  $d\omega$  uitgezonden, is dus

$$\frac{E d\omega}{v 4 \pi} \int_0^{\infty} e^{-\mu s} ds = \frac{E d\omega}{v 4 \pi \mu}.$$

Den totalen energieïnhoud der kamer vinden wij door integratie over alle kegelopeningen, dus

$$\begin{aligned} U &= \frac{E}{4 \pi v} \int \frac{d\omega}{\mu}, \\ &= \frac{E}{4 \pi v} \int_0^{\pi} \frac{2 \pi \sin \Theta d\Theta}{\alpha' \left( \frac{|\cos \Theta|}{2h} + \frac{\sin \Theta}{2r} \right)}, \\ &= \frac{E}{v \alpha'} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin \Theta d\Theta}{\frac{\cos \Theta}{2h} + \frac{\sin \Theta}{2r}}. \end{aligned}$$

De integratie kan worden uitgevoerd, en wij krijgen

$$U = \frac{E}{v \alpha'} \cdot \frac{hr}{h^2 + r^2} \left[ \pi h - 2r \log \frac{h}{r} \right].$$

Er is een duidelijke asymmetrie tusschen hoogte en diameter der kamer in deze formule, die een frappant verschil geeft in den geluidsinhoud voor een oneindig lange schacht, of voor een kamer met eindige hoogte maar onbegrensde zijdelingsche uitgestrektheid. In het eerste geval wordt de kegelopening der stralen, die pas in het oneindige de wanden treffen, oneindig klein als  $1/h^2$ , in het tweede geval wordt die kegelopening oneindig klein als  $1/r$ . In een oneindig lange schachtkoker zou in den stationairen toestand de energieïnhoud eindig zijn; tusschen oneindige zoldering en vloer zou een oneindige energie bevat zijn.

Laat ons als een bepaald geval nemen een *cylindrische kamer met gelijke hoogte en diameter*:

$$2h = 2r = 2a,$$

en laat ons wederom ter vereenvoudiging aannemen dat de absorptiecoëfficiënt der wanden niet te groot is, dan dat men mag stellen

$$\alpha' = -\log(1 - \alpha) = \alpha,$$

dan kunnen wij weer opmerken, dat waar thans de geluidsinhoud bij stationair aanblazen is

$$U = \frac{E}{v\alpha} \cdot \frac{\pi a}{2},$$

de absorptie van geluid gelijk is aan de productie  $E$ , dus

$$BU = E,$$

en voor den nagalm vinden wij

$$T = \frac{13,8}{B} = \frac{\pi 13,8 a}{2 v \alpha}.$$

Het volumen der kamer is hier  $V = 2\pi a^3$ , en het absorbeërend vermogen  $\alpha(2 \cdot \pi a^2 + 2\pi a \cdot 2a) = A = 6\pi a^2$ , zoodat hier de theoretische nagalmformule wordt

$$T = \frac{3\pi 13,8 V}{2 v A},$$

of, met  $v = 340$  m/sec:

$$T = 0,191 \frac{V}{A}.$$

Als variant kunnen wij een *half cilindrische kamer* nemen, met de geluidsbron in het midden van den platten wand, Dit verdubbelt het aantal reflecties, en de daarmee gepaard gaande absorptie, aan de verticale wanden. In onze uitkomst moet dus voor  $2r$  in de plaats komen  $r$ , en wij krijgen

$$U = \frac{E}{v\alpha'} \frac{2hr}{4h^2 + r^2} \left[ \pi h - r \log \frac{2h}{r} \right].$$

Laat nu in de half cilindrische kamer de *hoogte*  $2h$  gelijk zijn aan den *straal*

$$2h = r = a,$$

dan wordt, met  $\alpha' = \alpha$ ,

$$U = \frac{E}{v\alpha} \cdot \frac{\pi a}{4}.$$

Thans is het volumen  $V = \frac{1}{2} \pi a^3$ , en het absorbeerend vermogen  $A = a (2 \frac{\pi}{2} a^2 + \pi a^2 + 2 a^2) = a (2 \pi + 2) a^2$ , en de nagalmformule wordt

$$T = \frac{13,8}{B} = \frac{\pi 13,8 a}{4 v a}$$

$$= \frac{(2 \pi + 2) 13,8 V}{2 v A}$$

$$T = 0,168 \frac{V}{A}.$$

Wij kunnen nog aantekenen, dat in deze en in de vorige kamer, het op de berekening geen invloed heeft, bij de gevolgde benadering, of de geluidsbron hooger of lager geplaatst wordt.

Ook in het geval van een *rechthoekige kamer*, van de afmetingen  $2a$ ,  $2b$ ,  $2c$ , zullen wij denzelfden kunstgreep toepassen en inplaats van de absorptie bij de terugkaatsingen aan de wanden denken aan een gelijkmatige absorptie van het geluid in een onbegrensde ruimte. Indien een geluidstraal binnen de kleine kegelopening  $d\omega$  telkens tusschen twee terugkaatsingen aan zoldering en vloer, voor- en achterwand, linker- en rechterzijmuur aflegt de einden  $2h$  resp.  $2k$  en  $2l$ , en bij elke reflectie een fractie  $a$  zwakker wordt, en afneemt tot

$$1 - a = e^{-\alpha'}$$

van wat hij vóór de reflectie was, dan kunnen wij deze verzwakkingen bij benadering reproduceeren door een continue absorptie met een coëfficiënt

$$\mu = \alpha' \left( \frac{1}{2h} + \frac{1}{2k} + \frac{1}{2l} \right).$$

De energie die bij stationaire geluidsvoortbrenging  $E$  stroomende is binnen den stralenbundel  $d\omega$  kan men wederom stellen op

$$E \frac{d\omega}{4\pi} \int_0^{\infty} \frac{ds}{v} e^{-\mu s} = \frac{E}{v} \cdot \frac{d\omega}{4\pi} \cdot \frac{1}{\mu}.$$

Indien deze uitkomst nog eens naar  $d\omega$  wordt geïntegreerd, vinden wij den geluidsinhoud van onze rechthoekige kamer.

Neem daartoe aan, dat de geluidsbron in het midden halverhoogte de kamer is; laat  $2c$  de hoogte zijn, en neem het midden



der zoldering als oorsprong van X- en Y-as, die evenwijdig loopen aan de ribbe  $2a$  en de ribbe  $2b$ .

Beschouw de kegelopening  $d\omega$  bij de geluidsbron die onder-spannen wordt door een element  $dx dy$  van de zoldering. De afstand tot de geluidsbron is  $\sqrt{c^2 + x^2 + y^2}$ , en de cosinus van den hoek tusschen de stralen en de normaal van het element is  $c/\sqrt{c^2 + x^2 + y^2}$ , zoodat de kegelopening bedraagt

$$\begin{aligned} d\omega &= \frac{dx dy}{c^2 + x^2 + y^2} \cdot \frac{c}{\sqrt{c^2 + y^2 + x^2}}, \\ &= \frac{c}{\sqrt{c^2 + x^2 + y^2}^3} dx dy. \end{aligned}$$

Wat nu de stukken betreft, op een straal binnen  $d\omega$  afgesneden door de overstaande vlakken der kamer, allereerst vinden wij voor het stuk tusschen plafond en vloer:

$$2l = 2\sqrt{c^2 + x^2 + y^2},$$

en door dit te verlengen in de verhouding  $a/x$ , resp.  $b/y$ , krijgen wij de stukken tusschen de andere vlakkenparen:

$$2h = 2\frac{a}{x}\sqrt{c^2 + x^2 + y^2}, \quad 2k = 2\frac{b}{y}\sqrt{c^2 + x^2 + y^2}.$$

Dit leidt ons tot een substitutie-absorptiecoëfficiënt van deze stralen van

$$\mu = \frac{a'}{2\sqrt{c^2 + x^2 + y^2}} \left( \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + 1 \right).$$

De geluidsenergie van de stralen, uitgezonden naar een kwart gedeelte ( $a \times b$ ) van de zoldering, bedraagt dus

$$\frac{E}{4\pi v} \int \frac{d\omega}{\mu} = \frac{E}{4\pi v} \int_0^a \int_0^b dx dy \frac{2c}{a' \left( c^2 + x^2 + y^2 \right) \left( 1 + \frac{x}{a} + \frac{y}{b} \right)}.$$

Vervangen wij hierin eerst  $abc$  door  $bca$  en vervolgens door  $cab$ , dan krijgen wij bij optelling de energie der stralen, uitgezonden binnen een octant. De totale geluidsinhoud der kamer wordt dus nog acht maal zoo groot:

$$U = \frac{4E}{\pi v a'} \left[ \int_0^a \int_0^b dx dy \frac{c}{(c^2 + x^2 + y^2) \left(1 + \frac{x}{a} + \frac{y}{b}\right)} + \text{cycl.} \right]$$

Voor een kubische kamer, met  $a = b = c$  wordt dit

$$U = \frac{12E}{\pi v a'} a \int_0^1 \int_0^1 \frac{d\xi d\eta}{(1 + \xi^2 + \eta^2)(1 + \xi + \eta)}.$$

Een numerieke becijfering van den integraal leverde op 0,333, zoodat  $U$  wordt

$$U = \frac{E}{v a'} \cdot \frac{4}{\pi} a.$$

Bij dezen geluidsinhoud is de absorptie  $BU = E$ , en de te verwachten nagalm wordt in dit geval, als vroeger

$$\begin{aligned} T &= \frac{13,8}{B}, \\ &= \frac{4 \cdot 13,8}{\pi v} \frac{a}{a'}. \end{aligned}$$

Indien  $a$  klein is, zoodat  $a' = -\log(1 - \alpha) = \alpha$  mag gesteld worden, kunnen wij hier weer invoeren het volumen der kamer  $V = 8a^3$ , en het absorptievermogen  $A = 24a^2\alpha$ .

Daarmede vinden wij

$$T = \frac{12}{\pi} \cdot \frac{13,8}{v} \frac{V}{A},$$

of, bij  $v = 340$  m/sec. :

$$T = 0,156 \frac{V}{A}.$$

Bij onze manier van berekenen maakt het geen verschil, waar in de kamer wij de geluidsbron geplaatst denken.

Wij hebben nu in een aantal gevallen het verband tusschen nagalm, volumen, en absorptievermogen van kamers nagegaan. Wij hebben alleen op spiegelende reflectie gelet, en wij hebben aangenomen dat evenmin bij de ongelijke verzwakking van naburige

geluidstralen energie van den sterkeren in den verzwakten zou overgaan door iets als diffractie. Wij hebben de absorptie onafhankelijk van den invalshoek gesteld. Den invloed van het absorptievermogen van in de vertrekken geplaatste voorwerpen hebben wij in het geheel niet beschouwd.

Het blijkt, dat de factor van Sabine in de verschillende gevallen nogal uiteenlopende waarden aanneemt. Zonderen wij het geval van den geheelen bol (met zijn grooten factor 0,243) uit, daar dit een zeer ongebruikelijke vorm van zaal is en voor een excentrische plaatsing van de geluidsbron de nagalm korter zou uitvallen, dan nog vertoonen de factoren 0,183; 0,191; 0,168; 0,156 een aanmerkelijke verscheidenheid. Wellicht zouden bij inachtneming van bovengenoemde punten de getallen minder ver uiteenloopen, maar bij slot van rekening ziet het er naar uit, dat wij den factor 0,167 van Sabine te beschouwen hebben als een empirisch gemiddelde voor de gevallen die zich in de practijk het vaakst voordoen.

#### Summary.

The numerical factor occurring in Sabine's empirical formula connecting reverberation, volume, and absorbing power of a room,  $T = 0,167 V/A$ , has been calculated for some special shapes of the room from theoretical considerations. The results (0,183; 0,191; 0,168; 0,156) point to show, that this factor must depend on the shape of the room in as much as the absorption by the walls is concerned, so that Sabine's number has to be regarded as a mean for the cases usually met in practice.

---

## PHASESPRONG IN HET BRANDPUNT.

Demonstratie door mej. W. A. Lub namens den Heer P. Zeeman, gehouden in aansluiting aan een artikel en een voordracht van den Heer A. D. Fokker in de vergadering der Ned. Natuurk. Ver. op 31 Mei 1924.<sup>1)</sup>

Om den phasesprong in het brandpunt te demonstreeren, werd gebruikt de opstelling, aangegeven door Prof. Zeeman in de Versl. Kon. Ak. Asd., Deel 6, 1897, pg. 11.

---

<sup>1)</sup> Zie *Physica* 3. 334. 1923; 4. 166. 1924.

Gebruikt werd een planconvexe lens van kalkspaat, zoodanig geslepen, dat de kristallographische as ligt in het voorvlak der lens. Een dergelijke lens heeft 2 brandpunten, één voor de gewone stralen en één voor de buitengewone stralen. Men krijgt nu het volgende:

De gewone stralen passeeren het eerst hun brandpunt en krijgen in dat brandpunt een faseversnelling van  $\frac{1}{2} \lambda$ . In het gebied tusschen de beide brandpunten bestaat er dus een faseverschil van  $\frac{1}{2} \lambda$  tusschen de gewone en de buitengewone straal. Voorbij het brandpunt van de buitengewone stralen hebben deze ook een phasesprong van  $\frac{1}{2} \lambda$  gehad, en de toestand is, zooals die was, vóór het passeeren der brandpunten.

Teneinde dit faseverschil van de gewone en de buitengewone straal aan te toonen, wordt de kalkspaat-lens geplaatst tusschen 2 gekruiste nicols, zóó dat de kristallographische as van de lens hoeken van  $45^\circ$  maakt met die van de nicols. Was de lens heel dun, dan zouden we zien een systeem concentrische ringen. Om een goed ringsysteem te krijgen en toch de lens niet heel dun te maken, wordt achter de lens een kalkspaat-plaat gezet, die ook de kristallographische as heeft in het voorvlak. De as wordt zóó gericht, dat deze die van de lens  $\perp$  kruist. Door de plaat meer of minder te laten hellen, kunnen we elk willekeurig faseverschil tusschen gewone en buitengewone stralen krijgen, wat dus hierop neer komt, dat we uit kunnen gaan van een systeem met zwart of met wit middelpunt, al naar wij wenschen.

Het ringsysteem wordt waargenomen met behulp van een loupe. Wordt nu vlak achter de 2de nicol waargenomen een ringssysteem met *wit* middelpunt, dan blijft dit zoo als we de loupe achteruit schuiven, totdat het eerste brandpunt gepasseerd is. De phasesprong van  $\frac{1}{2} \lambda$  doet zich gelden, en waargenomen wordt een ringsysteem met *zwart* middelpunt. Voorbij het 2de brandpunt hebben, en de gewone, en de buitengewone stralen een faseversnelling gehad, en dus vinden we in het gebied voorbij het tweede brandpunt weer de ringen met *wit* middelpunt.

Als lichtbron werd gebruikt een wolframbooglampje, waarvoor een scherm geplaatst was, met een kleine opening (doorsnede 0.4 mm). Om de ringen goed te kunnen waarnemen werd gewerkt met monochromatisch licht.

Met deze zelfde opstelling kan ook aangetoond worden de phasesprong van  $\frac{1}{4} \lambda$  in een brandlijn. Daartoe werd achter de

2de nicol een cylinderlens geplaatst. In plaats van de 2 brandpunten heeft men nu vier brandlijnen.

Is b.v. de volgorde der brandlijnen aldus: 1ste brandlijn gewone stralen, — 2de brandlijn gewone stralen. — 1ste brandlijn buitengewone stralen, — 2de brandlijn buitengewone stralen, dan ziet men, indien men zich met een loupe van de cylinderlens af beweegt, 't volgende: eerst een ellipsvormig ringssysteem met b.v. wit middelpunt, eerste brandlijn, hyperboolachtige figuur met een middenruimte die iets verlicht is. Geeft men nu door middel van een  $\frac{1}{4}\lambda$  plaatje de gewone stralen nog een phaseversnelling van  $\frac{1}{4}\lambda$  t. o. v. de b.g. stralen erbij, dan wordt dit middengebied donker, wat wijst op een phaseverschil van  $\frac{1}{2}\lambda$ . De phasesprong in de brandlijn moet dus  $\frac{1}{4}\lambda$  geweest zijn. Verschuift men de loupe nu verder van de cylinderlens af, dan ziet men: de tweede brandlijn, — ellipsvormige interferentiefiguur met zwart middelpunt (gew. straal is nu  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}\lambda$  vóór), — derde brandlijn, — hyperboolachtige figuur, weer met een middengedeelte dat nog iets verlicht is, en dat zwart wordt indien men  $\frac{1}{4}\lambda$  plaatje toevoegt, vierde brandlijn, ellipsen met wit middelpunt.

Door cylinderlenzen van verschillende sterkten te gebruiken, kan men nog een andere opeenvolging van de verschijnselen krijgen.

Zoo kan de volgorde der brandlijnen, wanneer men zich met de loupe van de kalkspaatlens af beweegt, ook aldus zijn: Horizontale brandlijn gewone straal, horizontale brandlijn b.g. straal, verticale brandlijn gew. straal en verticale brandlijn b.g. straal.

Waargenomen wordt nu: ellipsvormig ringsysteem met b.v. zwart middelpunt; na 't passeeren der 1ste brandlijn, een hyperboolachtige figuur; na de 2de brandlijn, weer ellipsvormige interferentiefiguur, weer met zwart middelpunt, daar nu èn de gewone èn de buitengewone stralen een phasesprong van  $\frac{1}{4}\lambda$  gehad hebben.

---

## BOEKBESPREKING.

*J. J. van Laar. Die Zustandsgleichung von Gasen und Flüssigkeiten mit besonderer Berücksichtigung der Veränderlichkeit der Werte von  $a$  und  $b$ , des kritischen Zustandes und der Theorie der Dampfspannungskurven. Leipzig, 1924, 386 pp. — Ingen. f 9,10, geb. f 10.20.*

Men moet den schrijver ervoor dankbaar zijn, dat hij in dit werk een groot deel der opstellen, die hij gedurende meer dan dertig jaar op het gebied der

toestandsvergelijking en wat daarmee samenhangt, het licht heeft doen zien, tot een organisch geheel verwerkt heeft.

In het bijzonder hebben nu de opstellen over het in eerste benadering additieve gedrag der grootheden  $b$  en  $\sqrt{a}$ , die uit de jaren 1916—1917 dateeren, alsmede de daaropvolgende mededeelingen over de verhoogde valentie-aantrekking  $\sqrt{A}$  van de vrije atomen bij metalen en gedissocieerde gassen hun definitieven vorm gekregen.

Doordat de schrijver een nieuwe formule invoert voor de wijze waarop  $b$  van het volume afhangt, is het hem niet alleen gelukt vele bijzonderheden van uitzettings- en samendrukbaarheidscoëfficiënten enz. te overzien, maar ook slaagt hij erin alle constanten, die in de theoretische dampdrukformule op treden, te berekenen. En dat wel zonder dat daarbij van het warmte-theorema van Nernst gebruik gemaakt wordt.

Daar het niet mogelijk is van den rijken inhoud van dit boek hier een volledig overzicht te geven, moet met eene korte aanwijzing worden volstaan. De verschillende hoofdstukken luiden: I. De toestandsvergelijking en de daarin voorkomende grootheden  $a$  en  $b$ . II. De kritische toestand. III. De dampdrukbetrekkingen. IV. De coëxisterende damp- en vloeistofphasen.

Schrijver heeft in die hoofdstukken een groote hoeveelheid experimenteel materiaal verwerkt.

W. H. K.

*Mogendorff, E. E., Natuurkunde voor het voorbereidend Hooger Onderwijs, Derde deel, A. Het licht, 130 blz., 107 fig. — Noordhoff, Groningen, 1924; prijs f 2.50.*

De beide reeds verschenen deelen zijn besproken in dit tijdschrift I, blz. 187 en III blz. 225. Thans is van het derde deel, dat licht, electriciteit en magnetisme zal bevatten, het gedeelte over het licht voorloopig afzonderlijk verschenen.

De leerstof is verdeeld over vijf hoofdstukken waarin achtereenvolgens behandeld worden: Lichtbronnen. Voortplanting van het licht. Terugkaatsing en breking. Kleurschifting. Fotometrie. Eeschouwingen omtrent het wezen van het licht. Holle en bolle spiegels. Lenzen. Het menschelijk oog. Optische instrumenten. Spectroscopie. Ultraviolette en infrarode stralen. Interferentie van het licht. De spiegelproef van Fresnel. Kleuren van dunne vliezen. De ringen van Newton. Buiging van een evenwijdige lichtbundel door een nauwe spleet. Polarisatie van het licht. Dubbele breking. Draaiing van het polarisatievlak.

Trof het ons bij de kennismaking met het gedeelte, dat over de warmte handelt, dat sommige onderdeelen wel wat uitvoerig besproken werden, het tegenovergestelde geldt ten opzichte van dit deel. Zoo worden, om ons tot enkele voorbeelden te bepalen, voor de breking door een prisma alleen de formules medegedeeld voor het geval van minimum deviatie, worden bij de fotometrie wel de normaalkaarsen genoemd, maar geen enkele nader omschreven, wordt de chromatische aberratie slechts even aangeroerd, en missen we noode een tabel met golflengten en brekingsindices voor de verschillende straalsoorten. De behandeling der totale terugkaatsing is onvolledig.

Terloops wordt de hypothese van Bohr genoemd; ten onrechte zegt schrijver omtrent het waterstofatoom: telkens wanneer het electron van plaats verandert wordt licht uitgezonden (blz. 93). Ook wat daarop volgt is minder juist. Wil men — wat zeer juist gezien is — deze hypothese vermelden, dan dient dat minder

oppervlakkig te geschieden, temeer daar schr. vroeger de quantenhypothese genoemd heeft. Hetzelfde geldt van wat gezegd wordt omtrent de verklaring der Röntgenstralen; schr. zegt daarvan niets anders dan het volgende, dat bovendien niet juist is: Röntgenstralen worden door een atoom uitgezonden telkens, wanneer een negatief electron in de nabijheid van de positieve kern van plaats verandert (blz. 116). Ook wat op blz. 98 gezegd is omtrent het photo-electrisch effect geeft aanleiding tot het plaatsnemen van een vraagteken.

Het verwondert ons steeds, dat in de meeste leerboeken bij de behandeling der lenzen slechts sprake is van één brandpunt, in plaats van een eerste en een tweede brandpunt te onderscheiden (ook bij de spherische spiegels is dit o.i. gewenscht, maar daar is het verklaarbaar als het nagelaten wordt). Ook in dit leerboek wordt van deze gewoonte niet afgeweken. Evenmin als van de gewoonte om de vergrooing van een loupe af te leiden, met het knooppunt van het oog samenvallend gedacht met het optisch middelpunt der lens (wat intusschen in dit leerboek er niet bij vermeld is); beter ware het het knooppunt een willekeurige ligging te geven of direct het te doen samenvallen met het tweede brandpunt. Waarom brengt schr. in § 14 alles op het nabijheidspunt terug en rept hij niet over den „afstand van duidelijk zien"? De behandeling van de abnormale oogen (§ 13) is niet in alle opzichten juist; vreemd doen de vraagstukken aan op blz. 70 en 71.

We willen ons tot deze opmerkingen bepalen, zooals die overigens bij elk schoolboek te maken zouden zijn en meerdere pretenties heeft dit leerboek immers niet. Toch komt het ons voor, dat, wanneer we onzen leerlingen een boek in handen geven, een eerste vereischte is, dat 't het stempel draagt van exactheid, die juist de paedagogische waarde uitmaakt van onze wetenschap als leervak der gymnasia en hogere burgerscholen. Vóór alles zij ook de taal goed verzorgd; het maakt een vreemden indruk, als in een leerboek, geschreven door den rector van een lyceum, die blijkbaar geen aanhanger is van de Kolléwijn'sche Spelling, de geslachtsregels geheel veronachtzaamd worden en wanneer men dingen leest als: „...„terwijl de duistere helft donker is", (blz. 1) een „puntvormige electriche lichtboog" (blz. 2), om ons te bepalen tot wat het allereerst opvalt. Tot ons genoegen heeft de schr. gelegenheid gevonden enkele historische bijzonderheden in te vlechten; een enkel vraagteekentje plaatsten wij op blz. 33, waar schrijver handelt over Newton's emissietheorie: het komt ons voor, dat dit niet geheel juist is voorgesteld. Ook is Fraunhofer geen Oostenrijker, zooals op bl. 95 vermeld is, doch een (Zuid-)Duitscher en missen wij in dit verband den naam Wollaston.

De figuren zijn over het geheel goed verzorgd, terwijl een aantal ingelaschte vraagstukken de bruikbaarheid van het boek verhoogt. G.

*M. Lecat, Bibliographie des déterminants à plus de deux dimensions*; bij den schrijver, Leuven, avenue des alliés, 16 blz.

Deze bibliografie is een uittreksel uit de „bibliographie de la relativité" van denzelfden schrijver en bevat een lijst van verhandelingen en boeken, geordend volgens de namen der schrijvers, benevens een chronologische lijst en een lijst, waarin korte bijdragen vermeld zijn. D.

*W. H. Bragg and W. L. Bragg. X-rays and crystalstructure.* 4th edition, revised and enlarged. — G. Bell and Sons, Ltd. London, 21 shilling.

Wie dit boek van de beide Bragg's koopt in de meening, dat hij daarmee in het bezit gekomen is van een volledig compendium van het betreffende gebied, komt m. i. eenigszins bedrogen uit. Het boek is in de eerste plaats een overzicht van de resultaten door de schrijvers zelf op het gebied van de kristalstructuur bereikt. Het ligt volstrekt niet in mijn bedoeling hiermee een critiek uit te drukken, slechts zou ik bovenstaande monographie op deze wijze willen karakteriseeren. Immers de schrijvers hebben ons niet alleen het door hen behandelde gebied ontsloten, zij zijn ook in de verdere ontwikkeling van het onderwerp een leidenden rol blijven spelen en het is natuurlijk in hooge mate interessant, meesters op hun terrein als de Bragg's zijn in een boek van 322 pagina's te mogen volgen. Daarbij komt, dat dit geschreven is in dien benijdenswaardigen stijl (die in het bijzonder het angelsaksische ras eigen schijnt te zijn), welke in staat is de moeilijkste problemen op eenvoudige en aanschouwelijke wijze te behandelen. Dit maakt, dat we van het begin tot het einde geboeid blijven, zoowel daar, waar de schrijvers algemeen bekende beginselen behandelen, als waar zij de details bespreken, die overigens slechts den vakman interesseeren. Ook wat we eventueel als de schaduwzijde van dezen stijl zouden kunnen opvatten, ontbreekt niet: meer dan één gedeelte is met een beminnelijke nonchalance geschreven. Het geheele hoofdstuk VI (X-ray spectra) geeft zoowel in de talrijke opgenomen tabellen als in de discussie van het materiaal ongeveer den stand van het onderwerp op het einde van 1921 aan (en doet dit nog niet overal geheel juist) hetgeen toch wel een onnoodig groote phasevertraging beteekent. De even diepzinnige als vruchtbare theorie van het periodieke systeem van Bohr wordt in een noot aan den voet van een bladzijde (blz. 158) behandeld. Het belangrijke werk, dat in den laatsten tijd vooral in Duitschland op het gebied van de vezelstoffen en éénkristaldraden is verricht (o.a. Polanyi, Weissenberg) wordt geheel verzwegen.

Eenige malen treft ons een gebrek aan critiek. Zoo wordt op pp. 29 en 30 gewag gemaakt van een kunstgreep, toegepast door sommige Amerikaansche onderzoekers, die ten doel zou hebben, de fouten te vermijden, die het gevolg zijn van de eindige indringing der röntgenstralen in het analyseerend kristal: het te gebruiken kristal werd nl. zeer dun gemaakt (bv. klipzout 0,2 mm). Het experiment leert evenwel, dat de indringingsdiepte in een goed kristalexemplaar voor de stralen die onder den reflectiehoek van Bragg intreden zeker kleiner is dan 0,01 mm. Zou men werkelijk met de kristaldikte beneden deze grens kunnen komen, dan zou men daardoor het oplossend vermogen van het kristal en daarmee de scherpte der lijnen en dientengevolge de nauwkeurigheid der metingen slechts kunnen bederven. Op blz. 41 wordt gesproken over den merkbaren invloed, dien een magnetisch veld op de absorptie van röntgenstralen in ijzer volgens een anderen Amerikaanschen onderzoeker zou hebben. Het zou m. i. beter geweest zijn, als de schrijvers de vermelding van dit twijfelachtig effect maar geheel nagelaten hadden. (Becker, die deze proeven herhaalde: *Phys. Rev.* 22, (1923) p. 320, kon niets van dien aard ontdekken).

De minder systematische behandelingswijze der schrijvers, die, zooals uit dit boek blijkt, ook zijn voordeelen bezit, spreekt ten duidelijkste uit de inhoudsopgave. Na twee inleidende hoofdstukken wordt in het 3de hoofdstuk de spectrometer der



Bragg's uitvoerig besproken. De Laue-methode komt in het 15de (voorlaatste) hoofdstuk aan de beurt, de Debye-methode in het 10de hoofdstuk. Eenige beginselen uit de structuurtheorie der kristallen worden op fragmentarische wijze in het 7de en 11de hoofdstuk behandeld.

Natuurlijk wordt in dezen nieuwen druk ook het latere werk der schrijvers uitvoerig besproken. Zoo wordt in hoofdstuk XII het werk van W. L. Bragg over „aatomradiën” behandeld, terwijl in hoofdstuk XIV de organische verbindingen worden besproken, waarvan er vele in het laboratorium van W. H. Bragg onderzocht zijn. In een appendix, dat weinig overzichtelijk en niet geheel volledig is, worden de tot nog toe gevonden structuren onder opgave der litteratuur in het kort medegedeeld.

Ik hoop, dat bovenstaande kritische opmerkingen niemand, die voor dit gebied belangstelling heeft, zullen weerhouden zich dit prettige boek aan te schaffen.

D. C.

*M. Minnaert, Natuurkunde in Leerlingenproeven*, 196 blz., 136 fig. — P. Noordhoff, Groningen, 1924. Prijs f 2.40, geb. f 2.90.

„De hier beschreven proeven vormen een inleidenden leergang over de eenvoudigste verschijnselen van de Natuurkunde: voor de hoogste klassen der lagere school; voor kweekscholen; voor landbouw-, huishoud-, ambachts- en avondscholen; voor privaatonderwijs.”

Gaarne breng ik een woord van hulde aan den schrijver, wiens groote liefde voor het Natuurkunde-onderwijs hem er toe gebracht heeft een reeks van proeven saam te stellen, welke door de leerlingen zelf kunnen genomen worden. Als er één vak is, waarbij de zelfwerkzaamheid van den leerling in toepassing gebracht kan worden, dan is dit vak wel de physica. Alleen het is nu eenmaal niet zoo gemakkelijk een reeks proeven saam te stellen eenvoudig genoeg om door den leerling zelf genomen te kunnen worden en aan den anderen kant toch interessant genoeg om zijne belangstelling te wekken en levendig te houden. M. Minnaert is hierin, mijns inziens, goed geslaagd. Hij voert met zijn proeven den leerling het geheele gebied der natuurkunde door en laat hemzelf de wet uit de proef afleiden. Hier en daar zal wel een proef moeten worden gewijzigd of zelfs moeten wegvallen, bijv. die over het geluid, omdat een hei of weide nu maar niet altijd in de nabijheid is, maar dit is een zaak van ondergeschikt belang. Een feit is het, dat Minnaert er in geslaagd is een aantal eenvoudige en toch fraaie proeven te vinden, die onder goede leiding door eenigszins handige leerlingen, zelfs van elf à twaalf jaar, genomen kunnen worden. Op verrassend eenvoudige wijze behandelt hij daarbij vrij moeilijke onderwerpen, o. a. soortelijke warmte, breking van licht. Men ziet het aan de proeven, ze zijn niet in de studeerkamer ontstaan, ze zijn onder zijne leiding door de leerlingen genomen en.... geslaagd. Eene betere aanbeveling is er waarlijk niet.

Of er echter met de tegenwoordige verslechtering van het onderwijs aan alle scholen, waarvoor het boek bestemd is, tijd beschikbaar zal zijn voor een natuurkundig practicum, acht ik zeer twijfelachtig. Doch dat moet iedere school zelf maar uitmaken.

J.

## MEDEDEELINGEN.

Aan het Koninklijk Magnetisch en Meteorologisch Observatorium te Batavia is een plaats als wetenschappelijk medewerker vacant. Jonge doctoren in de Wis- en Natuurkunde, die hiervoor in aanmerking zouden willen komen, kunnen nadere inlichtingen bekomen bij Dr. W. van Bemmelen te 's-Gravenhage, Prof. Dr. E. van Everdingen te De Bilt, of Dr. J. P. van der Stok te Utrecht.

## STRIKVRAGEN.

Vraag XXI. Een lector wilde de proef van Melde aan een groot gehoor eens extra duidelijk laten zien, en verving de gebruikelijke witte draad, die voor een zwart scherm — het verlicht door opvallend licht — heeft te trillen, door een platina-draad, waaraan hij zooveel accu's zette, dat de draad over haar geheele lengte gloeide. Zoodra de draad nu in trilling gebracht werd, zou ze op de plaatsen der buiken, door het zich daar snel door de lucht bewegen en het op die buiken sneller afkoelen, minder of geen licht meer uitstralen; de knopen zouden licht moeten blijven geven. Inderdaad, de proef slaagde boven verwachting, de buiken werden bij trilling aanstonds donker, en de knopen gingen versterkt gloeien, smolten zelfs oogenblikkelijk door! Hoe is deze stoornis te vermijden?

*Antwoorden en nieuwe strikvrAGEN inzenden aan het gewone adres der Redactie.*

Antwoord op vraag XIX: *Een wijde buis met twee wijde openingen wordt aan de gasleiding verbonden; de gaskraan wordt een weinig open gezet, zoodat op de openingen kleine gasvlammen branden. Een dergelijke buis levert een zeer gevoelig middel om de afneming van den druk met de hoogte in den dampkring aan te toonen: houdt men de buis niet horizontaal, dan is de hoogste vlam grooter. Wordt echter de buis in haar geheel hooger of lager geplaatst, dan heeft dit geen merkbaaren invloed op de grootte der vlammen. Waarom niet?*

De gasstroom wordt veroorzaakt door den overdruk in de gasleiding achter de kraan en door een betrekkelijk zeer geringe drijfkracht, veroorzaakt door het hoogteverschil tusschen de openingen en de kraan.

Hij ondervindt een weerstand in de kraan en een, in verhouding tot dezen zeer geringen, weerstand in de hierachter parallel geplaatste wijde openingen; alle overige weerstanden kunnen worden verwaarloosd.

De overdruk waardoor het gas uit de twee openingen wordt geperst zal dus betrekkelijk zeer klein zijn; een wijziging in de verhouding van dezen geringen druk bij een der openingen tot dien bij de andere, veroorzaakt door een hoogteverschil tusschen de openingen, zal een even groote verandering veroorzaken in de verhouding tusschen de hoeveelheden gas die uit de openingen stroomen.

De totale hoeveelheid echter die uit beide openingen stroomt, zal door den gasdruk in de leiding en den weerstand in de kraan op weinig na bepaald zijn; de betrekkelijk zeer geringe drukvermeerdering die een iets hooger plaatsen van één of beide openingen oplevert zal hierop geen merkbaaren invloed uitoefenen.

Nadruk der artikelen en reproductie der illustraties voorkomende in dit tijdschrift wordt bij deze overeenkomstig Art. 15 der Auteurswet 1912, uitdrukkelijk verboden.

# PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

4e JAARGANG

OCTOBER 1924

NUMMER 10.

## DE INTENSITEITSVERHOUDING DER COMPONENTEN VAN HOOGERE NUMMERS DER AARDALKALITRIPLETSERIËN EN VAN EENIGE VONKDOUBLETEN VAN CALCIUM

door H. B. DORGELO.

De reeds in dit tijdschrift beschreven methode <sup>1)</sup> voor het meten der intensiteitsverhoudingen der componenten van meervoudige spectraallijnen heeft een reeks resultaten opgeleverd, waaruit duidelijk blijkt, dat deze intensiteitsverhoudingen weergegeven kunnen worden door eenvoudige rationale getallen.

Zoo werd voor de intensiteitsverhouding der componenten van alle onderzochte enkelvoudige doubletten der scherpe of IIe N.S. der alkaliën de verhouding  $2:1$ , voor die der componenten van de enkelvoudige tripletten der scherpe of IIe N.S. der aardalkaliën de verhouding  $5:3:1$  gevonden.

Spoedig bleek reeds, dat deze resultaten op eenvoudige wijze waren weer te geven met behulp van de door Landé en Sommerfeld ingevoerde inwendige quantumgetallen en dat bij eene combinatie van een meervoudigen term met een enkelvoudigen term de intensiteiten zich verhouden als de „quantumgewichten” van den meervoudigen term (aantal van de anomale termsplitsingen in in het Zeeman-effect)  $2j+1$  of  $2J$  ( $j$  is het inwendige quantumgetal volgens Sommerfeld,  $J=j+\frac{1}{2}$  is de daarvoor door Landé ingevoerde waarde).

Voortgezette metingen <sup>2)</sup> hebben geleid tot het opstellen van de volgende intensiteitsregels <sup>3)</sup>:

De intensiteitsverhouding der componenten van doubletten

<sup>1)</sup> Physica 3, 188, 1923.

<sup>2)</sup> H. B. Dorgelo, Z. f. Phys. 13, 206, 1923; Z. f. Phys. 22, 170, 1924.

<sup>3)</sup> H. C. Burger en H. B. Dorgelo, Z. f. Phys. 23, 258, 1924.

en tripletten van de IIe of scherpe Nevenserie is gelijk aan de verhouding van Landé's inwendige quantumgetallen  $J$  der eindniveau's. (Regel I).

De sommen der intensiteiten van die componenten van eene meervoudige spectraallijn, welke met overgangen van het atoom naar éézelfde eindtoestand correspondeeren, verhouden zich als de inwendige quantumgetallen  $J$  dezer eindtoestanden. (Regel II).

De intensiteitsverhouding van de componenten van meervoudige spectraallijnen der Hoofdserie is gelijk aan de verhouding van de inwendige quantumgetallen  $J$  der aanvangsniveau's. (Regel III).

De sommen der intensiteiten der componenten van eene meervoudige spectraallijn, welke met overgangen van het atoom vanaf éézelfde aanvangstoestand correspondeeren, verhouden zich als de inwendige quantumgetallen  $J$  dezer aanvangstoestanden. (Regel IV).

De regels I en III bepalen natuurlijk zonder meer de intensiteitsverhouding der componenten van doubletten en tripletten van H.S. en IIe N.S. Ook de intensiteitsverhouding der componenten van het samengestelde doublet der Ie of diffuse N.S. is door de regels II en IV volkomen bepaald. Om echter de intensiteiten der componenten van het samengestelde triplet en van meer ingewikkelde structuren te bepalen, was het noodig nog een vijfde regel aan de voorgaande toe te voegen<sup>1)</sup>. Aan dezen Regel V kan niet dezelfde waarde toegekend worden als aan de vier bovengenoemde en nadere metingen zullen moeten uitmaken of deze Regel V gehandhaafd c.q. in hoeverre hij gewijzigd zal moeten worden. De tot dusver verkregen resultaten voor samengestelde tripletten van de *pd*- en *db*-series worden echter door de regels II, IV en V voldoende weergegeven.

In het volgende zullen eenige resultaten van voortgezette metingen worden medegedeeld, welke volkomen met de boven vermelde intensiteitsregels in overeenstemming zijn.

De metingen aangaande de intensiteitsverhouding der componenten der tripletten der aardalkaliën, tot dusver verricht, bepaalden zich tot de eerste nummers der seriën. Voor de IIe N.S. der alkaliën kon aangetoond worden, dat Regel I ook geldig was voor hogere nummers der serie. In het Natuurkundig Laboratorium der N.V.

<sup>1)</sup> Z. f. Phys. 23, 264, 1924. Deze regel V is aldus geformuleerd:

De intensiteit van een component van eene meervoudige spectraallijn, uitgedrukt in de som der intensiteiten van alle componenten als eenheid, is een rationale breuk, waarvan de noemer gelijk is aan het product van de sommen der inwendige getallen  $J$  van de aanvangs- c.q. eindniveau's. De teller is gelijk aan 1 voor die combinatie, waarbij de sprong van het inwendige quantumgetal het meest van den sprong van het azimuthale quantumgetal  $k$  verschilt.

Philips' Gloeilampenfabrieken te Eindhoven, waar ik mijn onderzoek kon voortzetten, heb ik thans ook de intensiteitsverhouding van de componenten van verschillende hoogere nummers der tripletseriën kunnen meten. Bovendien heb ik de intensiteitsverhouding van de componenten van vonkdoublingen van Calcium kunnen nagaan.

De gebruikte methode is reeds in dit tijdschrift <sup>1)</sup> beschreven en is in mijne Utrechtsche dissertatie <sup>2)</sup> aangeduid als Methode A. Er stond mij ter beschikking een Hilger-glasspectrograaf, waarmee nog lijnen te photografeeren waren tot eene golflengte van  $\lambda$  3600 Å. E.

Met behulp van dezen spectrograaf konden nu nader onderzocht worden:

1<sup>o</sup>. het triplet  $1p - 2d$  ( $\lambda$  3838, 3832, 3829) der Ie N.S. van Mg.

2<sup>o</sup>. de tripletten  $1p - 2s$  ( $\lambda$  3973, 3957, 3948) der IIe N.S.

$1p - 3d$  ( $\lambda$  3644, 3630, 3624) der Ie N.S.

$1d - 4f$  ( $\lambda$  4098, 4094, 4092) der B.S. en

$1d - 5f$  ( $\lambda$  3875, 3872, 3870) der B.S. van Ca.

3<sup>o</sup>. de vonkdoublingen  $1\pi - 2\sigma$  ( $\lambda$  3737, 3706) der IIe N.S. en

$1\sigma - 1\pi$  ( $\lambda$  3933, 3968) der H.S. van Ca.

Als lichtbron werd gebruik gemaakt van een Ca-laagspanningsboog, geconstrueerd volgens de aanwijzingen van G. Hertz. Een oxydekathode *K* (zie fig. 1) stond tegenover een klein nikkelpotje *N*, hetwelk met metallisch Ca gevuld was. Het potje werd op de in de figuur aangegeven wijze electricch verhit. <sup>3)</sup> De aangelegde spanning tusschen oxydekathode en potje was tijdens het gebruik  $\pm 5$  à 7 Volt, de stroomsterkte kon door geschikten voorweerstand en door regeling van den gloeistroom der oxydekathode gevarieerd worden van 0,01 tot 0,6 Ampère. De glasballon was gevuld met argon van 10 mm kwikdruk.

Deze lichtbron is buitengewoon geschikt voor het doen van intensiteitsmetingen. De verkregen spectraallijnen zijn zeer scherp en daar de stroomdichtheid klein gemaakt kan worden, zijn de lijnen der Nevenserien vrij van zelfomkeering. Ook treden in deze laagspanningsboog, niettegenstaande de aangelegde spanning soms kleiner dan de ionisatiespanning is, de vonklijnen op. <sup>4)</sup>

1) Physica 3, 188, 1923.

2) The intensities of the components of multiple spectral lines. Dissertatie Utrecht 1924.

3) Zie ook de uitgebreide beschrijving van lichtbronnen voor het opwekken van spectraallijnen door electronenstooten in het binnenkort te verschijnen stuk door Dr. G. Hertz in Physica.

4) P. D. Foote, W. F. Meggers en F. L. Mohler, Phys. Rev. 18, 128, 1921.

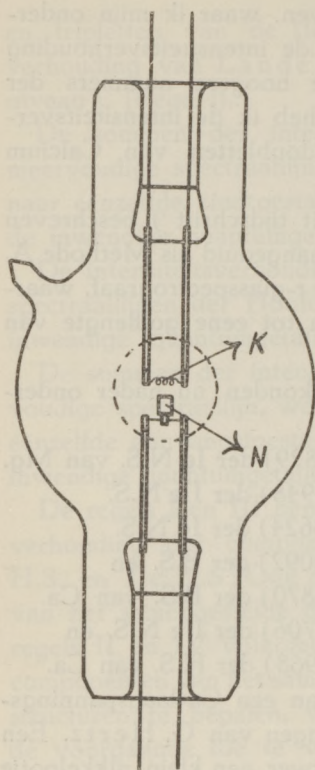


Fig. 1.

## Booglijnen.

## TABEL I.

Plaat	Metaal	Serie	Golflengte	Int. verh. gemeten	Int. verh. verwacht
20 <sup>1</sup>	Mg	1 p - 2 d	3838, 3832, 3829	100:61:21,5 a 23	100:60:20 (Regel II)
22 <sup>1</sup>	"	"	3838, 3832, 3829	100:61:21	100:60:20 "
12 <sup>1</sup>	Ca	1 p - 2 s	3973, 3957, 3948	100:57:26 <sup>3)</sup>	100:60:20 (Regel I)
25 <sup>1</sup>	"	"	3973, 3957, 3941	100:61:21	100:60:20 "
20 <sup>1</sup>	Ca	1 p - 3 d	3644, 3630, 3624	100:60:20	100:60:20 (Regel II)
20 <sup>2</sup>	"	"	3644, 3630, 3624	100:60:22	100:60:20 "
25 <sup>1</sup>	"	"	3644, 3630, 3624	100:60:20	100:60:20 "
26 <sup>8</sup>	"	"	3644, 3630, 3624	100:60:19	100:60:20 "
22 <sup>1</sup>	Ca	1 d - 4 f	4098, 4094, 4092	100:72:42	100:72:43 (Regel II)
28 <sup>2</sup>	"	"	4098, 4094, 4092	100:72:44,5	100:72:43 "
28 <sup>8</sup>	"	"	4098, 4094, 4092	100:72:45	100:72:43 "
22 <sup>1</sup>	Ca	1 d - 5 f	3875, 3872, 3870	100:72:43	100:72:43 (Regel II)

1) G. Holst en E. Oosterhuis, Physica 4, 42, 1924.

2) Een aan de ballon aangebracht kwartsvenster maakt dezen lichtbron ook geschikt voor verder

Holst en Oosterhuis<sup>1)</sup> geven hiervan eene verklaring, volgens welke in een dergelijke boogontlading electronen voorkomen, wier snelheid correspondeert met de som van de ionisatiepotentiaal en de spanning op den boog. De optredende vonklijnen zijn ook zeer scherp, zoodat deze lichtbron ook voor het intensiteitsonderzoek van vonklijnen uitermate geschikt is.<sup>2)</sup>

Ook werden eenige opnamen gemaakt, waarbij eene eveneens door G. Hertz aangegeven positieve argonzuil werd benut, waarin op analoge wijze als boven is beschreven een te verwarmen potje met Ca was aangebracht, om Ca damp in de zuil te brengen.

De volgende tabellen geven de resultaten weer wat betreft de gemeten tripletten van Mg en Ca. De waarden in de laatste kolom zijn de volgens de intensiteitsregels I en II verwachte getallen.

Ook door deze metingen worden dus de opgestelde intensiteitsregels volkomen bevestigd.

De resultaten aangaande het vonkdouplet  $1\pi - 2\sigma$  ( $\lambda$  3736, 3706) der IIe N.S. van Ca zijn:

Vonklijnen. TABEL II.

Plaat	Metaal	Serie	Golflengte	Int. verh.
20 <sup>1</sup>	Ca	$1\pi - 2\sigma$	3736—3706	100 : 50
20 <sup>2</sup>	"	"	3736—3706	100 : 51
25 <sup>1</sup>	"	"	3736—3706	100 : 50
26 <sup>3</sup>	"	"	3736—3706	100 : 49
48 <sup>1</sup>	"	"	3736—3706	100 : 50
48 <sup>2</sup>	"	"	3736—3706	100 : 50
51 <sup>2</sup>	"	"	3736—3706	100 : 50

Uit deze tabel blijkt dus, dat voor de intensiteitsverhouding der componenten van het vonkdouplet van Ca dezelfde waarde gevonden wordt als voor de componenten der doubletten van het boogspectrum der alkaliën (hetgeen ook te verwachten was).

Voorloopige metingen aan het samengestelde vonkdouplet  $1\pi - 2\delta$  ( $\lambda$  3181, 3179, 3158) hebben geleerd, dat ook in dit geval dezelfde waarden gevonden worden als voor 't samengestelde doublet van het boogspectrum van Cs n.l. de intensiteitsverhouding 11 : 100 : 55.

Wat betreft het vonkdouplet  $1\sigma - 1\pi$  ( $\lambda$  3968—3933) der H.S. van Ca vond ik de volgende waarden :

Vonklijnen. TABEL III.

Plaat	Serie	Golflengte	Int. verh.	Lichtbron	Stroomsterkte
26 <sup>3</sup>	$1\sigma - 1\pi$	3933 : 3968	100 : $\pm$ 85	Laagsp.boog	0,6 Ampère
26 <sup>2</sup>	"	3933 : 3968	100 : $\pm$ 80	"	0,4 "
28 <sup>1</sup>	"	3933 : 3968	100 : $\pm$ 62	"	0,06 "
23	"	3933 : 3968	100 : 57 à 56	"	0,03 "
12 <sup>1</sup>	"	3933 : 3968	100 : 56	Ca. zuil	niet gemeten
27 <sup>1</sup>	"	3933 : 3968	100 : 60	"	"

onderzoek van 't ultraviolet gedeelte van het spectrum. Het kwartsvenster is in de figuur aangegeven door den gestippelden cirkel.

<sup>3)</sup> De minder goede overeenstemming van de waarneming met de verwachting bij dit triplet komt daardoor, dat dit triplet, waarvan de lijnen reeds zeer zwak zijn, in de onmiddellijke nabijheid der sterkere lijnen van het vonkdouplet 3968, 3933 liggen, zoodat de zwarting van de plaat voor de zwakke lijnen van 't triplet beïnvloed wordt door de zwarting der lijnen van 't vonkdouplet.

Deze tabel III toont duidelijk, dat ook in 't vonkspectrum de int. verh. der componenten der leden van de H.S. (evenals in het boogspectrum) sterk afhangt van de stroomsterkte in den boog, hetgeen zal samenhangen met het meer of minder sterk optreden van zelfomkeering der lijnen.

De tabel III laat duidelijk zien, dat de int. verhouding der componenten steeds meer de waarde 100:50 of 2:1 nadert, naarmate de stroomsterkte kleiner wordt.

Eindhoven, 20 Oct. 1924. NATUURKUNDIG LABORATORIUM DER  
N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN.

#### Summary.

The results of further measurements regarding the intensities of the components of multiple spectral lines are given. These results are in agreement with the intensity rules already published. Particularly the higher numbers of the triplet-series of the alkaline earths were investigated. The intensity-ratio's of the components of the investigated triplets  $ps$  and  $pd$  are 5:3:1, those of the triplets  $db$  are 7:5:3.

The intensity-ratio of the components of the sparkdoublets of the sharp and the principal series of Ca is the same (2:1) as for the arc-doublets of the alkalis.

As a preliminary result it was also found the complex spark-doublet  $1\pi - 2\delta$  of Ca gave the same value as the complex arc-doublet of Cs.

As a source of light a low-voltage arc was used. The latter source is very suitable for measurements of the intensities of spectral-lines.

---

## KRISTALBOUW EN PHYSISCHE EIGENSCHAPPEN

door A. E. VAN ARKEL.

Door Kossel <sup>1)</sup> is er op gewezen, dat voor de eenvoudige heteropolaire verbindingen van het type  $XY_n$ , waarin  $n$  gelijk is aan 1 of 2, in 't algemeen de mogelijkheid bestaat om in de vaste toestand een zuiver ionenrooster te vormen, een rooster dus waarin zuiver electrostatische krachten de ionen bijeenhouden. Stoffen met dergelijke roosters zullen gekenmerkt zijn door een klein molecuulairvolumen, vergeleken bij dat van de componenten, kleine dampspanning, groote hardheid, enz. Geheel anders worden de verhoudingen wanneer we tot een ander uiterst geval overgaan en  $n$  gelijk wordt aan bijv. 6, zooals bij het fluoride van zwavel. Dit zwavelatoom is dan zoozeer door de fluooratomen omhuld, dat de attractie van de zwavelatomen op de fluooratomen van naburige

<sup>1)</sup> Z. f. Physik 1, 395—415, 1920.



moleculen sterk verminderd is. Kossel merkt op, dat het  $\text{SF}_6$ -molecuul zich naar buiten moet gedragen ongeveer als een fluoormolecuul. Dergelijke homoiopolaire moleculen worden in het kristalrooster alleen nog door „cohaesie” krachten vastgehouden. Daar deze krachten veel kleiner zijn dan de zuiver electrostatische krachten tusschen ongelijkwaardige ionen, zal het systeem veel labielier zijn, dan een zuiver ionenrooster, wat b.v. tot uiting komt in hooge dampspanning. Uit de tabellen die Kossel geeft blijkt wel hoe goed men met behulp van deze voorstellingen een aantal eigenschappen der chemische verbindingen kan verklaren; in de reeks:  $\text{NaF}$ ,  $\text{MgF}_2$ ,  $\text{AlF}_3$ ,  $\text{SiF}_4$ ,  $\text{PF}_5$ ,  $\text{SF}_6$  vindt men tusschen  $\text{AlF}_3$  en  $\text{SiF}_4$  een plotselinge sprong in de eigenschappen. Van  $\text{AlF}_3$  is de dampspanning nog zeer gering,  $\text{SiF}_4$  is een gas dat eerst bij  $-90^\circ$  condenseert.

De vier fluooratomen omhullen het siliciumatoom zoodanig, dat een ionenrooster zooals dat bij  $\text{AlF}_3$  nog mogelijk is, niet meer gevormd kan worden.

Men kan nu nog een stap verder gaan en opmerken dat deze volledige omhulling te eerder bereikt zal zijn, naarmate de atoomradius van het centraal atoom ten opzichte van die der omgevende atomen kleiner is. We moeten dus verwachten, dat meer vluchtige stoffen zullen ontstaan wanneer we in  $\text{AlF}_3$  hetzij het aluminium vervangen door een kleiner atoom, als borium, hetzij de fluooratomen door grootere, bijv. chlooratomen. Inderdaad blijkt dit het geval te zijn;  $\text{BF}_3$  is een gas dat eerst bij  $-110^\circ$  onder druk gecondenseerd kan worden; de dampspanning van  $\text{AlCl}_3$  bereikt bij  $180^\circ$  reeds de waarde van een atmosfeer.

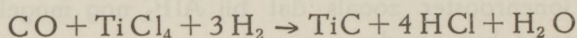
Met deze voorstellingen is het resultaat van het onderzoek der kristalstructuur in goede overeenstemming. Voor de groote meerderheid der verbindingen van het type  $\text{XY}$  en  $\text{XY}_2$  werden structuren gevonden die als ionenroosters moeten worden opgevat. Zij behooren tot een aantal typen die hun naam ontleenen aan een der meest bekende vertegenwoordigers, als „klipzout”-type, „fluoriet”-type, enz. Bij al deze stoffen liggen dicht om ieder atoom  $X$  een aantal  $Y$ -atomen gegroepeerd, eveneens is ieder  $Y$ -atoom omgeven door een aantal  $X$ -atomen.

Tot nu toe zijn bijna uitsluitend onderzocht verbindingen van een- of twee-waardige elementen. In het volgende wordt de kristalstructuur beschreven van een aantal eenvoudige verbindingen

van meerwaardige elementen, zooals titaan, zirkoon en tantaal. Het zal blijken dat de voorstelling van Kossel ons een inzicht kan geven in het gedrag van deze verbindingen.

Eenigen tijd geleden is in dit tijdschrift een methode besproken <sup>1)</sup> om zuiver wolfram te maken door thermische dissociatie van de damp van wolfram-chloride. Door een variatie van deze methode bleek het mogelijk een groot aantal verbindingen die tot nu toe niet of weinig bekend waren in zuivere toestand te verkrijgen, zooals b.v. de nitriden, carbiden, sulfiden, etc. van de metalen van de vierde en vijfde groep van het periodiek systeem.

Wil men bijv. titaancarbidere bereiden, dan laat men een mengsel van waterstof, koolmonoxyde en damp van titaantetra-chloride strijken langs een wolframdraad die op hooge temperatuur verhit is. Daarbij vormen zich dan water, zoutzuur en titaancarbidere volgens de vergelijking



waarbij het gevormde titaancarbidere zich afzet op de wolframdraad. Door variatie van temperatuur en gasconcentratie is het mogelijk de aard van het neerslag te varieeren. Het gelukt zoowel samenghangende lagen als losse kristallen van het titaancarbidere op de wolframdraad neer te slaan. Dit titaancarbidere is zeer zuiver. Verontreiniging met koolstof of titaan is uitgesloten, aangezien door speciale proeven werd aangetoond, dat titaanchloride door waterstof of koolmonoxyde alléén niet tot titaan gereduceerd wordt en dat een mengsel van waterstof en koolmonoxyde alléén op de wolframdraad geen koolstof vormt. Uit het titaancarbidestaafje kan de wolframkern zoonoodig op verschillende manieren verwijderd worden.

Op geheel analoge manier kan men uit tantaalpentachloride tantaalcarbide, uit zirkootetrachloride zirkooncarbide maken. Vervangt men in het gasmengsel het koolmonoxyde door stikstof, dan ontstaan de nitriden der genoemde metalen.

De zes genoemde verbindingen vertoonen veel overeenkomst. Deze blijkt reeds uit de chemische samenstelling die voor te stellen is door de formules  $\text{TiC}$ ,  $\text{ZrC}$ ,  $\text{TaC}$ ,  $\text{TiN}$ ,  $\text{ZrN}$ ,  $\text{TaN}$ . Het was reeds bekend, dat alle uitstekende geleiders voor electriciteit zijn. Door de staafvorm waarin de verbindingen hier

<sup>1)</sup> A. E. van Arkel, *Physica* 3, 76-87, 1923.

verkregen worden, zijn metingen van de specifieke weerstand gemakkelijk uit te voeren. Met een onderzoek daarover zijn wij reeds bezig. Een voorloopige meting leverde voor  $TiN$  een waarde van  $5 \times 10^{-6} \Omega$ . De weerstand neemt bij stijgende temperatuur toe zoodat we hier blijkbaar met metallische geleiding te doen hebben. Vooral  $TiN$  en  $ZrN$  hebben geheel het uiterlijk van metalen:  $TiN$  is goudgeel,  $ZrN$  is lichtgeel met een sterke zilverglans, de overige zijn zwart. Hun dampspanningen zijn bij ongeveer  $1500^\circ C$  nog zeer gering, terwijl ook hun smeltpunten boven deze temperatuur liggen. Verder zijn ze gekenmerkt door groote hardheid.<sup>1)</sup>

Het onderzoek naar de kristalstructuur wees uit, dat, tantaalnitridering uitgezonderd, alle regulair kristalliseeren en wel volgens het steenzout-type. Tantaalnitridering bleek hexagonaal te zijn. De tantaalatomen nemen dezelfde plaats in als de zinkatomen in het hexagonale zinksulfide. De invloed van de stikstofatomen op de verstrooiing is te gering om uit de intensiteiten der reflectielijnen de plaats der stikstofatomen in het rooster te berekenen. Daar echter de assenverhouding nagenoeg dezelfde is als bij andere kristallen van het wurtziet-type, en de analoge verbinding  $AlN$  met zekerheid tot dit type gerekend moet worden is dit ook voor tantaalnitridering waarschijnlijk.

De geringe dampspanning en het hooge smeltpunt van de verbindingen zijn in overeenstemming met de opbouw uit meerwaardige ionen. Ook het geringe molecuulairvolumen wijst in dezelfde richting. Het molecuulairvolumen n.l. is voor de drie carbiden slechts weinig grooter dan het atoomvolumen der overeenkomstige metalen. Voor de drie nitriden is het zelfs eenige procenten kleiner.

Verb.:	$TiN$	$Ti$	$TiC$	$ZrN$	$Zr$	$ZrC$	$TaN$	$Ta$	$TaC$
Mol.(At.)Vol.	11.3	11.5	11.8	13.9	14.3	15.0	10.2	10.6	14.7

Al deze waarden zijn berekend uit gegevens aan het Röntgenonderzoek ontleend. De pyknometrisch gevonden dichtheden zijn in het algemeen te laag. De gegevens van de metalen zijn ontleend aan het werk van Hull.<sup>2)</sup>

Één punt is nog niet in overeenstemming met de onderstelling van meerwaardige ionen als structuurbestanddeelen.

Bij het titaannitridering n.l. moeten de intensiteitsverhoudingen aan-

<sup>1)</sup> Een groot aantal van dergelijke verbindingen zijn gemaakt door Moissan en anderen. Het is op deze plaats onnoodig de verschillende literatuercitaten afzonderlijk te vermelden.

<sup>2)</sup> Phys. Rev. 18, 88, 1921.

merkelijk verschillend zijn, al naar mate het rooster is opgebouwd uit ionen of uit ongeladen atomen. De intensiteiten der reflecties wijzen eerder op ongeladen atomen dan op driewaardige ionen als structuurbestanddeelen. Dit is te meer merkwaardig omdat door Ott<sup>1)</sup> is aangetoond dat bij AlN de atomen evenmin een drievoudige lading dragen. Het is echter mogelijk, dat de buiging der atomen niet zoo eenvoudig van het ionenaantal afhangt als door De bije en Scherrer<sup>2)</sup> is aangegeven, maar dat ook de electronenconfiguratie een belangrijke rol speelt. Verder dient nog te worden opgemerkt, dat de merkwaardige metallische eigenschappen uit de kristalstructuur niet verklaard kunnen worden.<sup>3)</sup>

We moeten nu nagaan hoe de eigenschappen veranderen wanneer we in de verbindingen het C of N atoom vervangen door meerdere atomen. Daar verbindingen als  $TiC_2$  en  $ZrC_2$  niet bekend zijn moeten we andere atomen invoeren. We gaan nu over op de oxyden van het type  $XO_2$ . Van  $TiO_2$  zijn meerdere allotrope modificaties bekend, n.l. rutiel, anataas en brookiet. De eerste zijn onderzocht door Vegard. De gevonden structuren zijn nog als ionenroosters te beschouwen. Het titaanatoom is nog niet zoo klein dat de twee zuurstofatomen de vorming van een ionenrooster verhinderen. Wordt het centraal atoom kleiner, zooals bij  $CO_2$ , dan wordt blijkbaar in 't geheel geen ionenrooster meer gevormd.

Ook van zirkondioxyde worden meerdere modificaties beschreven. In samenwerking met Dr. J. H. de Boer hebben wij minstens twee modificaties kunnen aantonen. De eene vorm heeft „fluoriet“-structuur, de tweede vorm is waarschijnlijk weinig symmetrisch, misschien identiek met het natuurlijke zirkondioxyde, het badeleyiet dat beschreven wordt als monoklien. De eerste vorm heeft dezelfde kristalstructuur als ceriumdioxyde en thoriumdioxyde<sup>4)</sup> en het daarmee isomorphe uraandioxyde. Zirkoon, thorium en cerium hebben in hunne verbindingen veel punten van overeenkomst en een gelijke structuur van hun dioxyden is dus zeer begrijpelijk.

1) Z. f. Phys. 22, 201, 1974.

2) Physik. Zeitschr. 19, 474-483, 1918. Zie verder bijv. Bijvoet en Karssen, Structuur van LiH. Kon. Ak. XXV, No. 1 en 2.

3) Zijn de nitriden afgeleid van het driewaardig metaal, dan blijft dus na de binding van de vier valentie-elektronen nog één over, dat mogelijk drager der metallische eigenschappen is. Ook speelt hier de kleine afstand tusschen de metaal atomen waarschijnlijk een belangrijke rol. Nadat de metingen van het geleidingsvermogen verricht zijn, zal hierop nader worden ingegaan.

4) V. M. Goldschmidt en Z. Thomassen, Vidensk. Skrifter 2, 1923.

Verb.	Ti	TiO <sub>2</sub>	TiO <sub>2</sub>	TiO <sub>2</sub>	Zr	ZrO <sub>2</sub>	ZrO <sub>2</sub>	Th	ThO <sub>2</sub>
		(rutil)	(anataas)	(brookiet)		(regulair)	(monoklien)		
Mol. Vol.	11.5	18.1	19.6	± 19	14.3	19.8	± 21	19.4	26.5

Het molecuulairvolumen is bij al deze verbindingen aanmerkelijk grooter dan bij de nitriden en carbiden. De invloed der zuurstofatomen op het molecuulairvolumen is duidelijk merkbaar, doch uit zich nog niet in andere eigenschappen. Al deze verbindingen zijn nog moeilijk smeltbaar, hard en weinig vluchtig.

Merkwaardig is nu de omslag wanneer we de zuurstofatomen vervangen door zwavel- of selenatomen. Sulfiden en seleniden van titaan en zirkoon zijn, volgens de methode die boven is aangegeven, gemaakt door Dr. H. G. Bungenberg de Jong. Bij titaan werd geen sulfide van de samenstelling TiS<sub>2</sub> gevonden, wel bij het zirkoon. Het zirkoon-disulfide is een weke grafietachtige stof, donkerpaars gekleurd, die bij 1500° reeds merkbaar vluchtig is.

Een dichtheidsbepaling leverde ± 3,5. De verandering der fysische eigenschappen, vergeleken met de eerder besproken verbindingen wijst erop, dat een zuiver ionenrooster hier niet meer bestaat. De juistheid van deze onderstelling bleek uit de bepaling van de kristalstructuur. Zirkoonsulfide kristalliseert hexagonaal en wel in de rhomboëdrische afdeeling. De elementaircel bevat één molecule. De assenverhouding is 1,59, de lengte der basisribben 3,68 Å E. De plaats der atomen in de elementaircel kan aangegeven worden door:

$$Zr(000) S\left(\frac{2}{3}\frac{1}{3}u\right)\left(\frac{1}{3}\frac{2}{3}\bar{u}\right)$$

waarin  $u$  is 0.25. De structuur wordt voorgesteld door fig. 1. Fig. 2 stelt dezelfde structuur voor, hier is echter de basis over de afstand  $\frac{1}{2}$  langs de hexagonale as verschoven. Men ziet uit deze figuren hoe een laag zirkoonatomen inligt tusschen twee even dicht bezette zwavellagen. Bij

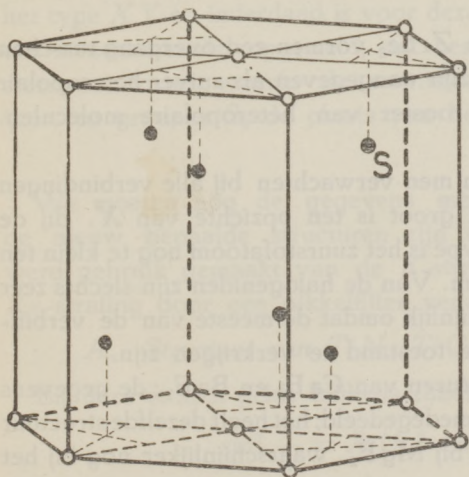


Fig. 1.

deze structuur is ieder zirkoonatoom nog omgeven door zes zwavelatomen, die het dichter naderen dan de naastbijzijnde zirkoonatomen. Bij de zwavelatomen is dit anders. Bezien we het

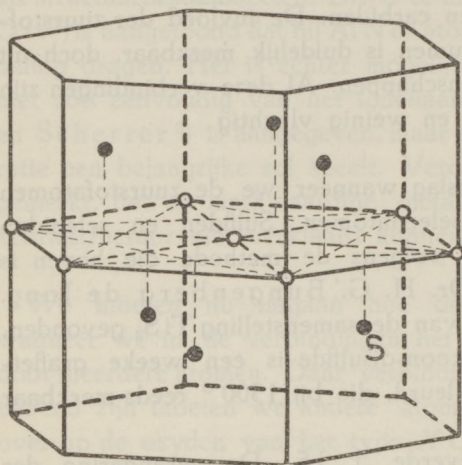


Fig. 2.

zwavelatoom gemerkt met S nader. De drie naastbijgelegen zirkoonatomen liggen in het bovenvlak. Naar beneden liggen als naaste atomen niet drie zirkoonatomen, doch drie zwavelatomen. Het zwavelatoom S zal van de zirkoonionen in het bovenvlak van de figuur veel sterkere attracties onder vinden dan van de veel verder verwijderde in het benedenvlak. Tusschen twee opvolgende zwavel-

lagen zullen dus slechts geringe krachten werken, waardoor het kristal als geheel minder stabiel wordt.

Zirkoonselenide heeft dezelfde structuur. Hier is de assenverhouding 1,70, de lengte der basisribbe 3,69 Å E. Doordat de selenatomen nog iets grooter atoomvolumen hebben dan de zwavelatomen, is de afstand tusschen twee zirkoonvlakken nog iest grooter geworden.

De roosters van  $ZrS_2$  en  $ZrSe_2$  vormen een overgang tusschen de typen die door Kossel zijn aangegeven als zuiver heteropolair rooster resp. homiopolair rooster van heteropolaire moleculen.

Een dergelijk type nu kan men verwachten bij alle verbindingen  $XY_2$  waarin Y betrekkelijk groot is ten opzichte van X. Bij de onderzochte oxyden van dit type is het zuurstofatoom nog te klein ten opzichte van het centraalatom. Van de halogeniden zijn slechts zeer weinige onderzocht, waarschijnlijk omdat de meeste van de verbindingen moeilijk in watervrije toestand te verkrijgen zijn.

Bekend zijn alleen de structuren van  $CaF_2$  en  $BaF_2$ ; de gegevens aangaande  $SrF_2$  worden later medegedeeld; het heeft dezelfde structuur als  $CaF_2$  (zie tabel II). Eerst bij  $MgF_2$ , waarschijnlijk nog bij het  $BeF_2$ , zou een gedeeltelijk homiopolair rooster te verwachten zijn.

Overigens is alleen nog bepaald de structuur van het  $\text{CdJ}_2$ .<sup>1)</sup> Hier moet men een bouw als bij het  $\text{ZrS}_2$  verwachten en inderdaad hebben beide stoffen dezelfde structuur, zoowel wat betreft assenverhouding als plaats der atomen. Smeltpunt en kookpunt liggen in vergelijking met andere zouten buitengewoon laag n.l. bij  $404^\circ$ , resp.  $708^\circ$ . Berekenen we nu nog de atoomvolumina dan vinden wij:

Verbinding	Zr	$\text{ZrS}_2$	$\text{ZrSe}_2$	Cd	$\text{CdJ}_2$
Mol. vol.	14.3	41.6	46.6	12.9	65.8

Van cadmiumjodide is het molecuulairvolumen nog grooter dan van  $\text{ZrS}_2$  en  $\text{ZrSe}_2$ , waarschijnlijk doordat het Cd atoom slechts tweewaardig is. Geheel daarmee in overeenstemming is dat het kookpunt van  $\text{CdJ}_2$  nog aanmerkelijk lager ligt dan dat van  $\text{ZrS}_2$ .

Nu zijn echter nog van twee sulfiden van het type  $\text{XS}_2$  de kristalstructuur bepaald, en wel van het  $\text{FeS}_2$  en het  $\text{MnS}_2$ , zonder dat bij deze, zooals men oppervlakkig zou verwachten, de structuur van zirkoonsulfide werd teruggevonden. Dit moet verklaard worden uit het verschil in chemische constitutie.  $\text{FeS}_2$  en  $\text{MnS}_2$  zijn op te vatten als polysulfiden. Het metaal is hierin waarschijnlijk tweewaardig en twee zwavelatomen vormen samen een tweewaardige groep. Dergelijke polysulfiden zijn zeer algemeen. Als voorbeeld noem ik hier de reeks  $\text{CaS}_2$ ,  $\text{CaS}_3$ ,  $\text{CaS}_4$ , etc. In deze gevallen is er geen twijfel aan dat de groep  $S_n$  als tweewaardig ion optreedt.  $\text{FeS}_2$  en  $\text{MnS}_2$  zullen zich dan als polysulfiden in eigenschappen eerder aansluiten bij verbindingen van het type  $XY$  en inderdaad is voor deze verbindingen door Bragg een structuurmodel opgesteld, dat beschreven kan worden als een steenzoutrooster waarin de natriumatomen zijn vervangen door ijzer, en groepen  $S_2$  de plaats van het chloor innemen.

We moeten nog de gegevens mededeelen op grond waarvan de nieuw bepaalde structuren zijn opgesteld. Bij alle opnamen werd gebruik gemaakt van de  $K$ -straling van koper, waarbij de  $K_\beta$ -straling door een nikkelfilter verwijderd was.

#### A. Structuur van $\text{TiN}$ , $\text{TiC}$ , $\text{ZrN}$ , $\text{ZrC}$ , $\text{TaC}$ ,

Bij deze stoffen geldt blijkens tabel I de betrekking

$$\sin^2 \frac{\Theta}{2} = A (h_1^2 + h_2^2 + h_3^2)$$

1) R. M. Bozorth J. Am. Chem. Soc. 44, 2232, 1922.

waarin  $\theta/2$  is de reflectiehoek, en  $h_1, h_2, h_3$  de indices van het reflecteerend netvlak zijn. In de tabellen zijn met  $d$  de lengten van de ribben der elementaircubus aangegeven. De waargenomen en berekende waarde van  $\sin^2 \theta/2$  zijn steeds in de tabellen opgenomen.

Daaruit volgt dat de stoffen regulair kristalliseeren. Verder blijkt dat alleen die vlakken met merkbare intensiteit reflecteeren, waarvan de indices of alle even of alle oneven zijn. Daar de reflectie hoofdzakelijk afkomstig is van de zware metaalatomen, moeten deze een cubisch net met gecentreerde zijvlakken vormen. De elementaircubus bevat dan 4 of 32 moleculen. Daar tot nu toe geen gevallen bekend zijn van een eenvoudig samengestelde verbinding waarin meer dan 8 moleculen per elementaircel voorkomen, kunnen we de mogelijkheid van 32 moleculen per cel wel uitsluiten, zolang geen bijzondere reden voor het tegendeel is aan te voeren. Voeren we nu nog de zeer plausibele onderstelling in, dat alle metaalatomen onderling gelijkwaardig zijn en evenzoo de metalloïd-atomen, dan zijn volgens de structuurtheorie nog slechts 4 geometrisch verschillende rangschikkingen mogelijk. In een elementaircubus worden dan de plaatsen der metaalatomen (M) en van de metalloïdatomen (Me) gegeven door de coördinaten in de ribbe als eenheid uitgedrukt:

$$\begin{array}{l}
 \text{I M } (000) \left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} 0\right) \left(\frac{1}{2} 0 \frac{1}{2}\right) \left(0 \frac{1}{2} \frac{1}{2}\right) \\
 \text{Me } \left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2}\right) (00 \frac{1}{2}) \left(0 \frac{1}{2} 0\right) \left(\frac{1}{2} 00\right) \\
 \text{II M } (000) \left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} 0\right) \left(\frac{1}{2} 0 \frac{1}{2}\right) \left(0 \frac{1}{2} \frac{1}{2}\right) \\
 \text{Me } \left(\frac{1}{4} \frac{1}{4} \frac{1}{4}\right) \left(\frac{3}{4} \frac{3}{4} \frac{1}{4}\right) \left(\frac{3}{4} \frac{1}{4} \frac{3}{4}\right) \left(\frac{3}{4} \frac{1}{4} \frac{1}{4}\right) \\
 \text{III M } (000) \left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} 0\right) \left(\frac{1}{2} 0 \frac{1}{2}\right) \left(0 \frac{1}{2} \frac{1}{2}\right) \\
 \text{Me } (uuu) \left(\frac{1}{2} + u, \frac{1}{2} - u, \bar{v}\right) \left(\bar{v}, u + \frac{1}{2}, \frac{1}{2} - u\right) \left(\frac{1}{2} - u, \bar{v}, u + \frac{1}{2}\right) \\
 \text{IV M } \left(\frac{1}{4} \frac{1}{4} \frac{1}{4}\right) \left(\frac{3}{4} \frac{3}{4} \frac{1}{4}\right) \left(\frac{3}{4} \frac{1}{4} \frac{3}{4}\right) \left(\frac{1}{4} \frac{3}{4} \frac{3}{4}\right) \\
 \text{Me } (uuu) (\bar{v} \bar{v} u) (\bar{v} u \bar{v}) (u \bar{v} \bar{v})
 \end{array}$$

Hierin is  $\bar{v} = -u$ .

I en II stellen voor structuren zooals die zijn gevonden bij klipzout en zinkblende. Aangezien verreweg het grootste deel der regulair kristalliseerende verbindingen van het type  $XY$  tot een der typen I of II behoort, en de typen III en IV nooit zijn waargenomen, is het wel waarschijnlijk dat ook de hier behandelde verbindingen tot een der groepen I of II moeten worden gerekend.

De intensiteiten der reflecties blijken met I zeer behoorlijk in overeenstemming te zijn, niet echter met II. Om uitvoerige tabellen te ontgaan, kies ik hier voor ieder der vijf verbindingen twee



TABEL I.\*)

Indices $h_1 h_2 h_3$	TiC		TiN		ZrC		ZrN		TaC*)	
	$\sin^2 \frac{\Theta}{2} \times 10^3$		$\sin^2 \frac{\Theta}{2} \times 10^3$		$\sin^2 \frac{\Theta}{2} \times 10^3$		$\sin^2 \frac{\Theta}{2} \times 10^3$		$\sin^2 \frac{\Theta}{2} \times 10^3$	
	(gev.)	(ber.)	(gev.)	(ber.)	(gev.)	(ber.)	(gev.)	(ber.)	(gev.)	(ber.)
(111)	96	96	100	100	78	80	84	84	84	85
(200)	129	128	132	133	107	107	116	115	114	114
(220)	258	257	268	266 <sup>5</sup>	212	214	223	224	226	228
(311)	351	352	358	356 <sup>5</sup>	291	293	309	309	315	313
(222)	385	385	400	400	316	320	338	337	338	342
(400)	518	513 <sup>5</sup>	533	533	423	426	452	450	456	456
(331)	611	610	631	632	506	507	534	534	541	541
(420)	640	642	665	666	530	534	560	562	570	570
(422)	770	770	799	799	640	640	672	674	684	684
(511)	865	867	899	899	720	720	758	759	762	761
(333)										
(440)					852	853	899	900	910	911
(531)					930	934	—	984		
(600)					965	960				
(441)										
$10^8 \text{ \AA} =$	32.1		33.2		26.6		28.1		28.5	
$d$ (in $\text{\AA}$ E) =	4.29		4.23		4.71		4.59		4.56	

\*) De waarden zijn gecorrigeerd door vergelijking met de lijn van een bekende stof, die aan het preparaat werd toegevoegd. Gebruikt werd wolfram; voor de lengte der elementairribbe werd aangenomen  $3.15 \text{ \AA}$  E. Zijn de waarden niet gecorrigeerd, dan is dit aangegeven met \*).

naburige interferentielijnen uit, bereken daarvan de intensiteit met inachtneming der gebruikelijke factoren <sup>1)</sup> en vergelijk die met de waargenomen intensiteitsverhoudingen. We onderstellen daarbij dat de verstrooiing evenredig is aan het kwadraat van de kernlading

Verg.vlakken    Berekende verhouding

		I	II	$I_{(331)}$	$I_{(420)}$
TiC	(311) en (420)	1:4	1:0,4	zwak	sterk
TiN	" "	1:4	1:0,4	zwak	sterk
ZrC	" "	1:2	1:0,6	sterk	zeer sterk
ZrN	" "	1:2	1:0,6	sterk	zeer sterk
TaC	" "	1:1,6	1:0,7	Nagenoeg gelijk: (420) iets sterker.	

<sup>1)</sup> Voor deze vergelijking zijn de structuurfactor en de vlakkenmenigvuldigheid  $n$  voldoende.

Wanneer III of IV de juiste structuur zouden aangeven, dan moesten behalve de waargenomen nog andere lijnen optreden omdat bij deze structuren de metalloïd-atomen niet een rooster met gecentreerde zijvlakken vormen. Deze extralijnen zouden weliswaar zwak zijn, maar bij titaannitride niettemin moeten optreden wanneer  $u$  een waarde zou hebben zoodanig, dat het rooster der metalloïd-atomen aanmerkelijk van een met gecentreerde zijvlakken zou afwijken. Daar blijkens de intensiteitsverhoudingen de totale structuur weinig van het klipzouttype afwijkt, moet voor het geval dat deze structuur niet exact geldt, de structuur beschreven worden door III of IV, waarin  $u$  een waarde aanneemt weinig van  $\frac{1}{2}$  of  $\frac{1}{4}$  verschillend.

De beslissing of de structuur nauwkeurig door het klipzouttype wordt voorgesteld of dat dit slechts een benadering is, zou alleen door kristallografisch onderzoek mogelijk zijn. Uit de intensiteiten der lijnen kan men kleine afwijkingen niet constateeren, zelfs niet wanneer de lijnen nauwkeurig gefotometreerd zouden worden, o.a. doordat men niet geheel zeker is van de correcties die moeten worden aangebracht voor de absorptie der straling in het preparaat en dergelijke.

### B. Structuur van tantaalnitride.

De waarden van  $\sin^2 \theta/2$  voor tantaalnitride voldoen aan de betrekking

$$\sin^2 \frac{\theta}{2} = 0,0849 (h_1^2 + h_2^2 + h_1 h_2) + 0,0242 h_3^2$$

De aldus berekende zijn met de waargenomen waarden blijkens tabel III voldoende in overeenstemming. Daaruit volgt dat tantaalnitride hexagonaal kristalliseert. De elementaircel bevat twee moleculen. De basisribbe heeft een lengte van  $3,05 \text{ \AA}$ , de assenverhouding is 1.62.

De plaats van de tantaalatomen kan zijn:

- |   |  |
|---|--|
| I. (000) $(00 \frac{1}{2})$                         | IV. $(00 u)$ $(00 \bar{u})$  |
| II. $(000)$ $(\frac{2}{3} \frac{1}{3} \frac{1}{2})$ | V. $(\frac{1}{3} \frac{2}{3} u)$ $(\frac{2}{3} \frac{1}{3} \bar{u})$ |
| III. $(000)$ $(\frac{2}{3} \frac{1}{3} 0)$          |  |

Welke van deze de juiste is blijkt uit de intensiteitsverhoudingen. I en IV zijn uitgesloten omdat hier (110) even sterk zou moeten zijn als (200). III vervalt omdat in dit geval (111) even sterk zou moeten zijn als (112). In V kan  $u$  niet de waarde  $\frac{1}{2}$  hebben. Voor  $u = \frac{1}{4}$ , gaat V in II over. Voor deze waarde nu

zijn de waargenomen intensiteiten in behoorlijke overeenstemming met de berekende. Voor de tantaalatomen nemen we dus aan een net V, waarin  $u$  gelijk is aan  $\frac{1}{4}$ , of weinig daarvan afwijkt. Over de plaats der stikstofatomen kan men uit de intensiteiten der lijnen niets leeren. Aangezien echter het rooster van tantaalnitride zoowel wat de plaats der metaalatomen als de assenverhouding betreft, met het wurtziettype overeenstemt en tot nu toe voor alle hexagonale verbindingen van het type  $XP$  deze structuur gevonden werd, is ze ook hier zeer waarschijnlijk.

C. Structuur van  $ZrO_2$ ,  $ThO_2$ ,  $UO_2$ , en  $SrF_2$ .

TABEL II.

Indices $h_1 h_2 h_3$	$ZrO_2$		$ThO_2$			$UO_2$		$SrF_2$	
	$\sin^2 \frac{\Theta}{2} \times 10^3$		$\sin^2 \frac{\Theta}{2} \times 10^2$			$\sin^2 \frac{\Theta}{2} \times 10^3$		$\sin^2 \frac{\Theta}{2} \times 10^3$	
	(gev.)	(ber.)	(gev.)*	(gec.)	(ber.)	(gev.)	(ber.)	(gev.)*	(ber.)
(111)	74*)	69	60		57	59	59	53	52
(200)	97*)	92	80		76	79	79		
(220)	182	183	158		151 ( $\pm 160$ ) <sup>1)</sup>	158	138	138	
(311)	249	252	216	208	208	217	217	192	190
(222)	272	275	234		227	237	237	206	207
(400)	364*)	366	311		303	315	316	276	276
(331)	431	435	369		359	376	376	328	328
(420)	455	458	388		378	396	395	346	345
(333)									
(511)	550	549	463	453	454	474	474	416	414
	619	619	519	509	511	535	533	466	466
(440)	729*)	733	614		606	630	631	555	552
(531)	797*)	803	670	660	662	690	691	605	604
(600)									
(442)	828*)	825	688	680	681	710	711	621	621
(620)	919*)	916	760	759	756	790	790	692	690
(533)			817	814	814	848	848	741	741
(622)			836		831	870	869	762	759
(444)			908		906	950	948	831	827
(551)									
(711)			964		964			885	879
(640)								905	896
$10^3 A = 22.9$			$18.9$			$19.7$		$17.2^5$	
$d(\text{in } \text{Å}) = 5.08$			$5.26$			$5.48$		$5.86$	

1) Niet nauwkeurig uit te meten door fout in de film. De waarden van  $UO_2$  zijn niet gecorrigeerd, doch bepaald met behulp van een zeer nauwkeurige camera.

Uit tabel II blijkt dat ook hier de sinusquadraten der reflectiehoeken voor de metaalatomen wijzen op een regulair rooster met gecentreerde zijvlakken.

Bij deze verbindingen, en in het bijzonder bij  $\text{Th O}_2$  kan worden aangetoond, dat de Th-atomen zeer nauwkeurig een dergelijk rooster vormen. Was dit niet het geval, dan moesten nog extra lijnen optreden, die bij hoge indiceswaarden reeds zeer goed merkbaar zouden zijn. De plaats der zuurstofatomen in de oxyden daarentegen is niet met zekerheid aan te geven. De kleine invloed die nog op de intensiteit merkbaar is, wijst op een structuur die weinig van die van calciumfluoride afwijkt. In hoeverre deze structuur geheel juist is, kan alleen weer door kristallografisch onderzoek worden uitgemaakt.  $\text{Sr F}_2$  heeft blijkens de intensiteit der lijnen eveneens deze structuur. Hier is deze nagenoeg zeker door de verwantschap met  $\text{Ca F}_2$ .

#### D. Structuur van zirkoonsulfide en zirkoonselenide.

De waarden van  $\sin^2 \theta/2$  blijken voor zirkoonsulfide te voldoen aan

$$\sin^2 \frac{\theta}{2} = 0.0584 (h_1^2 + h_2^2 + h_1 h_2) + 0.0173^5 h_3^3$$

zooals blijkt uit tabel III, waarin behalve de waargenomen en berekende waarden van  $\sin^2 \theta/2$  ook zijn opgenomen de berekende en geschatte waarden der intensiteiten. Hieruit berekenen wij voor de assenverhouding 1.59. voor de lengte der basisribbe 3.68 Å E. Iedere elementaircel bevat dan slechts één molecule.

Voor de plaatsen der atomen in de elementaircel komen in aanmerking vijf mogelijkheden, zoolang we aannemen dat alle zwavel- en alle zirkoonatomen onderling gelijkwaardig zijn. Geven we aan de Zr-atomen de plaats (000), dan zijn die der zwavelatomen in de vijf gevallen:

- |   |   |
|---|---|
| I. $(\frac{1}{3} \frac{2}{3} 0)$ $(\frac{2}{3} \frac{1}{3} 0)$                      | IV. $(\frac{1}{3} \frac{2}{3} u)$ $(\frac{2}{3} \frac{1}{3} u)$       |
| II. $(\frac{1}{3} \frac{2}{3} \frac{1}{2})$ $(\frac{2}{3} \frac{1}{3} \frac{1}{2})$ | V. $(\frac{1}{3} \frac{2}{3} u)$ $(\frac{1}{3} \frac{2}{3} \bar{u})$  |
| III. $(0 0 u)$ $(0 0 \bar{u})$  | VI. $(\frac{2}{3} \frac{1}{3} u)$ $(\frac{1}{3} \frac{2}{3} \bar{u})$ |

Nu zijn de gevallen I en II uitgesloten omdat in dit geval de lijnen (101) en (102) gelijke intensiteiten moeten hebben. III vervalt omdat dan van de lijnen (110) en (200) de intensiteit dezelfde zou moeten zijn. Bij de overige gevallen moet  $u$  ongeveer  $\frac{1}{4}$  zijn. Alleen dan zullen de reflecties (004) en (006) ontbreken, (003),

TABEL III.

Indices $h_1 h_2 h_3$	TaN *)				ZrS <sub>2</sub> *)			
	$\sin^2 \frac{\Theta}{2} \times 10^3$		Intensiteit		$\sin^2 \frac{\Theta}{2} \times 10^3$		Intensiteit	
	(ber.)	(gev.)	(ber.)	(geschat)	(ber.)	(gev.)	(ber.)	(geschat)
(001)	—	—	0	—	—	17.5	8	—
(100)	85	91	6	Z	—	59	6	ZZZ
(002)	97	102	8	Z	—	—	0	—
(101)	109	112	36	ZS	76	79	90	ZZS
(102)	182	187	12	M	128	134	108	ZZS
(003)	—	—	0	—	156	162	8	ZZ
(110)	254	260	24	S	175	180	96	ZS
(111)	—	—	0	—	193	198	48	S
(103)	303	307	36	ZS	214	221	90	ZS
(200)	339	343	6	ZZ	234	240	6	ZZ
(112)	351	356	48	ZS	—	—	0	—
(201)	363	368	36	S	251	258	90	S
(004)	388	391	8	ZZ	278	278	32	M
(202)	436	442	12	Z	303	307	108	S
(113)	—	—	0	—	331)	336	48	M
(104)	473	474	12	Z	336)			
(203)	557	559	36	S	390	394	90	M
(210)	593	596	12	M	409	416	12	Z
(211)	619	620	72	ZZS	426)	435	180	S
(005)	—	—	0	—	434)			
(114)	643	642	48	ZS	453	457	192	S
(212)	690)	689	36	ZS	478	483	216	S
(105)	690)		24					
(204)	727	725	12	ZZ	492	495	90	Z
(300)	763	765	24	M	512	513	12	Z
(301)	—	—	0	—	526	528	96	M
(213)	811	810	72	ZS	543	547	48	M
(302)	860	858	12	—	565	568	180	S
(115)	—	—	—	—	—	—	0	—
(006)	872	879	8	—	609	612	48	M
(205)	944)	938	36	—	—	—	0	—
(106)	956)				—	—	667	670
(214)	981	975	24	—	686)	108	24	S
(303)	—	—	—	—	683)			
					682)	683	48	1)

Hierbij beteekenen ZZS uiterst sterk, ZS zeer sterk, S sterk, M middelmatig, Z zwak, ZZ zeer zwak.

1) De volgende reflectielijnen zijn niet meer opgenomen.

(004) en (005) aanwezig zijn. IV eischt dat (101) en (103) geheel verschillende intensiteiten moeten hebben, zich verhoudende als 15:0,1. Echter zijn beide lijnen even sterk. Bij V moeten de lijnen (101) en (102) zich verhouden als 1:3. Beide lijnen zijn nagenoeg even sterk. Verder moeten (100) en (101) zich verhouden als 4:10. In werkelijkheid is (100) nauwelijks zichtbaar, (101) zeer sterk. Als eenige mogelijkheid blijft dan nog over VI. De intensiteiten die bij deze plaatsing der atomen berekend zijn, voldoen blijkens tabel III zeer goed.

TABEL IV. \*)

Indices $h_1 h_2 h_3$	$\sin^2 \frac{\theta}{2} \times 10^3$		Intensiteit	
	(gevonden)	(berekend)	(berekend)	(geschat)
(101)	74	71	48	S
(102)	122	117	48	S
(110)	168	165	54	S
(103)	199	195	48	S
(201)	236	236	48	M
(004)	253	248	18	M
(202)	284	282	48	S
(104)	309	303	12	M
(113)		305		
(203)	362	360	48	S
(211)	402	400	48	S
(114)	414	414	108	ZS
(212)	444	447	114	ZS
(105)		445		
(300)	494	495	54	M
(213)	525	525	96	S
(205)	613	608	96	S
(106)		615		
(214)	631	633	36	M
(303)		635		
(220)	660	660	54	M
(311)	730	730	96	S
(304)	741	744	96	S
(215)	775	775	192	ZS
(312)		777		
(107)	810	815	48	M

Volledigheidshalve zijn nog onderzocht de mogelijkheden die ontstaan, wanneer de zwavelatomen niet gelijkwaardig zijn. Geen van deze was beter met de gevonden intensiteiten in overeenstemming dan met een plaatsing der atomen zooals die in VI is aangegeven.

Zirkoonselenide kristalliseert geheel als zirkoonsulfide (Tabel IV).

De waarden van  $\sin^2 \theta/2$  voldoen aan de betrekking

$$\sin^2 \frac{\theta}{2} = 0.055 (h_1^2 + h_2^2 + h_1 h_2) + 0.0155 h_3^2$$

Hieruit volgt dat de assenverhouding is 1,63, de lengte der basisribbe 3,79 Å. Door het hoger atoomnummer van selen zijn de intensiteitsverhoudingen der reflectielijnen anders dan bij het sulfide. De overeenstemming is zeer bevredigend wanneer men evenals bij het zirkoonsulfide  $U = 0,25$  stelt.

#### Summary.

The crystal-structures of TiN, ZrN, TaN, TiC, ZrC, TaC, ZrO<sub>2</sub>, UO<sub>2</sub>, ThO<sub>2</sub>, ZrS<sub>2</sub> were determined. The structure of TiN, TiC, ZrN, ZrC and TaC is, within the errors of the measurements, the same as the "NaCl" structure. For ZrO<sub>2</sub>, UO<sub>2</sub> and ThO<sub>2</sub> structures were found of the same form as the "CaF<sub>2</sub>" lattice.

In TaN the Ta-atoms occupy the same places as the Zn-atoms in the hexagonal "ZnS" (Wurtzite) lattice. As for the remaining two, ZrS<sub>2</sub> and ZrSe<sub>2</sub> crystallize in the hexagonal system, rhombohedral division. Their lattices are very remarkable, because they are not pure ionic lattices. The changes of properties of these bodies, as compared with those of ZrN, ZrC and ZrO<sub>2</sub> are in agreement with the change in their crystal-structures.

---

## BOEKBESPREKING.

---

*M. von Laue, La Théorie de Relativité.* Traduction faite d'après la quatrième édition allemande, revue et augmentée par l'auteur, par Gustave Létang. Tome I: Le principe de relativité de la transformation de Lorentz. — Gauthier-Villars, Paris 1924.

De vierde druk van von Laue's uitvoerig werk over de speciale relativiteitstheorie, vermeerderd met eenige waardevolle toevoegingen van den schrijver, is in een prettig leesbare en duidelijke Fransche vertaling verschenen.

In de wijsgeerig getinte, maar heldere inleiding, treft ons het standpunt, dat de schrijver tegenover Poincaré inneemt, indien hij schrijft: „Ce principe de la simplicité n'est à aucun titre un principe de commodité (le terme Economie dans la Science" ne nous paraît pas non plus heureux).” Er volgt een uitvoerige bespreking van de z.g. Galileïtransformatie, waarbij nieuw is het bewijs, dat in de klassieke mechanica alleen deze transformatie van het ééne „inertiesysteem" naar het andere voert. De overgang tot de Lorentz-transformatie wordt gevormd

door een beschrijving van de fundamenteele proeven van Wilson, Wien, Rowland, Röntgen, Fizeau (Zeeman), Sagnac (Harress), Bradley, Doppler en Michelson. Eenige dezer proeven worden bekeken in het licht der theorie van Maxwell-Hertz-Lorentz, waarna ongedwongen de formuleering van Einstein's relativiteitsprincipe te voorschijn komt. Gaarne hadden we duidelijker geaccentueerd gezien, dat een tweede peiler van de speciale relativiteits-theorie is het principe van het constant zijn der lichtsnelheid. De Lorentz-formules worden op de bekende wijze afgeleid (er bestaan thans mooiere afleidingen), waarna gewezen wordt op de meetkundige interpretatie door Minkowski.

Een afzonderlijk hoofdstuk is gewijd aan de theorie van vectoren en tensoren in een ruimte van vier afmetingen. Men zou in de plaats hiervan wenschen een behandeling van de zoo overzichtelijke en althans bij constante transformatiecoëfficiënten zoo eenvoudige en fraaie tensoranalyse met transformatieformules der algemeene relativiteitstheorie, waaruit die der speciale zonder meer volgen. Het gebruik van imaginaire coördinaten kan dan geheel vermeden worden.

Hoofdstuk V bevat een bespreking van het „leege" electro-magnetische veld met als toepassingen behandeling van het Doppler-beginsel, terugkaatsing van licht tegen een bewegenden spiegel, de daarmede in verband staande proef van Sagnac en het veld om een met éénparige rechtlijnige snelheid bewegend electron. Hierbij sluit zich aan de theorie van de proef van Trouton en Noble en de benaderingsberekening van het veld om een willekeurig zich bewegend electron. Deze laatste berekening is zeer ingewikkeld en men vraagt zich af, waarom zij in de plaats is moeten komen voor de meer eenvoudige en als benadering verder gaande behandeling van het probleem door Lorentz in zijn „Theory of Electrons".

Hoofdstuk VI houdt zich bezig met de toepassing van de theorie op electro-magnetische verschijnselen in rustende of bewegende materie, waarbij de wet van Ohm, stralingsdruk, inductieverschijnselen, proeven van Wilson, Rowland, Fresnel, Zeeman en Harress ter sprake komen.

Buitengewoon fraai is in het laatste hoofdstuk de behandeling van de toepassing der relativiteitstheorie op de mechanica, waarbij nu ook een bespreking van Hamilton's principe en van de vergelijkingen van Lagrange gevoegd is. Op ongezochte wijze gaat de schrijver over tot de thermodynamica en hydrodynamica. De bestudeering van deze beide laatste onderwerpen is de moeite — voor de meeste lezers waarschijnlijk geen geringe — overwaard.

Het boek sluit met een overzicht van formules uit de vectorrekening en een literatuuropgave. Deze laatste kon vollediger zijn.

Samenvattend is ons oordeel, dat voor hen, die de bijzondere relativiteitstheorie en haren invloed op nagenoeg alle onderwerpen der theoretische natuurkunde grondig willen bestudeeren, het besproken werk aangewezen, zoo niet onmisbaar, is.

v. d. B.

**Nouvelles vues Faraday-Maxwelliennes**, par Charles R. E. Menges, Paris Gauthier-Villars et Cie, 1924.

Dit werkje, waarvan de titel eenige verwachting wekt, is bedoeld als eene critiek op de ontwikkeling van de electromagnetische theorieën na Maxwell. In het 1e hoofdstuk tracht de schrijver door minder juiste redeneeringen tot de conclusie te geraken, dat de speciale relativiteitstheorie tot tegenstrijdigheden voert. Het eerste deel van het 2e hoofdstuk is gewijd aan de bespreking van den



meesleepingscoëfficiënt van Fresnel. Schr. betoogt hier, dat de bekende formule voor dezen coëfficiënt kan worden verkregen zonder gebruik te maken van de relativiteitstheorie (reeds in 1895 had Lorentz deze formule voor den meesleepingscoëfficiënt afgeleid!). Schr. meent daarbij te kunnen aantonen, dat de relativistische samenstelling van snelheden onjuist is. Voorts vecht schr. in verband met de traagheid der energie de relativiteitstheorie aan, daarbij gebruikmakende van eene foutieve redeneering. Op dergelijke wijze richt schr. zich tegen de electronentheorie van Lorentz en het begrip van de electromagnetische hoeveelheid van beweging. Ten slotte bespreekt schr. eene theorie, die hij tot de zijne stempelt, welke echter geen andere is dan die van Hertz. De lezing van het werkje is niet aan te bevelen. Het is wijdoopig en op verschillende plaatsen niet geheel duidelijk geschreven, terwijl af en toe bij den lezer de vraag rijst of schrijver de theorieën, die hij wil critiseeren, wel geheel meester is. E.

*Dr. A. Benrath, Physikalische Chemie.* — Uitgever Th. Steinkopff, Dresden 1923. Prijs ingenaaid f 1,25.

Dit werkje maakt deel uit van de serie „Wissenschaftliche Forschungsberichte, Naturwissenschaftliche Reihe”, uitgegeven door Dr. R. E. Liesegang.

Afgaande op de titel zou men meenen, dat dit boek een overzicht geeft van de vorderingen op het gebied der geheele physische chemie; de electrochemie, colloïd-chemie, potochemie, etc. worden echter niet behandeld. De inhoud is het beste aan te geven door de ondertitels der drie deelen waarin dit boekje is onderverdeeld, te weten I A, eigenschappen der chemisch zuivere stoffen; I B, theorie der allotropie; II theorie der oplossingen. Echter zijn ook deze groepen niet volledig behandeld.

In het eerste deel ontbreken alle nieuwere onderzoekingen over de gekristalliseerde toestand der materie; in verband met de hydratatie der ionen worden in het laatste gedeelte eenige woorden aan dat gebied gewijd. Blijkbaar beperkt de schrijver het gebied der physische chemie tot de gassen en vloeistoffen. Zeer hinderlijk is deze onvolledigheid bij de behandeling der allotropie, waar bijv. niets gezegd wordt van de resultaten van het onderzoek der gekristalliseerde stof met Röntgenstralen. Was hieraan meer aandacht geschonken, dan zou de schrijver waarschijnlijk wel eenigszins gearzeld hebben met de bewering dat gewoon lood een mengsel is van meerdere allotrope modificaties en zoo bij een reeks andere metalen.

Indien verder eenige aandacht geschonken was aan de rekrystallisatieverschijnselen bij de metalen, dan zou de bewering op blz. 16 „dat de groote variaties in de eigenschappen der metalen ondenkbaar zijn, wanneer het metaal bestond uit één molecuulsoort”, wel iets minder beslist gesteld zijn.

Uitvoeriger dan de eerste deelen is het laatste bewerkt en wel speciaal de oplossingen der electrolyten, waarbij achtereenvolgens ter sprake komen de theorieën van Arrhenius, Bjerrum, Ghosh en andere. De nieuwste onderzoekingen van Debije zijn niet opgenomen. Aan den tekst zijn een groot aantal literatuurcitaten toegevoegd. Deze gaan tot 1922, zijn echter niet volledig, daar de schrijver, naar hij zelf zegt, voornamelijk Duitsche bronnen aanhaalt. Aan den anderen kant moet gezegd worden dat het boek in kort bestek een groot feitenmateriaal brengt, waardoor het zijn nut kan hebben, wanneer men zich snel in een der behandelde gebieden wil oriënteeren. v. A.

**Clerk Maxwell's Electromagnetic Theory**, The Rede Lecture for 1923; by H. A. Lorentz. Cambridge, University Press 1923.

Als spreker voor de Rede Lecture voor het jaar 1923 was uitgenoodigd Prof. Dr. Lorentz, die in verband met het feit, dat het vijftig jaar geleden was, dat de „Treatise on Electricity and Magnetism” van Maxwell voor het eerst verscheen, eene korte uiteenzetting gaf van hetgeen de theorie van Maxwell heeft tot stand gebracht, gezien in het licht der latere onderzoekingen. Spr. wees er op, hoe deze theorie plotseling klaarheid heeft gebracht in de verwarring, die er vroeger heerschte, niet alleen op zuiver electromagnetisch, doch ook op optisch gebied, waar de theorieën van Fresnel en van Neumann feitelijk vereenigd werden in de electromagnetische lichttheorie van Maxwell. Anderzijds bemerkt echter de lezer van den „Treatise” den overgang van oudere naar nieuwere ideeën, hetgeen hier en daar een gemis aan eenheid geeft. Voorts zet spr. uiteen, dat veel van hetgeen tegenwoordig gerekend wordt tot de theorie van Maxwell te behooren van latere onderzoekers afkomstig is. Spr. staat dan stil bij een paar beproevingen van de theorie van Maxwell. Als zoodanig worden genoemd de onderzoekingen van Hagen en Rubens over de terugkaatsing van ultrarode stralen aan metalen, voorts die van Lebedew en van Nichols en Hull omtrent den druk der straling. De theorieën over de „spanningen van Maxwell” en de „electromagnetische hoeveelheid van beweging”, grootheden, die eene zoo belangrijke rol in de relativiteitstheorie spelen, vinden haren oorsprong in de theorie van Maxwell, ofschoon veel van het eerstgenoemde onderwerp en het laatstgenoemde in zijn geheel van latere onderzoekers afkomstig is. Een van de lievelingsdenkbeelden van Maxwell was de electromagnetische verschijnselen tot mechanische terug te brengen, benevens de toepassing van de vergelijkingen van Lagrange en Hamilton in de electrodynamicica. Verschillende proeven, door latere onderzoekers genomen, zijn afkomstig van ideeën van Maxwell, zooals de proef van Einstein en de Haas, die van Tolman en Stewart, die van Barnett. Niet-tegenstaande deze mechanische beschouwingen, opgehelderd door modellen, bleef het mechanisme der electromagnetische verschijnselen, speciaal van den electrischen stroom, voor Maxwell duister. De rol, die de electronentheorie gespeeld heeft ter opheldering hiervan, wordt echter door spr. slechts zeer terloops hier en daar even genoemd!

Ten slotte wordt erop gewezen, dat de vergelijkingen van Maxwell, die zich tot nu toe zoo schitterend hebben gehandhaafd, afgezien van betrekkelijk kleine wijzigingen door de relativiteitstheorie, misschien het ernstigst bedreigd zullen worden door de quantentheorie. E.

**N. Bohr, Drei Aufsätze über Spektren und Atombau**, Sammlung Vieweg, Heft 56, 2te Auflage. 150 blz. 13 fig. — Fr. Vieweg und Sohn, Akt.-Ges. Braunschweig 1924. Prijs M. 5.—.

Het is als een gunstig teeken te beschouwen, dat van een werkje als dit, reeds zoo spoedig een tweede druk noodig is geworden. Ruim anderhalf jaar geleden heb ik bij zijn eerste verschijnen uitvoerig uiteengezet wat het karakter van deze „Aufsätze”, door mij liever als „Vorträge” beschouwd, is. Ik mag dan ook wel naar die bespreking verwijzen, (Physica III p. 160) te meer daar de inhoud van deze voordrachten onveranderd is gebleven. Wel is er in die paar jaar op het

gebied van de atoomstructuur veel veranderd en zal men vooral in de derde voordracht niet meer geheel vinden weergegeven het standpunt dat Bohr en zijn medewerkers thans innemen. Toch is er wel iets voor te zeggen, die voordrachten onveranderd te laten, want zij geven toch zoo duidelijk weer de verschillende fasen in het ontwikkelingsproces, dat onze kennis van den atoombouw doormaakt.

Nu onderscheidt zich deze druk van den vorigen, doordat Bohr de voornaamste trekken van de ontwikkeling zijner theorie sinds 1922, in een „Anhang” heeft toegevoegd. In dezen „Anhang” vinden we een schema van de classificatie der elektronenbanen door middel van het quantumsymbool  $n_k$ . Daar de controle van de theorie vooral betrekking heeft op het optreden van nieuwe baantypen, zijn in dit schema in hoofdzaak de elektronenconfiguraties van de elementen aan het begin van de perioden van het periodiek systeem aangegeven.

Ter illustrering van de wijze waarop het materiaal, dat verkregen is uit de onderzoekingen der spectraalreeksen, wordt gebruikt voor de controle van de theorie, zijn een aantal figuren toegevoegd. Aan de hand daarvan worden achtereenvolgens kort besproken:

- a. de boogspectra van de alkalimetalen.
- b. de vonkspectra van de aard-alkalimetalen.
- c. de nieuwere onderzoekingen van Paschen en Fowler, die typen van seriespectra hebben ontdekt, waarbij de Rydbergkonstante 9- en 16-voudig moet worden genomen.
- d. de boogspectra van Al, Ga, In en Tl waar in den normaaltoestand voor de eerste keer een nieuw baantype voorkomt, waarbij het quantumgetal  $k = 2$ .
- e. de nieuwe onderzoekingen van Fowler over het vonkspectrum van koolstof.

Ten slotte wordt duidelijk uiteengezet, de groote beteekenis van de onderzoekingen van Coster over de Röntgenspectra voor de toetsing van de theorie. Ook hier is uit het waarnemingsmateriaal een schematische figuur samengesteld, die een overzicht geeft van de wetmatigheden, die de waarden der Röntgentermen vertoonen.

Kortom, ik hoop door dit korte overzicht te hebben aangetoond, dat door deze toevoegingen aan den vorigen druk deze tweede druk de beste gelegenheid verschaft om op de hoogte te blijven van de ontwikkeling van dit zoo interessante gebied.

T. v. L.

**Wiedemann-Eberts Physikalisches Praktikum**, neubearbeitet von E. Wiedemann und A. Wehnelt. 6te Aufl. 545 bldz. 371 fig. — Fr. Vieweg und Sohn A.-G. Braunschweig 1924. Prijs ingenaaid M. 18.—, gebonden M. 21.—.

Onder de verschillende boeken voor het natuurkundig practisch werken heeft het Praktikum van Wiedemann-Ebert steeds een bijzondere plaats ingenomen. Minder in details en fijne correcties tredende dan bijv. een Praktische Physik van Kohlrausch, heeft het van den aanvang af de bedoeling gehad, den beginneling flink in te leiden in de geheimen van het practisch werken. En dat karakter heeft het ook in de latere drukken behouden.

Men heeft wel eens gezegd, dat het boek te elementair is gehouden en te weinig kennis vooronderstelt. Ik ben van meening, dat juist een boek als dit, voor den aankomenden practisant — hij zij dan medicus of mathematicus, dan wel chemicus of physicus, die dit practicum moet loopen, — een uitstekende handleiding is. Het

is vaak in 't begin niet gemakkelijk voor hen, om bij de proeven, die zij moeten doen, de litteratuur daarover in andere boeken te vinden, en daarom heb ik het steeds als een voordeel van dit werk beschouwd, dat het bij de proeven steeds de noodige inleidingen geeft.

Dit karakter is ook in dezen druk bewaard gebleven, al zijn sommige inleidingen wat bekort om meer plaats te krijgen voor nieuwe oefeningen, speciaal op het gebied van de electriciteit. En daarmee kom ik meteen op een andere goede zijde van dit boek. De bewerkers ervan weten het boek op peil te houden, door proeven, die langzamerhand verouderd zijn, weg te laten en daarvoor een groot aantal proeven in te schakelen, die op de moderne gebieden der physica thuis behooren. Zoo hebben de hoofdstukken over Electricische trillingen en Electricische ontlading in gassen een groote uitbreiding gekregen.

Dit alles maakt, dat het boek niet alleen voor het praktikum geschikt is, maar dat het ook voor een deel de taak van andere boeken overneemt, n.l. den leeraar voor het opstellen van meer moderne proeven, nuttige wenken geeft.

Ik hoop dan ook, dat dit boek in deze en volgende oplagen, in dezelfde richting moge voortgaan en een goede leidsman voor velen mogen zijn, die practisch de natuurkunde beoefenen.

Voor het bewerken van dezen druk heeft Wiedemann in de plaats van Ebert, die reeds in 1913 gestorven is, Wehnelt tot medewerking bereid gevonden. Zelf neemt hij in de voorrede van dezen druk afscheid. Het is de laatste druk, dien hij zelf zal hebben bewerkt. Maar als het karakter maar wordt bewaard en dezelfde beginselen in het boek maar blijven gehandhaafd: dan blijft Wiedemann-Eberts' Physikalisches Praktikum nog lang een van de beste boeken op dit gebied.

De uitvoering van dezen druk is uitstekend, zooals we dat van dezen uitgever gewoon zijn.

T. v. L.

---

## TER BESPREKING ONTVANGEN BOEKEN.

---

- B. Gutenberg*, Die seismische Bodenunruhe, 69 blz., 20 fig. — Gebr. Borntraeger, Berlin 1924. Prijs f 2.70.
- E. Warburg*, Ueber Wärmeleitung und andere ausgleichende Vorgänge, 106 blz., 18 fig. — Julius Springer, Berlin 1924. Prijs Dollar 1.40.
- F. W. Aston*, Isotopes. Sec. Ed. 182 blz., 23 fig. — E. Arnold and Co., London, 1924. Prijs 10/6.
- P. Günther*, Tabellen zur Röntgenspektralanalyse, 60 blz., 4 fig. — Julius Springer, Berlin 1924. Prijs M. 4,80.
- J. A. Crowther*, Ions, electrons and ionizing radiations, 4th ed., 328 blz., 109 fig. — E. Arnold and Co., London 1924. Prijs 12/6.
- A. Brestet Jz.*, Le soleil, ses phénomènes les plus importants, leur littérature et leur explication, préparé à la publication par les soins du Dr T. van Lohuizen, 315 blz., 35 fig. — W. P. van Stockum et fils, La Haye 1924.
- H. Ollivier*, Travaux pratiques de physique générale, première série, 104 blz., 63 fig. — J. Hermann, Paris 1924. Prijs 12 Frs.

- W. Guertler, *Metallographie*, Bd. II, Teil 2, Heft 6 (2): Die elektrische und thermische Leitfähigkeit, bewerkt door A. Schulze, 371 blz., 183 fig. — Gebr. Borntraeger, Berlin 1924. Prijs f 30.—.
- J. Varin d'Ainvelle, *L'origine tourbillonnaire de l'atome et ses conséquences*, 215 blz. — Gauthier-Villars, Paris 1924.
- Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften*, dritter Band, 404 blz., 100 fig. — Julius Springer, Berlin 1924.
- Probleme der Astronomie*. Festschrift für H. von Seeliger, 475 blz., 59 fig. — Julius Springer, Berlin 1924. Prijs M. 45.

## MEDEDEELINGEN.

### NATUURKUNDIG LABORATORIUM JOSEPH PLATEAU TE GENT.

De Redactie vestigt gaarne de aandacht van de Nederlandsche vakgenooten op het nieuwe Natuurkundig Laboratorium, dat aan de gedeeltelijk vervlaamschte Gentsche Universiteit door Prof. Dr. J. E. Verschaffelt zal worden ingericht, in het huis St. Pietersnieuwstraat no. 70, te Gent. Wij vernemen dat het in de bedoeling van Prof. Verschaffelt ligt het laboratoriumwerk te wijden aan onderzoekingen over de moleculaire krachten, capillariteit, viscositeit, elasticiteit, enz., in de richting, door Joseph Plateau ingeslagen en ook door Van der Mensbrugghe gevolgd. Het laboratorium zal naar Joseph Plateau genoemd worden.

Wij wenschen den directeur van het nieuwe Natuurkundig Laboratorium van ganscher harte succes.

Aan de Nederlandsche physici die van hun belangstelling willen doen blijken mogen wij mededeelen dat zij een wensch van Prof. Verschaffelt zouden vervullen door aan de boekerij van dat Laboratorium verhandelingen, dissertaties en overdrukken ten geschenke te zenden.

### INTERNATIONAAL CONGRES VOOR TECHNISCHE MECHANICA.

Wij ontvingen van het Comité van Redactie, dat zich belast heeft met de volledige uitgave van de verhandelingen, die op het eerste Internationaal Congres voor Technische Mechanica te Delft zijn gehouden, een circulaire, waarin eenige mededeelingen omtrent deze uitgave gedaan worden,

Daar deze congresverhandelingen zonder eenigen twijfel voor

vele van onze lezers van groot belang zullen zijn, meenen we goed te doen, ook te dezer plaatse de aandacht op deze uitgave te vestigen.

Daar wij in ons nummer van Maart 1924 de lijst opnamen van de gehouden voordrachten zien we te dezer plaatse af van het weergeven van de inhoudsopgave, die niet minder dan 50 oorspronkelijke bijdragen vermeldt, en beperken ons tot de mededeeling, *dat de intekenprijs per exemplaar slechts f 13,— bedraagt voor hen, die dit bedrag vóór 8 November aan een der beide Hoogleraren: Prof. Ir. C. B. Biezeno en Prof. Dr. J. M. Burgers (adres Nieuwe Laan 76, Delft) doen toekomen.*

De boekhandelprijs zal f 18.— bedragen.

## STRIKVRAGEN.

Vraag 22. Een spakenkruis, dat in een vertikaal vlak draaien kan, draagt aan de uiteinden der even lange armen gelijke massa's.

Indien men aan de spaken, bij het passeeren van de vertikaal aan den bovenkant, warmte toevoert, evenveel als men eraan onttrekt bij het passeeren van de vertikaal aan den onderkant, dan zullen de dalende massa's aan langere hefboomsarmen zitten dan de stijgende. De machine zou dus een perpetuum mobile van de eerste soort zijn. Waarom kan ze dat niet?

*Antwoorden en nieuwe strikvrAGEN inzenden aan het gewone adres der Redactie.*

Antwoord op vraag 20: *Wanneer men een wisselstroom van ongeveer 0.1 Ampère wil meten met een quadratischen wisselstroom-ampèremeter voor maximaal 1 Amp. is de nauwkeurigheid van de meting gering omdat de verdeelingen aan het begin van de schaal zeer dicht bij elkaar liggen. Is het mogelijk met denzelfden meter een grootere nauwkeurigheid bij het meten van den wisselstroom te bereiken, door eerst door het instrument een gelijkstroom van bijv. 0.9 Amp. te zenden, en vervolgens daarop de te meten kleine wisselstroom te superponeeren?*

De uitslag van een wisselstroom-ampèremeter is — bij benadering — evenredig met het gemiddelde kwadraat van den stroom. Nu is het gemiddelde kwadraat van gelijkstroom + gesuperponeerde wisselstroom gelijk aan de som van de gemiddelde kwadraten van gelijkstroom en van wisselstroom afzonderlijk genomen, daar het dubbele product gemiddeld nul is. De verandering van den uitslag, wanneer op den gelijkstroom een kleine wisselstroom wordt gesuperponeerd, is dus juist dezelfde als de uitslag, dien deze wisselstroom alleen geeft. De nauwkeurigheid der aflezing wordt door de bedoelde maatregel dus niet vergroot.

# PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

4e JAARGANG

NOVEMBER 1924

NUMMER 11.

## ELECTRISCHE EN ANDERE STROOMEN

door W. J. DE HAAS.

*Rede uitgesproken bij de aanvaarding van het hoogleeraarsambt te Leiden, op den 3den December 1924.*

Het zij mij vergund U te schetsen hoe de electriciteitsleer in den beginne tot ontwikkeling is gekomen en hoe in den loop der tijden zich de denkbeelden over den elektrischen stroom hebben gewijzigd; voorts wenschte ik nog iets mede te deelen over een geheel ander soort stroomen: de rechte lijnige materiële stroomen.

Vergelijkenderwijs is de Natuurkunde een jonge wetenschap. Dit geldt in het bijzonder voor de leer der electriciteit. Vóór het jaar 1800 zal men over de electriciteit in beweging, de electro-dynamica geen experimenten of beschouwingen vinden, vóór 1600 evenmin over de electriciteit in rust of electrostatica. Na het jaar 1800 daarentegen gaat de ontwikkeling, eerst langzaam, vervolgens sneller en sneller, verschijnsel na verschijnsel wordt ontdekt en geïnterpreteerd, tal van onderzoekers in alle landen der wereld werken met grooten ijver aan de verdere ontwikkeling der Natuurkundige Wetenschap.

Is deze ontwikkeling bezwaarlijker geworden?

Men heeft wel eens gezegd, dat althans het experiment in de dagen van Faraday even lastig en even moeilijk was als nu het geval is. Het is moeilijk uit te maken, want al mogen alle experimenten der 18e en van het begin der 19e eeuw nu bijna spelenderwijs na te bootsen zijn, men vergete niet dat ook de hulpmiddelen veel geringer, de laboratoria veel primitiever toegerust waren dan thans.

Zoo vermeldt Lord Kelvin in een toespraak bij de opening van de Physische en Chemische Laboratoria van de Universiteit Noord Wales op 2 Februari 1885: „Toen ik het Professorsambt voor Natuurkunde te Glasgow aanvaardde, vond ik een zeer

ouderwetsch instrumentarium. Veel ervan was meer dan honderd jaar oud, weinig ervan minder dan vijftig jaar, en het meerendeel was wormstekig." Zijn laboratorium was voor een deel in een oude wijnkelder ondergebracht.

Nog slechter was het, om ook een beroemde Duitsche naam van den tijd van Lord Kelvin te noemen, met Franz Neumann in Königsbergen gesteld. In het jaar 1847 besluit Neumann, nadat de Pruisische regeering gedurende een 20-tal jaren de behoorlijke inrichting van een laboratorium telkens en telkens had uitgesteld, zelf een huis te koopen en uit eigen middelen tot laboratorium in te richten. Een handelwijze die in den tegenwoordigen tijd zeker ten hoogste gewaardeerd zou worden. Nadat nu Neumann zijn huis zoo goed mogelijk tot laboratorium had ingericht, bleek slechts weinig plaats voor bewoning van hem en zijne familie over te blijven. Hijzelve stelde zich met een dak-kamertje tevreden.

Toen het laboratorium van staatswege gebouwd en ingericht was, was Neumann intusschen 87 jaar geworden.

Men ziet het uit deze voorbeelden, de vorige geslachten hebben het niet gemakkelijk gehad. Hier of daar moge de toestand beter geweest zijn, hier en daar slechter, zeker is dat in de 17e, 18e en in de eerste helft der 19e eeuw, de gang der experimenteele en derhalve ook der theoretische wetenschap zeer vertraagd is door de vele moeilijkheden van practischen aard. En wij zijn verplicht des te meer waardeering te gevoelen voor onderzoekers, die onder de boven geschetste omstandigheden resultaten, waaronder zeer goede, wisten te bereiken.

Wij zagen, dat de natuurwetenschappen in de eerste helft der 19e eeuw, uitzonderingen daargelaten, zich nog wel niet op bijzondere waardeering van staatswege mochten verheugen. Gelijk men verwachten mag was de waardeering ook van andere takken van wetenschap niet al te groot.

Zoo kan men in Neumann's levensbeschrijving lezen hoe de wijsgeer Rosenkranz zich uit. Hij hield „die Arbeiten der Schüler seines hochverehrten Freundes Neumann für zwecklose Spielereien eines übel angewendeten Scharfsinnes, die Niemand auszer den Verfassern verstehe, und auch diese nicht, wenn sie nicht mehr unter Neumann's Leitung arbeiteten." En de philoloog Lobeck verklaarde de natuurhistorische studie „allenfalls" als „eine gelehrte Spielerei."



En zoo was het mogelijk dat nog in het jaar 1831 een college van Neumann: „über die Fortpflanzung der Wärme in den Mineralien", in de series lectionum der Universiteit Königsberg aangekondigd kon worden als „Fortpflanzung der Würmer (vermium) in festen Körpern."

Deze geest van wanbegrip en onverstand is wel volslagen gewijzigd. De natuurwetenschappen hebben, zich zelf ontwikkelend, diep hun stempel gedrukt op de ontwikkeling der hedendaagsche maatschappij.

De ontdekkingen van Pasteur en de gestadige ontwikkeling der medische wetenschappen hebben het sterftecijfer geweldig doen dalen, en daarmee het bevolkingsvraagstuk een haast dreigend aspect gegeven. Aan den anderen kant hebben physica, chemie en biologische wetenschappen, en ook de techniek die op deze wetenschappen rust, het beschot onzer akkers aanzienlijk vermeerderd, tevens het moderne verkeer geschapen, zonder welke het niet mogelijk geweest ware de menschenmassa's een bestaansvoorwaarde te scheppen. En nu moge men een zekere afkeer niet kunnen onderdrukken bij het zien dezer moderne oeconomische ontwikkeling, die ongetwijfeld een inslag van het bloot materiële bevat, of wel men moge gespannen het schouwspel gadeslaan, het grootsche moment waardeeren, dat toch ook in deze ontwikkeling ligt, zeker is, dat een zeer bepaalde weg ingeslagen is, die geen terugkeer meer veroorlooft. En geen staat, welke de naam cultuurstaat wenscht te dragen kan in den tegenwoordigen tijd, zijne wetenschappelijke werkers laten zonder goed ingerichte laboratoria en de zoo zeer verfijnde hulpmiddelen, die het moderne onderzoek eischt. Ontdekkingen worden niet meer gedaan in kelderruimten. Deze leus is vele jaren verouderd.

Bij de oorzaak, die ik geschetst heb, voor de langzame ontwikkeling der electriciteitsleer komt nog een andere, die voor andere wetenschappen evenzeer geldt. Het contact tusschen de wetenschappelijke werkers was in vroegere tijden zoo betrekkelijk gering. Een man als Benjamin Franklin was in Philadelphia vrijwel geïsoleerd. Wetenschappelijke tijdschriften bestonden wel, doch een traag wereldverkeer bevorderde maar matig de wisseling der gedachten, die hoofdzakelijk per brief geschieden moest. Zoo kwam het dat menig feit verschillende malen ontdekt werd, met soms een niet onbelangrijk tijdsverschil. En zoo kwam het ten slotte, dat de feitelijkheden der electriciteitsleer slechts langzaam aan naar voren kwamen.

Aan eenige dezer feiten, hunne ontdekkingen en hunne betekenis wil ik eenige woorden wijden.

Overbekend is de Oud-Grieksche proef over het barnsteen, dat, warm gewreven, in dien toestand stukjes stroo en andere kleine deeltjes kan aantrekken. Een enorme tijd verliep alvorens aan dit eerste electriche verschijnsel andere konden worden toegevoegd. Eerst omstreeks 1600 ontwaakt Europa uit den slaap der middeleeuwen waarin het (wat ons gebied betreft) verzonken lag. En het is een Engelschman, William Gilbert, een medicus, die met de typische pionierseigenschappen van zijn ras experimenten doet en in boekvorm publiceert.

De overeenkomst van ijzerdeeltjes, door de magneetzeilsteen aangetrokken, met de lichte voorwerpen door gewreven barnsteen eveneens aangetrokken valt Gilbert op. De analogie is inderdaad wel dieper dan Gilbert destijds vermoedde.

Gilbert construeert, om te zien in hoeverre andere lichamen in gewreven toestand met het barnsteen overeenkomen, een toestelletje, versorium door hem genoemd, het prototype van een electrometer, en niets anders dan een heel licht metalen naaldje op een statief draaibaar, zooals reeds bij de kompassen in gebruik was. Met behulp van dit toestel toont hij aan, dat vele voorwerpen zich als barnsteen gedragen.

Van nu af wordt het levendiger in Europa. Meer en meer electriche verschijnselen worden ontdekt, samenvattingen en eenvoudige beschouwingen ontstaan, ten slotte ziet men bij Franklin, Coulomb, Cavendish het metende experiment optreden.

Weinige jaren na Gilbert construeert Otto von Guericke een electriche machine. Hij neemt een bol zwavel, zoo groot als een kinderhoofd, laat deze om een as draaien, terwijl een helper de hand op de bol legt. Zoo kan hij aantonen dat de bol een veer aantrekt en dat deze veer na met de bol in aanraking geweest te zijn afgestooten wordt. De bol licht in de duisternis, zijn electriche „deugd” — deugd in de Zuidelijk Nederlandsche zin op te vatten — kan door middel van een draad op eenigen afstand overgebracht worden.

Van meer belang is de ontdekking van Gray in 1729, waarbij de lichamen geclassificeerd worden in geleiders en niet-geleiders van electriche eigenschappen.

Het is niet doenlijk alle onderzoekingen der 17e en 18e eeuw

te vermelden. In Young's Lectures on Natural Philosophy vindt men niet minder dan een 60-tal verhandelingen en een 140 memories, alleen over electrostatische verschijnselen.

En bij het lezen dier oude geschriften ondervindt men een eigenaardige sensatie. Eenigszins alsof men na het lezen van veel moderne litteratuur een heel oude auteur leest. Er is iets uitermate geruststellends in de physica der 18e eeuw. De feiten worden met een vloed van woorden omspoeld, niet onvermakelijk vaak. Doch in het licht van latere kennis mag het toch wel merkwaardig heeten, dat het ommagnetiseeren van een ijzeren naald in de 18e eeuw bekend was, feit dat zijn diepere beteekenis eerst erlangde door de onderzoekingen van Oerstedt en Ampère omstreeks 1820. Evenzeer is het merkwaardig hoe Franklin in een brief aan A. P. Collinson van den 11en Juli 1747 niet alleen de ontladende werking van punten, doch ook van de rook van brandend hout, en het „licht” van een kaars opmerkt. Het licht van de zon heeft geene uitwerking, zoo schrijft hij. Overigens dient vermeld dat de ontladende werking van rook reeds voor Franklin in Italië bekend was.

Zoals ik zoeven opmerkte is het bijwijlen niet onvermakelijk de oudere auteurs te lezen. Ik behoef U slechts te herinneren aan de huiselijke experimenten van Robert Symmer, een van de scheppers der zoogenaamde dualistische electriciteitstheorie. In een publicatie in de Philosophical Transactions van 1759 beschrijft Symmer hoe hij tot zijn opvatting van de dualistische theorie, die twee electriche fluida met tegengestelde en tegelijk aanvullende eigenschappen aannam, is gekomen.

Het begin van Symmer's publicatie luidt aldus:

„I had for some time observed, that upon pulling off my stockings in an evening they frequently made a crackling or snapping noise; and in the dark I could perceive them to emit sparks or fire. I made no doubt but that this proceeded from a principle of electricity.” Symmer bestudeert het verschijnsel nader en trekt vele malen zijn kousen uit en aan. Hij deelt zijn bevindingen aan zijn vrienden mede. „I mentioned this observation to several of my friends and some of them told me they likewise had often perceived the snapping and the emission of fire from their stockings upon pulling them off, especially in the winter-evening: but I could not hear of anybody that had taken this phenomenon into consideration in a philosophical way.”

Belangstellender dan zijn vrienden begint Symmer nu over de oorzaken van deze electriche werkingen te speculeeren. Niet tevreden met één paar kousen gaat Symmer twee paren over elkaar dragen, en wel, daar hij in de rouw was, het bovenste paar van zwarte zijde. De electriche verschijnselen blijken nu zeer hevig te zijn geworden, de kousen worden bij uittrekken paar bij paar positief en negatief geladen. Toen evenwel Symmer na eenigen tijd uit de rouw ging en witte kousen over witte ging dragen, bleek tot zijn verbazing het electriche effect grotendeels verdwenen te zijn. Zoo wordt in de zwarte kleurstof de oorzaak gevonden van het optreden van de sterke wrijvings-electriche verschijnselen. Met de beschrijving van deze en andere proeven vult Symmer een 50-tal paginas van de *Philosophical Transactions*. Overigens zijn Symmer's verdere argumenten in genoemd stuk over de tweeledigheid van de electriche vloeistof te simpel om er eenige aandacht aan te schenken. Toch is overigens het vraagstuk of de electriciteit als uit één of twee vloeistoffen opgebouwd te beschrijven is, diep genoeg.

De theorie van Symmer is als een reactie op te vatten op de één-fluidumtheorie van Franklin. Volgens Franklin kon een lichaam een te veel of een te weinig van maar één electriche fluidum bevatten en is dan positief of negatief electriche geladen. Een aantal experimenten door Franklin op de Leidsche flesch verricht, had hem tot het inzicht van een één-vloeistoftheorie gebracht.

Volledigheidshalve willen wij vermelden, dat reeds voor Symmer du Fay een dualistische electriciteitstheorie had opgesteld, naar aanleiding van de ontdekking van de glas- en hars- electriche eigenschappen.

Van veel belang, hoe diep ook de questie moge wortelen, zijn overigens de beschouwingen van dien tijd over één of twee electriche fluida niet. Welke theorie men ook aanhing, er was eigenlijk geene beslissing tusschen beide mogelijk. De electrostatiche verschijnselen openbaren zich slechts ingevolge de wetten van afstooting en aantrekking, en beide theorieën waren wiskundig in staat die verschijnselen te beschrijven. Het zou iets anders geweest zijn, als nevens de wetten der aantrekking en afstooting b.v. van een of ander massaverschijnsel, van traagheid of van zwaarte, gebleken was, dan ware zonder twijfel een experimentum crucis denkbaar, wellicht evenwel niet uitvoerbaar, om te beslissen of

inderdaad het elektriseeringsproces op te vatten was als een toevoeging van positieve en negatieve electriciteit met een vaststaand verschil, dan wel, als het toevoegen of afnemen van één vloeistof.

Doch dan is het vrij zeker, dat men vanzelf tot de moderne electronentheorie gevoerd zou zijn. Deze moderne theorie biedt het groote voordeel het natuurbeeld voor zooverre het de electriciteit betreft, nauwkeurig beschreven te hebben. De negatieve electriciteit is van een continue vloeistof tot een granular iets geworden; negatieve electriciteit is steeds eene verzameling van electronen, allen met dezelfde lading en met dezelfde massa (<sup>1</sup>/<sub>1850</sub> van de massa van het waterstofatoom). Positieve electriciteit bestaat steeds uit atomen van den een of anderen aard, waaraan een of meer electronen per atoom ontbreken. En hiermede zijn vele moeilijkheden opgelost. Voor de verschuivingsstroom in de wereldruimte doet het er niet toe, of men van een één- of tweevloeistoftheorie uitgaat. Terwijl alles wat in de ponderabele lichamen geschiedt beoordeeld moet worden naar een nu kenbare werkelijkheid en als secundair beeld — zoo men wil — althans volkomen duidelijk beschreven kan worden. De elektrische stroom in een electrolyt is iets anders dan de elektrische stroom in een metaal, evenwel zijn hunne electromagnetische werkingen naar buiten hetzelfde.

Zooals ik zoeven vermeld heb, wordt de positieve electriciteit beschouwd als het ontbreken van een of meer electronen aan de atomen. Rutherford heeft voorgesteld de positieve electriciteits-eenheid gebonden aan de kleinst voorkomende massa als zelfstandig iets tegenover het electron in te voeren, het proton. Het heeft m.i. weinig zin de oude quaestie weer op te rakelen; men kan wel dadelijk opmerken, dat men het woord „zelfstandig” niet te zwaar dient op te vatten. Het mag toch geen toeval heeten, dat de positieve en negatieve electriciteit in volkomen gelijke elementaire quanta voorkomen. En hun gescheiden zijn zal wel hun ontstaan tot voorwaarde hebben. Zeker bestaat er een toestand van geneutraliseerd zijn der lichamen in electrisch opzicht. Men gunne mij de vraag: bestaat er evenwel zoo iets als een werkelijk neutraal agens?

Wij willen alvorens verder te gaan het moderne natuurbeeld nog iets nader beschrijven. Men denkt zich de stof — stof hier als een populair woord opgevat — uit atomen opgebouwd. Het

atoom bezit een zeer kleine kern, samengesteld uit protonen, die door electronen of op andere wijze samengehouden worden, rondom deze kern zweven de negatieve electronen in planetenbanen. Wat nu in het oog valt bij dit beeld der materie is, dat de electriche krachten zoo sterk op den voorgrond treden. Het ziet er naar uit of alle krachten, die wij waarnemen van electriche oorsprong zijn, uitgezonderd de krachten die electron en proton samenhouden. Gaat men b.v. na hoe groot de gravitatiekracht tusschen twee electronen is ten opzichte van de afstootende electriche kracht, dan blijkt de electriche kracht in ronde getallen 10 tot de macht 42 maal zoo groot te zijn. Evenzeer is de gravitatiekracht tusschen kern van het atoom en een electron onnoembaar klein ten opzichte van de electriche krachten. Om het getal 10 tot de macht 42 eenigszins tot U te laten spreken, verzoek ik U zich een bol water voor te stellen met een straal die een kleine honderd maal zoo groot is als de straal van de zon. De zon heeft een volume van 1,3 miljoen  $\times$  het volume der aarde. Denkt men zich in de eene schaal van een reusachtige weegschaal een bol van de genoemde afmeting en in de andere schaal een druppel water van 1 mm<sup>3</sup>, dan heeft U ruw de verhouding van 10 tot de macht 42 voor U.

En zoo zal men kunnen begrijpen dat het denkbeeld de gravitatiekracht als een klein overschot van de electriche krachten op te vatten, meermalen naar voren gekomen is.

De krachten die moleculen in den gastoestand op elkaar uitoefenen moeten wel als electriche krachten geïnterpreteerd worden. Een molecuul bevat evenveel positieve als negatieve electriche eenheden en gedraagt zich op zeer grooten afstand als een neutraal lichaam. Denkt men zich een molecuul om een vaste as in de ruimte draaibaar, dan zal het op korteren afstand bij een volledige omwenteling een ander molecuul noch aantrekken, noch afstooten. Men bedenke evenwel dat de positieve en negatieve electriciteit in een molecuul niet gelijkmatig verdeeld voorkomen en dat wanneer bij een volledige wenteling noch aantrekking, noch afstooting voorkomt, dit feit alleen hieraan te danken is, dat in den tijd afstooting en aantrekking gelijkelijk voorgekomen zijn. Iets anders wordt het dan ook met de moleculen in vrijen gastoestand. Zij bewegen zich dan, gelijk men weet, rechtlijnig, tot zij tegen elkaar botsen, terugkaatsen en weer rechte stukjes afleggen. De moleculen zijn derhalve vrij al bewegend in den stand te gaan

staan, die hen het meest past. Zij zullen zoo gaan staan, dat zij elkaar zooveel mogelijk aantrekken, zooals heel kleine magneetjes zouden doen. Zij zijn als bi- of quadrupolen te beschouwen. En ik vermeld dit voorbeeld, omdat vooral Keesom, doch ook Debye verschillende artikelen aan dit onderzoek gewijd hebben. De afstootende krachten tusschen de moleculen, die merkbaar worden, wanneer de moleculen elkaar zeer dicht naderen, zullen eveneens als electriche krachten werkende tusschen de buitenste electronen van de electronenhuls van het molecuul beschouwd moeten worden.

In tegenstelling met de aantrekking welke vanzelve zoo groot mogelijk zich instelt, zullen de moleculen elkaar zoo weinig mogelijk trachten af te stooten, de berekening van het afstootend mechanisme wordt aanzienlijk bezwaarlijker en is door Debye aangevat.

Tot dusverre hebben wij slechts de verschijnselen van de electriciteit in rust beschouwd, wij willen nu eenige woorden wijden aan de electriciteit in beweging.

Men kan zeggen, dat aan het einde der 18e eeuw, de electrostatistische verschijnselen in hoofdzaak ontdekt waren. Anders was het met de electrodynamica.

In 1799 bracht Volta de wetenschappelijke wereld in opschudding door de ontdekking van den electriche stroom. Voordien weliswaar waren aanduidingen van een stroomdenkbeeld reeds gegeven. Het begrip goede en slechte geleider bestond reeds en is zonder stroombegrip niet denkbaar. De electriciteit was van een electriseermachine reeds over een draad weggeleid en men had aan het einde van den draad dezelfde verschijnselen voor den dag kunnen roepen als aan het begin. Franklin had de bliksemstralen langs staven geleid. Evenwel, het door Volta ontdekte zag er gansch anders uit. Niet de kortstondige uitwisseling van een fijn fluidum, dat volgens het spraakgebruik van den tijd een vurig karakter droeg. Neen, langs een draad van pool tot pool van het Volta-element liep een stroom van schijnbaar onbepaalden duur met op lange na niet de heftige verschijnselen van oudtijds. Vandaar dat Volta deze verschijnselen dan ook met de fijnere physiologische reacties van de trekkingen van een kikkerpoot of de prikkeling op de tong en ook wel met een gevoelige electrometer bestudeert. Vroeger reeds had Cavendish het eigen lichaam blootgesteld aan electriche ontladingen

en naar hunne heftigheid beschreven als voelbaar tot de pols, tot de ellebogen of verder. Bekend is het dat Cavendish zich op deze wijze een soort electricch zintuig had ontwikkeld. Er dient bijgevoegd, dat Cavendish, zoo ik mij niet vergis, dit zintuig ook bij zijn omgeving poogde te ontwikkelen.

Wij zullen bij de ontdekking van Volta niet lang stilstaan, genoeg zij dat in Engeland zijn proeven herhaald en uitgebreid werden en dat de weg nu, via Faraday, Ampère, Oerstedt, Ohm, Neumann, die de electromagnetische en inductieverschijnselen vonden en formuleerden, snel naar den nieuweren tijd voerden.

Over de nieuwere beschouwingen eenige woorden. Ter verduidelijking zij het oude beeld van den electricchen stroom gegeven: door een metalen draad loopt een electricche stroom, als het fijne electricche fluidum zich door de draad beweegt, of wel, dualistisch beschouwd, als twee electricche vloeistoffen met in zekeren zin tegengestelde eigenschappen in tegengestelden zin door den draad diffundeeren. De electronentheorie geeft kleur aan dit beeld. Het eene fluidum wordt een diffundeerende electronenstroom, het andere fluidum wordt eene verzameling positieve ionen, die in tegengestelden zin zouden kunnen diffundeeren. De groote vooruitgang van de nieuwe tegenover de oude beschouwingen is, dat verschillende verschijnselen min of meer berekenbaar worden. Riecke, Drude, Lorentz ontwikkelden deze theorie. De experimenteele grondslagen zijn de volgende: het bestaan van thermo-electricche krachten, Thomson-effect en in het algemeen van alle verschijnselen welke samenhangen met de zoogenaamde vrije electronen. Hieronder verstaat men het volgende. Men stelt zich voor dat tusschen de metaalatomen electronen — niet te veel — rondzwerven buiten het atoomverband. Deze electronen zouden dan evenals de moleculen van een gas telkens kleine eindjes weg recht kunnen afleggen, tegen een atoom botsen en het spel van vrije weglengte en botsing kan zich herhalen.

Een der redenen om deze vrije electronen aan te nemen is de gemakkelijheid waarmede de minste electromotorische kracht de electriciteit in beweging stelt. Daarbij komt dat verhitte metalen naar buiten toe gemakkelijk electronen afgeven, een verschijnsel vooral door Richardson nauwkeurig bestudeerd. Aangenomen wordt op grond van proeven van Richardson, dat een vrij electron een kinetische energie bezit gelijk aan het gemiddelde van



de kinetische energie van een gasmolecuul bij de temperatuur van den draad, die de stroom electriciteit verder voert. Lorentz neemt ten slotte aan dat de snelheidsverdeling der electronen door de wet van Maxwell beheerscht wordt. Lorentz berekent nu verschillende bekende verschijnselen o.a. komt de wet van Wiedemann en Franz die een verband aangeeft tusschen de electricische en thermische geleidbaarheid, op fraaie wijze te voorschijn.

Aangetoond wordt verder, dat werkelijk alleen de electronen de dragers van den stroom zijn en dat eene medebeweging van de positieve ionen in tegengestelden zin tot groote moeilijkheden zou voeren. Eén effect, het zoogenaamde Hall-effect blijkt evenwel de Achilles-pees te zijn — men vergeve mij de weinig fraaie beeldspraak — van de theorie der vrije electronen in een metaal. Onder Hall-effect verstaat men een eigenaardig effect door een magneetveld teweeggebracht op den stroom in een stroomdoorloopen geleider. Staan de magnetische krachtlijnen loodrecht op de stroomlijnen van een electricischen stroom, dan blijkt een potentiaalverschil op te treden in eene richting, die zoowel loodrecht op de stroomrichting als op de magnetische krachtlijnen is. Maar, en nu komt het vreemde, het blijkt dat het potentiaal verschil bij het eene metaal een ander teeken kan bezitten dan bij het andere. Had men een werkelijk vrije stroom van vrije electronen dan zou volgens bekende wetten het potentiaal verschil steeds met hetzelfde teeken moeten uitvallen. Nu zijn wel min of meer gecompliceerde verklaringen te bedenken als men b.v. de positieve ionen ook aan het stroomproces laat deelnemen; erg steekhoudend evenwel ziet dit alles er niet uit. Daarbij komt, dat zooals ik reeds vermeld heb Lorentz op onomstootelijke gronden een beweging der positieve electriciteit verwerpt.

Er zijn nog andere invloeden bekend — met het Hall-effect samenhangend — van het magneetveld op den stroom van een stroomdoorloopen geleider. Neemt men een draad vervaardigd van een of ander metaal en bepaalt men den electricischen weerstand van dien draad in en buiten het veld, dan blijkt de weerstand in het veld grooter te zijn dan er buiten. Sommige metalen vertoonen dit effect in sterker mate; zoo b.v. bismuth, antimoon, tellurium, ook graphiet. Men kan nu bij de weerstandsbeëpaling tweeërlei gevallen onderscheiden en wel een weerstandsbeëpaling zóó dat de electricische stroomlijnen evenwijdig aan, en een tweede

geval dat de stroomlijnen loodrecht op de magnetische krachtlijnen staan. Alle andere gevallen liggen tusschen deze beide in. Het blijkt dan, wanneer men te doen heeft met een homogenen draad, waarbij geen voorkeursrichting van kristallisatie aanwezig is, dat de weerstandsverandering het grootst is als de magnetische krachtlijnen loodrecht op de stroomrichting staan. Men komt evenwel tot merkwaardige resultaten, indien men de weerstandsverandering nagaat aan een groot metaalkristal. Dan blijkt, dat er een verband bestaat tusschen de grootte van de weerstandsveranderingen, de grootte der diamagnetische susceptibiliteit aan den eenen kant en den aard van het net waarin de atomen in het kristal gerangschikt zijn aan den anderen kant. Zoo toont om een voorbeeld te geven diamagnetisch graphiet een sterke verandering van den weerstand in een magnetisch veld, paramagnetisch graphiet daarentegen niet. En ik wil terloops opmerken, dat het mij wil toeschijnen zeer wel mogelijk te zijn, dat er twee kristalmodificaties van graphiet bestaan, en dat derhalve zoowel de interpretatie van Debye en Scherrer als van Hull juist zijn kan.

Nu mag nog het volgende opgemerkt worden. Snijdt men uit een groot geleidend kristal, staafjes verschillend georiënteerd ten opzichte van de kristallographische hoofdas en bepaalt men den elektrischen weerstand dier staafjes bij verschillend sterke magnetische velden, er voor zorg dragend, dat de kristallographische hoofdas steeds dezelfde hoek maakt met de magnetische krachtlijnen, zoo blijkt, dat de relatieve weerstandsverandering hetzelfde is; m. a. w. de relatieve weerstandsverandering hangt niet af van de hoek die de stroom en magnetische vectoren met elkaar maken.

Daarentegen maakt het voor de relatieve weerstandsverandering een buitengewoon groot verschil als de kristallographische as in verschillende gevallen verschillende hoeken met de magnetische krachtlijnen maakt.

Deze proeven welke het eerst met antimoon zijn gedaan, zijn onlangs door Heaps bij verschillende andere materialen bevestigd. Men kan uit deze proeven, aangezien bij een stroom van vrije electronen, de banen der electronen zeer afhankelijk zijn van den hoek die de stroomrichting met de magnetische veldrichting maakt, concluderen, dat de electronen niet vrij zijn in een metallieke geleider.

Aan den anderen kant, daar de weerstandsverandering in hooge

mate afhankelijk blijkt te zijn van de stand der kristallographische as, d. w. z. van de ligging der atomen ten opzichte van het magneetveld, en daar in het atoom zelve geen electriche weerstand aanwezig is, wordt men gedwongen tot de conclusie, dat de weerstandsverandering via de atomen plaats grijpt en dat het weerstandsmechanisme bij de bindingspunten der atomen zit.

Veel meer dan een beeld geeft dit alles niet, men ziet ongeveer hoe het mogelijk verloop der verschijnselen is, maar tot meetbare voorstellingen wordt men niet geleid. De theorie voor deze voorstelling van zaken moet nog geschreven worden.

Toch kan men vrij zeker zeggen dat de geleidbaarheid der metalen een toevalseffect is, iets wat zich aan den rand der atomen afspeelt, een overschotje, indien ik mij zoo mag uitdrukken. En verrassingen zijn op dit gebied niet uitgesloten. De mogelijkheid bestaat dat onder zeer grooten druk zonderlinge dingen gebeuren of wel dat een of andere legering de geleidbaarheid zou verhoogen, ofschoon volgens de waarnemingen die tot dusverre bekend zijn een legering steeds de harmonie van het kristalnet gestoord heeft.

Er is nog een andere groep verschijnselen die het bestudeeren overmate waard is. Reeds lang is bekend, dat eene daling van temperatuur de geleidbaarheid der metalen bevordert. Bij de zeer lage temperaturen die het Cryogeen laboratorium ons verschaffen kan, neemt de electriche weerstand af tot een kleine fractie van den weerstand bij  $0^{\circ}\text{C}$ . Van oudsher is dan ook het onderzoek van den weerstand van metalen een geliefkoosd onderwerp geweest in het Leidsche laboratorium. Vooral in de dissertatie van J. Clay zijn de onderzoekingen tot dien tijd samengevat, welke gingen tot de temperatuur van vloeibaar waterstof, onder verminderden druk kokend.

Een buitengewoon merkwaardig verschijnsel werd door Kamerlingh Onnes ontdekt bij kwikzilver gedompeld in een bad van vloeibaar helium. Bij  $4,2^{\circ}\text{K}$ . bleek de weerstand plotseling tot onmeetbaar klein toe af te nemen. Hetzelfde werd door hem bij ietwat verschillende temperaturen gevonden voor tin, lood, thallium, indium en radium G. U een getal voor de afneming te noemen heeft weinig zin, daar het wegens zijn grootte niet tot U zou spreken. Doch zeker is het gerechtvaardigd wanneer Kamerlingh Onnes dien toestand suprageleidend noemt.

Een verdere merkwaardigheid is, dat beneden de kritieke temperatuur, de sprongtemperatuur, het Hall-effect verdwijnt, evenzoo de weerstandsverandering in het magneetveld, doch indien men het magnetisch veld maar sterker en sterker maakt, zullen bij een bepaald veld, het drempelveld, plotseling de weerstand en die magnetische effecten voor den dag komen.

In de werking van het magneetveld en van de temperatuur op een suprageleider bestaat een onmiskenbare analogie. Analogie die overigens bij gewone temperatuur ook reeds aanwezig is. Beide grijpen het atoom aan en via het atoom den electricchen weerstand.

Na het reeds gezegde over het atomaire karakter van het verschijnsel ligt het voor de hand de electricche geleidbaarheid in verband te brengen met het atoommodel van Bohr. De electronen, kan men zich voorstellen, loopen in een buitenste baan van Bohr van het eene atoom in een dergelijke baan van het andere over. In een zeer belangwekkend rapport uitgebracht op het onlangs gehouden Solvay-congres heeft Kamerlingh Onnes dit uiteenzet. In de allereerste plaats blijkt, wanneer men de suprageleidbaarheid als functie van het atoomgewicht voorstelt, een hoog atoomgewicht bevorderlijk te zijn voor die eigenschap. Bij de lage atoomgewichten spitst de overgeleidende eigenschap zich toe in de buurt van het gallium met atoomnummer 31. Evenzeer ziet men wanneer men op schematische wijze het atoomvolumen uitzet tegen het atoomnummer hoe twee groepen van suprageleiders op overeenkomstige plaatsen van de bekende piekvormige krommen van Lothar Meyer optreden.

Wat nu de overgeleidende eigenschap van sommige elementen betreft, ook in het licht van de systematiek van Bohr beschouwd treffen eenige regelmatigheden. Zooals ik reeds betrekkelijk in het begin dezer rede opmerkte, denkt men zich het atoom opgebouwd uit een zeer kleine positieve kern met een aantal negatieve electronen er omheen. Deze electronen denkt men zich tot bepaalde schillen rond den kern te behooren. Iedere schil is alnaarmate het element hetwelk men beschouwt, bezet met een bepaald aantal electronen. Men spreekt van een 18-schil, een 32-schil enz. En van ieder electron is de bewegingswijze wederom bepaald door een drietal quantumgetallen.

Welnu, het blijkt, dat voor den overgeleidenden toestand een voorwaarde is, dat wij te doen hebben met elementen waarvan op

één na de buitenste schil een 18-schil is, terwijl de buitenste schil, dat is die der valentie-electronen, niet te weinig en niet te sterk bezet moet zijn. Één electron schijnt te weinig, vijf te veel te zijn. Bovendien komt voor den dag dat wanneer men zich de atomen in hun kristalnet indenkt, bij de supraconductoren de afstand der atomen groot is. En in dit opzicht is merkwaardig de verrassende uitkomst, dat elastische uitrekking van een draad voor de overgeleiders de drempelwaarde der temperatuur verhoogt.

Men zou m.i. evenwel verkeerd doen al te veel van Bohr's model der vrije atomen te verwachten ter verklaring der supra-geleidbaarheid. Het koolstofatoom is in dit opzicht leerzaam, diamant is een zeer slechte geleider, graphiet een geleider. Het verhoudingsgetal tusschen de geleidbaarheden is enorm groot. Diamagnetisch graphiet verandert zijn weerstand in een magneetveld, paramagnetisch graphiet niet noemenswaard. En de analogie tusschen temperatuur en magneetveld beperkt zich niet tot de suprageleidende toestand. Zoowel voor diamant als voor beide graphietsoorten is evenwel in vrijen toestand het koolstofatoom hetzelfde. Zonder twijfel moeten de bindingen tusschen de atomen in vasten toestand een overwegende rol spelen.

Vandaar dan ook dat Kamerlingh Onnes en Keesom hebben nagegaan of bij lood in de suprageleidende toestand het kristalnet verandert. Men heeft in Röntgenstralen tegenwoordig een middel van onderzoek, dat ons veel kan leeren omtrent de atomaire opbouw der kristallen. Bij het lood in de overgeleidende toestand met behulp van Röntgenstralen onderzocht bleek niets van een duidelijke structuurverandering.

Ook van een plotseling en volkomen stilliggen van de atomen in het net bij de drempelwaarde der temperatuur is geen sprake. De specifieke warmte, een maat voor de bewegingstoestand der atomen, vormt bij de sprongtemperatuur geen merkbare sprong.

Veel zonder twijfel moet nog opgehelderd worden over het gedrag der supraconductoren, doch dit mag wel zeker zijn, dat een scherper inzicht in dit gedrag, licht zal werpen over het geheele vraagstuk der geleidbaarheid van metalen.

Het cryogene laboratorium is een bij uitstek geschikte werkplaats voor de studie der verschijnselen, die als de geleidbaarheid zich aan den rand van het atoom afspelen. Immers de temperatuur is een storende factor in vele experimenten, de temperatuur verdoezelt te veel de verschijnselen waarover wij spreken en hoe

meer het atoom in zijn net zal komen stil te staan, hoe zuiverder veelal ook wij in staat zullen zijn hoofd- en bij-factoren van elkaar te scheiden. Duidelijk treedt bij onderzoekingen als deze voor den dag hoe aan den eenen kant de lage temperatuur als doel, doch ook aan den anderen kant als hulpmiddel van zeer groote waarde kan zijn, een gegeven probleem te vereenvoudigen. En dit is dringend noodig, want de wereld der verschijnselen is oneindig en onze tijd is kort.

In mijne inleiding zeide ik U ook eenige woorden te willen wijden aan een geheel ander soort stroomen dan de electriche stroomen in metalen en wel de ongeladen materiestroomen, de atoom- en moleculaire stralen.

Ter opheldering roepen wij even het beeld voor den geest door de kinetische gastheorie geschapen. Gelijk men weet denkt men zich gassen en dampen te bestaan uit moleculen of atomen, die in heftige beweging verkeerden. Het beste kan men deze beweging beschrijven als een soort biljartspel in de ruimte, vele botsingen grijpen plaats, en in de tusschentijden beschrijven moleculen en atomen kleine rechte wegen, de zogenaamde vrije weglengten. De snelheid der beweging van de gasmoleculen wordt door de moleculaire massa en de temperatuur bepaald. En deze snelheid is vrij aanzienlijk; zoo beweegt een zuurstofmolecuul in gastoestand zich, bij gewone temperatuur met eene snelheid van 400 à 500 m per seconde. Het zou verkeerd zijn uit deze groote snelheid de gevolgtrekking te maken, dat een gasmolecuul in een seconde vele malen tusschen de wanden van een vat heen en weer zoude loopen; door de vele botsingen — bij normale barometerdruk — schrijdt het molecuul slechts langzaam voorwaarts, het diffundeert zonder voorkeursrichting.

Evenwel de levensloop van een gasmolecuul verandert geheel wanneer wij met zeer verdunde gassen te doen hebben. Het gelukt met behulp der nieuwerwetsche vacuumpompen betrekkelijk gemakkelijk een vat zoo leeg te pompen, dat de nog overblijvende moleculen decimeters weegs kunnen afleggen, alvorens tegen een ander molecuul aan te botsen. En in dit geval zal, als het vat niet al te groot is, het molecuul verscheidene malen tusschen de wanden heen en weer kunnen loopen, zonder een ander te treffen. Dat inderdaad de toedracht in de werkelijkheid is, zooals ik U

hier geschetst heb, is het eerste wel door Dunoyer bewezen, en wel op de volgende wijze :

Men stelle zich voor een vrij lange glazen gesloten buis, zoo ver mogelijk luchtledig gemaakt. In het eene einde van die buis ligt een vast stukje Natrium, terwijl midden in de buis een scherm aanwezig is, dat de geheele buis in twee stukken verdeelt, terwijl weer midden in het scherm een fijne opening is aangebracht.

Verdampt men nu vervolgens iets van het Natrium dan bewegen de verdampte atomen zich in den buitengewoon ijlen damp in rechte lijnen door de opening van het scherm heen en kleven vast op den tegenovergestelden glaswand. Door de opening heen is een rechte materiestroom, een ééndimensionale gasstroom ontstaan en vormt volgens geometrische wetten van de opening eene afbeelding in vast Natrium op den tegenovergestelden glaswand.

Met behulp van analoge methodes, zooals ik U zoo juist beschreven heb, kunnen nu op zeer direct experimenteele weg gewichtige vragen beantwoord worden. Zoo kan b.v. de grootte van de moleculaire snelheden op directe wijze bepaald worden en zou evenzeer de gemiddelde vrije weglengte in een ijl gas bepaald kunnen worden.

Als van het grootste gewicht mag ten slotte genoemd worden de bepaling van het magnetisch moment der atomen en de oplossing van het vraagstuk van de zoogenaamde quantiseering van de instelrichting van het atoom in het magneetveld.

Stern heeft zich bezig gehouden met de bepaling der moleculaire snelheden. In beginsel lijkt de toestel waarmede deze eerste directe bepaling van moleculaire snelheden verricht is, zeer veel op het reeds geschetste toestel van Dunoyer.

De geometrische materiestroom wordt evenwel niet op een glaswand opgevangen, doch op een scherm dat met groote gelijkmatige snelheid ronddraait. De vlek van het neergeslagen metaal wordt nu niet gevormd op de plaats van het scherm, waar het gevormd zou zijn, indien het scherm stilstond, neen er ontstaat een aberratieverschijnsel. En het valt gemakkelijk uit de verplaatsing der vlek en verdere dimensies van het toestel de moleculaire snelheden te berekenen. Deze berekening levert uitkomsten welke in overeenstemming zijn met de afleidingen en experimenten langs geheel anderen weg verkregen.

Op bijzonder aardige wijze is van de eigenschappen der geometrische materiestroomen gebruik gemaakt door Born om de gemiddelde vrije weglengte in een gas te bepalen.

Valt een geometrische materiestroom in een ruimte die niet geheel luchtledig is, dan grijpt min of meer eene vervaging der geometrische verhoudingen in de materiestroom plaats. De vlek door de moleculairstraal gevormd vloeit diffuser uit en is minder dicht doordat minder atomen uit de atoomstraal hun doel bereiken dan het geval zou zijn in een geheel luchtledige ruimte.

Een uitvoerige beschrijving zal ik U sparen, genoeg zij dat de mogelijkheid bestaat ook de gemiddelde vrije weglengte bij ijle gassen op directe wijze te bepalen.

Zooals ik te voren reeds opmerkte, zijn de experimenten van Gerlach en Stern over de richtingsinstelling van het atoom in het magneetveld volgens de beginselen der quantatheorie van zeer veel meer belang. Deze onderzoekers hebben een beslissend experiment aangegeven tusschen de klassieke theorie en de theorie der quanta.

Volgens de klassieke theorie moet bij een atoommagneet de hoek die het magnetische moment maakt met de magnetische veldrichting niet veranderen bij magnetiseeren; alle hoeken van het magnetisch moment met de veldrichting komen in een gas gelijkmatig voor. Het atoom is alleen gedwongen op de wijze van een tol een gelijkmatige praecessiebeweging om de richting der magnetische veldsterkte uit te voeren.

Geheel anders ziet het beeld der magnetisatie er in de theorie der quanta uit. Slechts bepaalde standen van het magnetisch moment van het atoom ten opzichte van het magnetisch krachtveld zijn mogelijk. Het aantal der standen hangt af van het geheele magnetisch moment, dat het atoom bezit.

En nu is het merkwaardig, dat een proefondervindelijk onderzoek, waarbij een fijne atoomzilverstraal langs de vorst van een magneetpool in een inhomogeen magnetisch veld geleid werd, geleerd heeft, dat wij met een verschijnsel te doen hebben, dat niet klassiek, maar volgens de theorie der quanta verklaard moet worden. In een recent onderzoek hebben Gerlach en de Afrikaander Celliers deze onderzoekingen uitgebreid tot andere materiestroomen en zijn o.a. bij het bismuth tot op het eerste oog zonderlinge resultaten gekomen.

Men kan zeggen dat dit heele gebied der atoomstralen nog slechts in den aanvang zijner ontwikkeling verkeert en dat het wellicht mogelijk zal blijken evenals dit reeds met het magnetisch moment geschied is, op direct experimenteele wijze evenzeer het



electrisch moment van het atoom te bepalen in een niet homogeen electrisch veld.

Dit moge vaststaan, dat de experimenten van Gerlach en Stern tot de fundamenteelste onderzoekingen der laatste jaren behooren, en dat indien de techniek van het aantoonen der materiele neerslagen der materiestroomen zeer verbeterd zou kunnen worden, ook weer op cryogeen gebied eene verfijning door vereenvoudiging zou kunnen verwacht worden. Eene vereenvoudiging in zooverre de te hevige warmtebeweging kalmer zou worden onder den invloed der koude, en andere verschijnselen die niet van de temperatuurbeweging afhangen, gelegenheid zouden hebben duidelijker aan den dag te treden. En nu dient ten slotte opgemerkt te worden, dat dit niet alleen geldt voor de in deze rede behandelde onderwerpen. Neen er zijn zeer vele verschijnselen, die verdienen bij lage temperatuur bestudeerd te worden. En in die rijkdom van verschijnselen, ligt een rijkdom van wetenschap.

Moge door de werkers in het cryogene laboratorium nog menige schat gevonden worden, tot vermeerdering der goederen die geestelijk zijn, en die als alle geestelijke rijkdom de bekoring hebben aan ons allen gezamenlijk te kunnen toebehooren.

---

## VERSLAGEN.

### NEDERLANDSCHE NATUURKUNDIGE VEREENIGING.

*Vergadering te Amsterdam, 1 November 1924.*

De heer L. S. Ornstein doet, mede namens den heer H. C. Burger eene mededeeling over de

#### *Intensiteit der Componenten in het Zeeman-effect.*

§ 1. In de laatste jaren zijn door onderzoekingen in het Utrechtsche Laboratorium enkele regels opgesteld, die een eenvoudig verband leggen tusschen de intensiteiten in multiplets en de getallen die bij de beschrijving der spectra dienst doen. Wij willen thans een en ander mededeelen omtrent een uitbreiding van deze regels in enkele gevallen tot de intensiteiten in het Zeeman-effect. Ter inleiding zal het noodig zijn een kort overzicht te geven over de beschouwingen die door Burger en Dorgelo over de intensiteiten in multiplets ontwikkeld zijn.

De energieniveau-spectraaltermen, waaruit de spectraallijnen afgeleid worden, kunnen in de eerste plaats door het totale of hoofd-quantumgetal ( $n$ ) gekenschetst worden. De energieniveau's worden dan verder naar het azimutale quantumgetal ( $k$ ) ingedeeld. Het zgn.  $s$ -niveau bezit het azimutale quantumgetal 1, het totale quantumgetal neemt alle geheele waarden aan van 1 tot oneindig. Het  $p$ -niveau bezit het azimutale quantumgetal 2, terwijl het totale quantumgetal van 2 tot oneindig loopen kan. Voor het  $d$ -niveau is het azimutale quantumgetal 3, het totale quantumgetal loopt van 3 tot oneindig.

Bij de verschillende waarden van het azimutale quantumgetal kan nu het energie-niveau nog meervoudig zijn. Het  $s$ -niveau is steeds enkelvoudig. In sommige gevallen zijn ook de  $p$ -,  $d$ -, etc.-niveau's enkelvoudig. Men heeft dan met de singulet-systemen te doen. Voor de zoogenaamd doubletsystemen zijn de  $p$ -,  $d$ -, etc.-niveaus dubbelvoudig, voor de tripletsystemen drievoudig. Naast het totale en het azimutale quantumgetal is nu nog een derde quantumgetal, het zoogenaamde inwendige quantumgetal ( $j$ ) ingevoerd, dat in de singulet-systemen bedraagt:

$$\begin{array}{l} \text{voor het } s\text{-niveau } \frac{1}{2}, \\ p\text{-} \quad \text{,,} \quad \frac{3}{2}, \\ d\text{-} \quad \text{,,} \quad \frac{5}{2}, \text{ etc.,} \end{array}$$

in de doubletsystemen:

$$\begin{array}{l} \text{voor het } s\text{-niveau } 1, \\ p\text{-} \quad \text{,,} \quad 2 \text{ en } 1, \\ d\text{-} \quad \text{,,} \quad 3 \text{ en } 2, \end{array}$$

in de tripletsystemen:

$$\begin{array}{l} \text{voor het } s\text{-niveau } \frac{3}{2}, \\ p\text{-} \quad \text{,,} \quad \frac{5}{2}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}, \\ d\text{-} \quad \text{,,} \quad \frac{7}{2}, \frac{5}{2}, \frac{3}{2}, \end{array}$$

en zoo vervolgens.

De emissie van een spectraallijn geschiedt bij overgang van een electron van een der niveau's tot een ander, waarbij het energieverschil volgens Bohr's regel als licht van bepaalde frequentie wordt geëmitteerd. Nu zijn slechts zulke overgangen mogelijk, waarbij het azimutale quantumgetal met een eenheid verandert. Bij zulke overgangen behoeft niet, maar kan ook het inwendige quantumgetal veranderen met  $+1$  of  $-1$ . Beschouwen wij nu

overgangen die alleen verschillen in de aanvangs- en eindwaarden der inwendige quantumgetallen  $j$ , waarbij dus  $k$  tusschen dezelfde waarden springt, zoo verkrijgen wij een multiplet.

$j$	$k$	$n$
$5/2$	$d \quad 3$	3 4 5 ....
$3/2$	$p \quad 2$	2 3 4 ....
$1/2$	$s \quad 1$	1 2 3 ....

Singulets.

3	$d_1$	3 4 5 ....
2	$d_2$	3 4 5 ....
2	$p_1$	2 3 4 ....
1	$p_2$	2 3 4 ....
1	$s \quad 1$	1 2 3 ....

Doublets.

$7/2$	$d_3$	3 4 5 ....
$5/2$	$d_2$	3 4 5 ....
$3/2$	$d_1$	3 4 5 ....
$5/2$	$p_3$	2 3 4 ....
$3/2$	$p_2$	2 3 4 ....
$1/2$	$p_1$	2 3 4 ....
$3/2$	$s$	1 2 3 ....

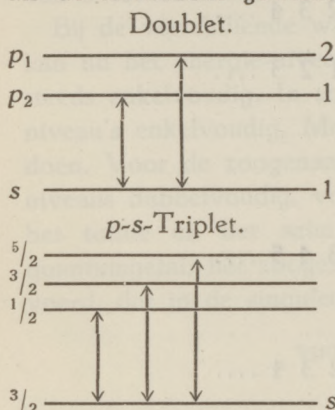
Triplets.

Het bovenstaande schema geeft een samenvatting van het gezegde.

Wij zullen eenige multiplets aangeven en voor deze multiplets de intensiteitsregels formuleeren.

In het doubletsysteem is de intensiteitsverhouding voor het  $p$ - $s$ -multiplet 2 : 1. Deze verhouding is dezelfde als die der inwendige quantumgetallen.

Deze inwendige quantumgetallen kunnen in verband gebracht worden met het statistisch gewicht der bewegingswijze, of, in de taal der atoomvoorstelling, met het aantal standen dat de electronenbaan in een veld in kan nemen. De intensiteiten blijken zich als de statistische gewichten te verhouden.

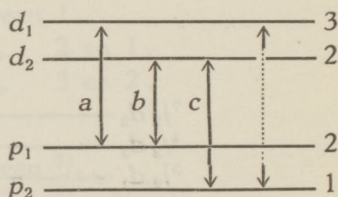


Bij de triplets geldt iets dergelijks. Beschouwen wij overgangen die van het  $s$ -niveau uitgaan, dan blijken de intensiteiten zich te verhouden als 5 : 3 : 1. Ook hier is deze verhouding dezelfde als die der inwendige quantumgetallen en der statistische gewichten.

De regel afgeleid bij hetzelfde uitgangsniveau blijkt ook te gelden indien het beginniveau dubbelvoudig is en het eindniveau enkelvoudig.

Beschouwen we thans het  $p$ - $d$ -geval in een doubletsysteem.

De pijlen geven de mogelijke overgangen aan. De gestippelde pijl is een verboden overgang, daar  $j$  met meer dan 1 springen zou. Indien  $a$ ,  $b$  en  $c$  de intensiteiten der componenten uit het multiplet voorstellen, leert de regel



de lijnen, die van eenzelfde niveau uitgaan, tot die van een ander niveau uitgaande, zich verhouden als de  $j$  der niveau's, en dat hetzelfde geldt met betrekking tot de eind-niveau's.

Dus

$$a : (b + c) = 3 : 2 ,$$

$$(a + b) : c = 2 : 1 ,$$

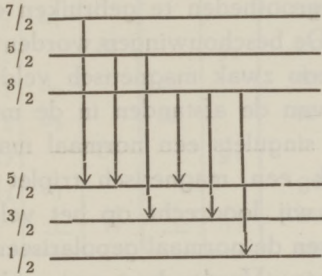
waaruit volgt  $a : b : c = 9 : 5 : 1$ .

Men kan dit door een schema als volgt voorstellen.

3	0	9
2	5	1
1	2	

De onderstreepte getallen stellen de verhoudingen der  $j$ 's der niveau's voor, de andere getallen de intensiteiten der door 3-2 2-1 2-2 gekenschetste overgangen.

Beschouwen wij nog een oogenblik het  $p$ - $d$ -triplet.



$d_1$	7	0	0	$x$
$d_2$	5	0	$y$	$z$
$d_3$	3	$u$	$v$	$w$
	1	3	5	
	$p_3$	$p_2$	$p_1$	

De betrekkingen die volgens de gegeven regels gelden moeten zijn :

$$\frac{x + z + w}{5} = \frac{y + v}{3} = \frac{u}{1},$$

$$\frac{x}{7} = \frac{y + z}{5} = \frac{u + v + w}{3}.$$

Dit zijn 4 vergelijkingen voor 5 verhoudingen, het probleem is dus niet bepaald. De oplossing is te brengen in den vorm

7	0	0	63
5	0	$33 + w$	$12 - w$
3	15	$12 - w$	$w$
1	3	5	

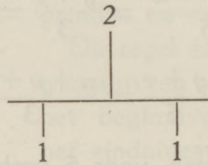
De experimenten bevestigen de verhouding  $u : x$  en  $v = z$ , het maakt den indruk of de regels wel juist zijn doch het probleem niet bepalen. Nader onderzoek zoowel experimenteel als wellicht theoretisch, uitgaande van de atoomvoorstellingen, is voor dit probleem noodig.

De heeren Burger en Dorgelo hebben gepoogd naar analogie met het  $p$ - $d$ -doublet hier  $w = 1$  stellen, aansluitend aan de kwalitatieve regel van Sommerfeld volgens welke  $w$  de kleinste intensiteit moet zijn. De zoo verkregen getallen kloppen met de experimenten.

§ 2. Intusschen is door ons een uitbreiding onzer beschouwingen tot het Zeeman-effect beproefd.

Wij lieten ons daarbij leiden door het feit dat de typen van het Zeeman-effect niet van het totale quantumgetal  $n$ , doch wel van  $k$ , het azimuthale, en van  $j$ , het inwendige, afhangen. Dit gaf aanleiding om te pogen de uitkomsten van de multiplets te extrapoleren en daarbij de grootheden te gebruiken die voor de splitsing karakteristiek zijn. De beschouwingen worden opgezet voor een veld nul, resp. voor zoo zwak magnetisch veld, dat de splitsing klein is ten opzichte van de afstanden in de multiplets.

Gelijk bekend is, leveren de singulets een normaal magnetisch triplet. De intensiteit van zulk een magnetisch triplet is reeds door Zeeman afgeleid. Indien wij loodrecht op het veld kijken zullen uit symmetrie-overwegingen de normaal gepolariseerde componenten gelijke intensiteit hebben. Verder kan men onderstellen dat (voor veld nul streng) de gezamenlijke intensiteit ongepolariseerd is. Dit levert onmiddellijk voor de intensiteiten



Bedenkt men dat het loodrecht op het veld gepolariseerde licht in twee richtingen wordt uitgestraald, resp. als circulair gepolariseerd licht op te vatten is, zoo krijgt men voor de uitgestraalde energie de verhouding

$$1 : 1 : 1.$$

Om nu onze verdere beschouwing te kunnen leveren moeten wij een oogenblik ingaan op de beschrijving van de splitsing. Landé heeft de Zeeman-effecten voorgesteld door de regels dat in de doubletsystemen het  $s$ -niveau door het magneetveld gesplitst wordt in 2, het  $p_1$ - in 4, het  $p_2$ -niveau in 2 niveau's. Deze niveau's worden door de z.g.n. magnetische quantumgetallen gekarakteriseerd, die de eigenschap hebben dat zij met één toe- of af kunnen nemen of gelijk kunnen blijven.

De magnetische quantumgetallen in een doubletsysteem zijn voor het  $s$ -niveau:  $1/2$ ,  $-1/2$  en voor het  $p_1$ -niveau  $3/2$ ,  $1/2$ ,  $-1/2$ ,  $-3/2$ ; voor het  $p_2$ -niveau  $1/2$  en  $-1/2$ . Bij waarneming loodrecht op de veldrichting, stellen de overgangen waarbij het

magnetische quantumgetal gelijk blijft lijnen voor, evenwijdig aan het magneetveld gepolariseerd, de andere geven de componenten loodrecht op het veld gepolariseerd.

$m_p$	$m_s$	$(p_1-s)$	$(p_2-s)$
$3/2$	$1/2$	$a_1$	$y_1$
$1/2$	$1/2$	$b_1$	$x_1$
$1/2$	$-1/2$	$a_2$	$x_1$
$-1/2$	$1/2$	$a_2$	$y_1$
$-1/2$	$-1/2$	$b_1$	$y_1$
$-3/2$	$-1/2$	$a_1$	
		$\perp$	$\parallel$
		$\parallel$	$\perp$
		$\parallel$	$\parallel$

In de nevensgaande tabel stellen de letters de intensiteiten voor, dwars op het veld gezien. De totale intensiteit van de  $\perp$  componenten wordt gevonden door de gegeven intensiteiten met twee te vermenigvuldigen.

In de tabel is er reeds van gebruik gemaakt dat verschillende intensiteiten uit symmetrie-overwegingen gelijk zijn.

Wij kunnen nu beginnen met den regel toe te passen, dat voor elk der  $p$ - $s$ -lijnen de waargenomen gezamenlijke intensiteit der componenten onpolariseerd moeten zijn. Dit levert :

$$a_1 + a_2 = b_1 \quad x_1 = y_1 .$$

Verder ligt het voor de hand gebruik te maken van de relatie dat de totale intensiteit van  $(p_1 s)$   $2 \times$  zoo groot is als die van  $(p_2 s)$ . Dit levert onmiddellijk

$$b_1 = 2 y_1 .$$

Het is nu zaak nog verdere regels te krijgen. Als een natuurlijke generalisatie van de gevonden regels biedt zich aan :

De totale intensiteiten die van elk der verschillende magnetische niveau's uitgaan zijn gelijk, resp. de totale intensiteiten die op elk der niveau's komen zijn gelijk, en zulks voor elke lijn van het multiplet afzonderlijk.

Dit levert :

$$\begin{aligned} \text{Uitgaande van } 3/2: & 2 a_1 , \\ \text{,, } 1/2: & b_1 + 2 a_2 , \\ \text{,, } -1/2: & 2 a_2 + b_1 , \\ \text{,, } -3/2: & 2 a_2 . \end{aligned}$$

Wij krijgen dus :  $2 a_1 = b_1 + 2 a_2 .$

Gaande naar  $1/2: 2 a_1 + b_1 + 2 a_2 = 2 a_2 + b_1 + 2 a_1 ,$

,,  $-1/2: \text{ Hetgeen identiek vervuld is.}$

Voor  $a_1$  en  $a_2$  vinden wij hieruit :

$$a_1 = \frac{3}{4} b_1,$$

$$a_2 = \frac{1}{4} b_1,$$

$$y_1 = \frac{b_1}{2},$$

$$x_1 = \frac{b_1}{2}.$$

De eenvoudigste geheele getallen die hieraan voldoen zijn :

$$a_1 = 3, \quad a_2 = 1, \quad b_1 = 4,$$

$$y_1 = x_1 = 2.$$

Opgemerkt kan worden :

1e. dat plaatjes door den Heer Zeeman tot onze beschikking gesteld, met deze waarden in overeenstemming bleken, voor zoover deze objecten die geen zwartingschaal bezaten een voldoende nauwkeurige behandeling toelieten.

2e. dat de gevonden getallen overeenstemmen met getallen die Sommerfeld op de basis van de in quanteuse vorm uitgebreide theorie van Voigt had afgeleid.

3e. dat de gevonden waarden evenredig zijn met de springkansen tusschen de betreffende magnetische niveau's daar het voor de hand ligt te onderstellen dat de kans der verschillende magnetische niveau's (standen der baan) a priori even waarschijnlijk is, daar dit toch de grond is waarom de inwendige quantumgetallen direct met de statistische gewichten der baan samenhangen.

Wij zullen er thans toe overgaan de intensiteiten in het ( $p$ - $s$ -triplet te behandelen.

Er zijn dan drie  $s$ -niveau's gekenschetst door de magnetische quantumgetallen 1, 0, -1. terwijl het  $p_1$ -niveau door 2, 1, 0, -1, -2, het  $p_2$ -niveau door 1, 0, -1, en het  $p_3$ -niveau door 0 gekenmerkt is.

De tabel der intensiteiten luidt thans als volgt.



$m_p$	$m_s$	$(p_1 - s)$	$(p_2 - s)$	$(p_3 - s)$
2	1	$a_2$		
1	1		$b_1$	$y_1$
1	0	$a_2$	$x_2$	
0	1	$a_3$	$x_3$	$a_3$
0	0		$b_2$	$y_2$
0	-1	$a_3$	$x_3$	$a_3$
-1	0	$a_2$	$x_2$	
-1	-1		$b_1$	
-2	-1	$a_1$		$y_1$
		⊥	⊥	⊥

Wij stellen ook thans weer de vergelijkingen op die de aangegeven regels opleveren. Deze zijn :

De waargenomen gezamenlijke intensiteiten der componenten zijn voor elk der tripletlijnen ongepolariseerd:

$$a_1 + a_2 + a_3 = b_1 + \frac{b_2}{2} .$$

$$x_2 + x_3 = y_1 \frac{y_2}{2} \quad a_3 = \frac{\beta_2}{2} .$$

Verder maken wij gebruik van het feit dat de gezamenlijke intensiteiten der componenten van elke lijn zich verhouden als 5 : 3 : 1 , dit levert :

$$\frac{b_1 + \frac{b_2}{2}}{5} = \frac{y_1 + \frac{y_2}{2}}{3} = \frac{\beta_2}{2} .$$

Thans schrijven wij op dat voor elk van de lijnen de energie die van verschillende niveau's uitgaat, resp. er heen komt, gelijk is. Dit levert :

$$2 a_1 = b_1 + 2 a_2 = 4 a_3 + 2 b_2 ,$$

$$2 x_2 + y_1 = 4 x_3 + y_2 ,$$

en

verder

$$2 a_2 + b_1 + 2 a_3 = 4 a_2 + b_2 ,$$

$$y_1 + 2 x_3 = 4 x_2 + y_2 .$$

Uit deze vergelijking volgt

$$a_1 = 3 a_3 , \quad a_2 = \frac{3}{2} a_3 , \quad a_1 = \frac{a_3}{2} , \quad b_1 = 3 a_3 ,$$

$$b_2 = 4 a_3 ,$$

$$x_3 = x_2 = \frac{3}{2} a_3 ,$$

$$y_2 = 0 ,$$

$$y_1 = 3 a_3 ,$$

$$\beta_2 = 2 a_2 .$$

De eenvoudigste geheele getallen die de verhouding der intensiteiten geven zijn dus

$$a_1 = 6 \quad a_2 = 3 \quad a_3 = 1 \quad b_1 = 6 \quad b_2 = 8$$

$$x_2 = x_3 = 3$$

$$y_2 = 0$$

$$y_1 = 6$$

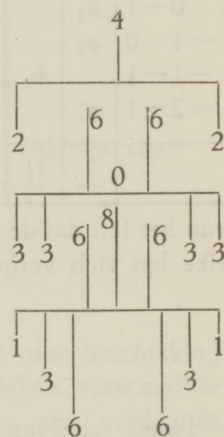
$$\beta_2 = 4$$

$$a_2 = 2.$$

In een figuur dus, waarbij de parallel gepolariseerde naar boven, de normaal gepolariseerde componenten naar beneden geëekend zijn, krijgen wij dus het nevenstaande.

Opmerking verdient dat de regel van Landé dat als het inwendige quantumgetal niet verandert de overgang  $0 \rightarrow 0$  van het magnetische quantumgetal verboden is, hier te voorschijn komt en dat verder de regel dat de sprongen  $1 \rightarrow 0$  en  $0 \rightarrow 1$  voor dit geval tot gelijke intensiteiten voeren uit onze regels volgt.

Verder kunnen wij mededeelen dat experimenten aan de Zn-tripletlijnen onze voorstelling voorloopig met een nauwkeurigheid van omstreeks 10 % bevestigd hebben.



Evenals bij de multiplets de regels onvoldoende blijken om alle gevallen te beschrijven zoo is dit ook hier het geval. Indien men op de  $p-d$ -doublet, of op hoogere tripletgevallen onze beschouwingen toepast komt er een aantal vergelijkingen dat onvoldoende is om alle intensiteit te bepalen. Wel kunnen er steeds eenige berekend worden, terwijl de andere in een gering aantal onbekenden uitgedrukt kunnen worden. Evenals bij de multiplets zal dus — en hier veel moeilijker te verkrijgen — experimenteel materiaal noodig zijn om verder te komen. Wij zijn thans bezig de theorie van Voigt tot de tripletgevallen uit te breiden en hopen, zoo dit gelukt, ook daarmee verder te gaan, omdat wellicht langs dezen weg verdere aanwijzingen te krijgen zijn.

Wij hopen dat het materiaal dat Dr. Back in Tübingen tot onze beschikking stelt ons in den naasten tijd reeds aanwijzingen zal kunnen geven, terwijl ook de mogelijkheid dat de machtige hulpmiddelen van het laboratorium Physica bijdragen tot de oplossing van dit probleem kunnen leveren, ons hoop geeft.

Tot slot moge opgemerkt worden. dat het ook door een andere extrapolatie van onze formules mogelijk was de intensiteiten in het doublet zonder meer in het triplet met behulp van de regels van Landé te samen te bepalen. Hoewel deze extrapolatie door ons eerder gevonden werd, komt zij ons minder machtig voor. Voor de gegeven gevallen is zij uit de thans voorgedragene af te leiden, terwijl zij er voor hoogere gevallen mede in strijd is. Hoewel het waarschijnlijk lijkt dat de thans gegevene de meeste kans heeft juist te zijn, zal het experiment in de toekomst de beslissing moeten geven.

Utrecht, Oct. 1924.

In de discussie merkte de heer D. Coster het volgende op aangaande

*Intensiteitsregels bij de Röntgenspectra.*

Tezamen met den heer S. Goudsmit heb ik geprobeerd, tot welke resultaten men komt, als men de intensiteitsregels van het Utrechtsche Laboratorium <sup>1)</sup> eens op de Röntgenlijnen toepast. Daarbij gingen wij uit van het schema van Landé, dat hier nog eens volgt:

Röntgenterm:  $K; L_I, L_{II}, L_{III}, M_I, M_{II}, M_{III}, M_{IV}, M_V;$

$Nk_j$   $1_{11} \ 2_{11} \ 2_{21} \ 2_{22} \ 3_{11} \ 3_{21} \ 3_{22} \ 3_{32} \ 3_{33}$

Optische term:  $1s; 2s, 2p_2, 2p_1; 3s, 3p_2, 3p_1, 3d_2, 3d_1;$

Röntgenterm:  $N_I, N_{II}, N_{III}, N_{IV}, N_V, N_{VI}, N_{VII}.$

$Nk_j$   $4_{11} \ 4_{21} \ 4_{22} \ 4_{32} \ 4_{33} \ 4_{43} \ 4_{44}$

Optische term:  $4s, 4p_2, 4p_1, 4d_2, 4d_1, 4f_2, 4f_1.$

Dit schema maakt opnieuw aanspraak op onze belangstelling door een recent artikel van Stoner <sup>2)</sup>. In dit artikel stelt Stoner, zich beroepende op de in bovenstaand schema uitgedrukte analogie, een nieuwe groepenindeeling van electronen in het atoom voor, die o.a. hierin van die van Bohr afwijkt, dat Stoner evenveel ondergroepen aanneemt, als er termen zijn in het röntgenspectrum. Ik wil hier evenwel niet nader op dit artikel ingaan; slechts zou ik eenige opmerkingen willen maken in verband met de intensiteit van röntgenlijnen. Stoner tracht de intensiteit der lijnen in verband te brengen met de aantallen der electronen in de corresponderende ondergroepen van het atoom. Wanneer men zich

<sup>1)</sup> H. C. Burger en H. Dorgelo, ZS. f Physik, 23, 258, 1924.

<sup>2)</sup> Stoner, Phil. Mag. Oct. 1924.

eenmaal op het standpunt van Landé stelt, schijnt het ons meer voor de hand te liggen de regels van Burger en Dorgelo te gebruiken.

Deze regels krijgen een bijzonder eenvoudigen vorm, wanneer één der combineerende termen enkel is. Dit is overal en slechts dan het geval, waar  $s$ - en  $p$ -termen combineeren. In het röntgen-spectrum zijn dit de volgende paren van lijnen (de lijnen zijn door hun begin- en eindniveau's aangeduid, tusschen haakjes is de gebruikelijke benaming gegeven):

$A_1$ : In het  $K$ -spectrum, lijnen van het type  $1s - np$ :  
 $KL_{III}$  en  $KL_{II}$ , ( $Ka_1$  en  $Ka_2$ );  $KM_{III}$  en  $KM_{II}$  ( $K\beta_1$  — dubbele lijn);  
 $KN_{III}$  en  $KN_{II}$ , ( $K\beta_2$  — dubbele lijn).

$A_2$ : In het  $L$ -spectrum, lijnen van het type  $2s - np$ :  
 $L_1M_{III}$  en  $L_1M_{II}$ , ( $L\beta_3$  en  $L\beta_4$ );  $L_1N_{III}$  en  $L_1N_{II}$ , ( $L\gamma_3$  en  $L\gamma_2$ ).

$A_3$ : In het  $L$ -spectrum, lijnen van het type  $2p - ns$ :  
 $L_{III}M_I$  en  $L_{II}M_I$ , ( $Ll$  en  $L\eta$ );  $L_{III}N_I$  en  $L_{II}N_I$ , ( $L\beta_6$  en  $L\gamma_5$ );  
 $L_{III}O_I$  en  $L_{II}O_I$ , ( $L\beta_7$  en  $L\gamma_8$ ).

Wat groep  $A_1$  betreft: gemeten is de intensiteitsverhouding van  $Ka_1$  en  $Ka_2$ , volgens de ionisatiemethode, door Duane en Stenström voor W, door Duane en Patterson voor Mo., en volgens de fotografische methode door Siegbahn en Záček voor de elementen Zn, Cu en Fe. Al deze onderzoekers vinden een verhouding die binnen de foutengrenzen met 2:1 overeenkomt.

De dubbele lijn  $K\beta_1$  is alleen door de Broglie voor Rh en W in zijn componenten gesplitst bij gebruikmaking van een zeer groote dispersie. De opmerking, die hij over de relatieve intensiteit der beide componenten maakt, is met de intensiteitsverhouding 2:1 zeker niet in strijd. De dubbele lijn  $K\beta_2$  is zeer zwak en nog nooit gesplitst (de afstand der componenten moet hier ook bijzonder klein zijn).

De lijnen van groep  $A_2$  passen nog het slechtste bij wat we verwachten zouden. Hier hebben we tevens nog de complicatie dat de intensiteitsverhoudingen voor elementen met hooger atoomnummer kleiner zijn dan voor elementen met lager atoomnummer. In alle gevallen evenwel is  $L\beta_3$  sterker dan  $L\beta_4$ , en  $L\gamma_3$  sterker dan  $L\gamma_2$ . De verhoudingen zijn alleen gemeten voor wolfrام en wel door Duane en Patterson. Gevonden werd  $L\beta_3:L\beta_4 = 15:9$  en  $L\gamma_3:L\gamma_2 = 9:7$ .

De lijnen van groep  $A_3$  zijn alle zwak of zeer zwak. Voorzover men op visueele schattingen kan afgaan, moet de werkelijkheid niet ver van de verwachte verhouding 2:1 afliggen.

Van bijzonder belang zijn de „samengestelde doubletten”. Er zijn er twee in het röntgenspectrum bekend n.l.:

$B_1$ : In het  $L$ -spectrum de lijnen  $2p-3d$ :

$L_{III} M_V$ ,  $L_{II} M_{IV}$  en  $L_{III} M_{IV}$ , ( $L a_1$ ,  $L \beta_1$ ,  $L a_2$ );

$B_2$ : In het  $M$ -spectrum de lijnen  $3d-4f$ :

$M_V N_{VII}$ ,  $M_{IV} N_{VI}$  en  $M_V N_{VI}$ , ( $M a_1$ ,  $M \beta$ ,  $M a_2$ ).

Volgens de intensiteitsregels moet men voor  $B_1$  de verhouding 9:5:1 vinden en voor  $B_2$  de verhouding 20:14:1. Qualitatief geven deze getallen den toestand bijzonder goed weer. In het  $L$ -spectrum is de lijn  $a_2$  (relatief genomen tot  $a_1$ ) sterker dan in het  $M$ -spectrum, terwijl de  $\beta$ -lijn in het  $L$ -spectrum iets zwakker is dan in het  $M$ -spectrum (beide weer relatief tot de corresponderende  $a_1$ -lijn genomen). Alleen  $L a_1:L a_2$  werd gemeten, n.l. weer voor wolfram door Duane en Patterson. Gevonden werd de verhouding 10:1, die binnen de foutengrens met de verwachte verhouding 9:1 overeenstemt.

Verder zijn er nog eenige niet geheel gescheiden „samengestelde doubletten”; dit zijn:

$C_1$ : In het  $L$ -spectrum de lijnen  $2p-4d$ :

$L_{III} N_{V, IV}$  en  $L_{II} N_{IV}$ , ( $L \beta_2-L \gamma_1$ ).

$C_2$ : In het  $L$ -spectrum de lijnen  $2p-5d$ :

$L_{III} O_{V, IV}$  en  $L_{II} O_{IV}$ , ( $L \beta_5-L \gamma_6$ ).

In beide gevallen liggen de  $d$ -niveaux te dicht op elkaar om onderscheiden te kunnen worden. Men moet bij beide paren van lijnen weer de verhouding 2:1 verwachten. Deze verhouding is nog in geen enkel geval experimenteel gemeten. Maar ook hier leert een visueele schatting, dat de werkelijkheid niet zeer ver van deze „theoretische” verhouding kan liggen.

Er is hier nog niet gewezen op een complicatie, die men in de röntgenspectra niet over het hoofd mag zien. De relatieve intensiteit der lijnen hangt in hooge mate van de spanning af. Wanneer men bijv. een spanning gebruikt, die tusschen de aan de absorptiekanten  $L_{III}$  en  $L_{II}$  beantwoordende kritische spanningen

in ligt, krijgt men van groep  $B_1$  wel de lijnen  $L\alpha_1$  en  $L\alpha_2$  maar niet de lijn  $L\beta_1$ . We moeten dus aannemen, dat bovenstaande regels bij benadering gelden, wanneer de werkelijke spanning groot is in verhouding tot de kritische spanningen der lijnen <sup>1)</sup>. In dit verband mag nog op een verschil tusschen röntgenspectra eenerzijds en optische spectra anderzijds gewezen worden, waarop in een vroegere mededeeling <sup>2)</sup> sterk den nadruk gelegd werd. De röntgenniveau's zijn *eindniveau's*, wanneer de corresponderende optische niveau's *beginniveau's* zijn en omgekeerd. Beschouwen we bijv. het doublet  $1s - 2p$ . In het röntgengebied corresponderen de betrokken lijnen met overgangen uit den eenen  $K$ -toestand in de twee eindtoestanden  $L_{III}$  en  $L_{II}$ ; in het optische gebied met overgangen uit de twee toestanden  $2p_1$  en  $2p_2$  in den éénen eindtoestand  $1s$ . Terwijl men dus bij de betreffende röntgenlijnen uit hoofde van de gemeenschappelijke begintoestand geen rekening te houden heeft met de mogelijkheid, dat men een verschillende intensiteitsverhouding krijgt afhankelijk van de experimenteele voorwaarden, heeft men hiermede in het optische gebied wel rekening te houden. Het omgekeerde komt natuurlijk evengoed voor.

Samenvattend kan men evenwel zeggen, dat de toepassing van de intensiteitsregels van Burger en Dorgelo op de röntgenspectra ten eerste een steun is voor de deugdelijkheid dezer regels, ten tweede een nieuwe bijdrage levert tot de analogie die tusschen de röntgendoubletten en de optische doubletten bestaat.

<sup>1)</sup> Een dergelijke beperking hebben we natuurlijk ook in het optische geval; vergelijk Burger en Dorgelo, l.c. p. 260.

<sup>2)</sup> D. Coster, Physica, 4, 257, 1924.

In de verdere discussie deelde de heer Enrico Fermi op verzoek van den voorzitter enkele resultaten mede van

*Berekeningen over de intensiteiten van spectraallijnen,*

waarvan de korte inhoud hieronder volgt:

Bij den huidigen stand der atoomtheorie is het eenige middel waardoor men zich theoretisch rekenschap kan geven van de experimenteele resultaten betreffende de *intensiteiten der spectraallijnen* gelegen in de toepassing van het *correspondentiebeginsel*. Nu volgt uit den aard van dit beginsel zelf dat het onmogelijk is om met behulp daarvan volmaakt juiste resultaten af te leiden; het is evenwel opmerkelijk dat de toepassing ervan veroorlooft formules op te stellen die, enkele verklaarbare uitzonderingen daargelaten, rekenschap geven van de uitkomsten der

proeven en wel niet alleen kwalitatief maar ook kwantitatief. Het is bekend dat het correspondentiebeginsel door Sommerfeld en Heisenberg <sup>1)</sup> werd toegepast op de berekening van de verhouding der intensiteiten van spectraallijnen.

Nu ziet het er niet naar uit dat de door deze auteurs opgestelde formules zich zouden leenen tot gevolgtrekkingen van kwantitatieven aard, wat overigens ook niet in hun bedoeling lag; en wel om twee redenen:

I. Er wordt geen middel aangegeven om den hoek  $\vartheta$  te kiezen ( $\vartheta$  is de hoek tusschen het totale moment  $J$  van het atoom en het moment  $K$  van het valentie-elektron).

II. De quantsprong  $\Delta K \Delta J$  die aanleiding geeft tot een component van een meervoudige spectraallijn, wordt door hen beschouwd als enkelvoudig, waarbij uit het oog wordt verloren dat deze sprong in werkelijkheid het resultaat is van vele sprongen van het magnetisch quantumgetal  $m$ , die bij afwezigheid van een magnetisch veld *alle* aanleiding geven tot dezelfde componente; wanneer men met dezen factor rekening houdt vindt men zeer aanzienlijke verschillen.

Teneinde formules voor de intensiteiten van de componenten van een multiplet op te stellen die een zoo veel mogelijk kwantitatief karakter dragen, heb ik vóór alles rekening gehouden met het feit dat elke lijn is op te vatten als de som van een aantal virtueele Zeeman-componenten. In de tweede plaats heb ik de hoeken  $\vartheta$  en  $\varphi$  ( $\varphi$  is de hoek die het totale moment maakt met de richting van het virtueele magnetische veld  $H$ ) op de volgende wijze bepaald:

Nemen wij met Landé <sup>2)</sup> aan dat de quantumgetallen  $R, K, J, m$  resp. de beteekenis hebben: moment van den romp, moment van het valentie-elektron, totaal moment en projectie van dit laatste op de richting van het virtueele magnetische veld  $H$ . Dan wordt

$$\cos \hat{KJ} = \frac{J^2 + K^2 - R^2}{2KJ}, \quad \cos \hat{JH} = \frac{m}{J}.$$

Nu stellen  $\vartheta$  en  $\varphi$  voor *tusschenwaarden* tusschen de waarden van  $\hat{KJ}$  en  $\hat{JH}$  zooals die zijn bij de begin- en de eindbaan. Die tusschenwaarden heb ik als volgt bepaald:

$$\cos \vartheta = \frac{\bar{J}^2 + \bar{K}^2 - \bar{R}^2}{2\bar{J}\bar{K}}, \quad \cos \varphi = \frac{\bar{m}}{\bar{J}},$$

waarin  $\bar{K}, \bar{R}, \bar{J}, \bar{m}$  de rekenkundige gemiddelden zijn tusschen

<sup>1)</sup> ZS. f. Phys. 11, 131, 1922.

<sup>2)</sup> ZS. f. Phys. 15, 206, 1923.

de overeenkomstige quantumgetallen voor de begin- en de eindbaan. Deze wijze om  $\vartheta$  en  $\varphi$  vast te leggen is natuurlijk eenvoudig te beschouwen als een benadering.

Na op deze wijze  $\vartheta$  en  $\varphi$  bepaald te hebben, heb ik met de door Sommerfeld en Heisenberg gegeven formules de intensiteiten berekend der afzonderlijke Zeeman-componenten en daarna opgeteld al die componenten die aanleiding geven tot eenzelfde ongesplitste lijn. Men vindt aldus voor de intensiteiten de volgende tabel:

$\Delta K \Delta J$	Intensiteit	$\Delta K \Delta J$
1 1	$\frac{[(K+J+1)^2 - \bar{R}^2]^2 J(8J^2 + 12J + 5)}{2(J + \frac{1}{2})(K + \frac{1}{2}) (J + \frac{1}{2})^2}$	-1 -1
1 0	$\frac{4J^2(K + \frac{1}{2})^2 - \{J^2 + (K + \frac{1}{2})^3 - \bar{R}^2\}^2 4J^2 - 1}{J^2(K + \frac{1}{2})^2 J}$	-1 1
1 -1	$\frac{[\bar{R}^2 - (K - J + 1)^2]^2 (J - 1)(8J^2 - 4J + 1)}{2(J - \frac{1}{2})(K + \frac{1}{2}) (J - \frac{1}{2})^2}$	-1 1

(N.B. In deze tabel moet men in ieder geval voor  $K$  en  $J$  inzetten de waarden die behooren bij de term met kleinste  $K$ ).

Wij willen nu deze formules vergelijken met de ervaring. Men kan voorzien dat onze formules een betere overeenstemming met het experiment zullen leveren in zulke gevallen waarin de vorm der banen niet sterk gewijzigd wordt bij den quantumsprong en deze voorspelling wordt op merkwaardige wijze bevestigd: inderdaad vindt men bij de combinaties ( $s-p$ ) slechts een ruw kwalitatieve overeenstemming (in het bijzonder voor de doubletten). Daarentegen zijn reeds bij de combinaties ( $p-d$ ), ( $d-b$ ) enz. de afwijkingen van de orde van grootte der waarnemingsfouten.

Ziehier eenige voorbeelden:

Doubletten	( $s, p$ )	th. 26,5 : 100
		exp. 50 : 100
Tripletten	( $s, p$ )	th. 19 : 43 : 100
		exp. 20 : 60 : 100
Sextetten	( $s, p$ )	th. 50 : 64 : 100
		exp. 54 : 77 : 100
Octetten	( $s, p$ )	th. 60 : 69 : 100
		exp. 61 : 80 : 100
Samengestelde doubletten	( $p, d$ )	th. 54 : 10 : 100
		exp. 55 : 11 : 100
Samengestelde tripletten	( $p, d$ )	th. 23 : 15 : 55 : 1,5 : 17 : 100
		exp. 25 : 19 : 54 : 1 : 18 : 100



Samengestelde (d, b)	th.	48 : 8 : 68 : 0,15 : 6 : 100
tripletten	exp.	48 : 9 : 69 : <1 : 9 : 100
Samengestelde (d, b)		
tripletten met	exp.	43,5 : 72 : 100
niet opgeloste b-term	th.	43 : 72 : 100

Men ziet dat, wanneer wij de verklaarbare afwijking der (s, p) combinaties buiten beschouwing laten, de overeenstemming met de theorie zeer goed kan worden genoemd.

## TER BESPREKING ONTVANGEN BOEKEN.

- A. *Sommerfeld*, Atombau und Spektrallinien, Vierte Auflage, 862 blz., 156 fig. — Fr. Vieweg u. Sohn, Braunschweig 1924.
- J. *Joly*, Radioactivity and the surface theory of the earth, 40 blz., 8 fig. — The Clarendon Press, Oxford 1924.
- F. M. *Denton*, Relativity and common sense, 279 blz., 82 fig. — University Press, Cambridge, 1924. Prijs 10/6 net.
- G. *Buckij*, Die Röntgenstrahlen und ihre Anwendungen, 118 blz., 95 fig. — B. G. Teubner, Leipzig-Berlin 1924. Prijs geb. Mk 1,60.
- A. *Eucken*, Grundriss der physikalischen Chemie, zweite Auflage, 505 blz., 99 fig. Akademische Verlagsgesellschaft M. B. H. 1924. Prijs br. Mk 10,—.
- F. M. *Jaeger*, Inleiding tot de studie der kristalkunde 459 blz., 547 fig. en 3 pl. — J. B. Wolters, Groningen-Den Haag 1924. Prijs gebonden f 22,50.
- O. D. *Chwolson*, Die Physik und ihre Bedeutung für die Menschheit, 277 blz., 33 fig. — Fr. Vieweg und Sohn, Braunschweig, 1924. Prijs Mk 10,80.

## MEDEDEELINGEN.

### NEDERLANDSCHE NATUURKUNDIGE VEREENIGING.

De leden der Nederlandsche Natuurkundige Vereeniging worden door het bestuur van het Genootschap ter bevordering van Natuur-, Genees- en Heelkunde te Amsterdam uitgenoodigd tot het bijwonen van een lezing door Prof. A. Smits, op Vrijdag 12 December te 8 uur in de Aula der Universiteit te Amsterdam, getiteld: „Filmvertooning ter demonstratie van de samengesteldheid der enkelvoudige stof, aangetoond door intensieve droging.”

### BEEREPROMOTIE VAN PROFESSOR LORENTZ IN DE SORBONNE.

Wij vernemen uit Parijs:

L'Université de Paris a tenu, le Samedi 29 Novembre, sa séance solennelle de rentrée, au grand amphithéâtre de la Sorbonne. Mr. Appell, recteur de l'Académie, présidait la séance, et souhaita la bienvenue aux savants étrangers, auxquels furent remis les diplomes de docteur honoris causa. „Il est de la plus haute importance pour l'avenir du monde, dit-il, que l'entente s'établisse entre les hommes de pensée qui, dans les divers pays, s'adonnent

au travail artistique, littéraire ou scientifique. C'est dans les travaux bienfaisants de la recherche que les hommes se rejoindront... La recherche de la vérité doit être une des bases du gouvernement futur du monde." Divers professeurs signalèrent ensuite les titres des savants<sup>1</sup> étrangers: I. Cvijic (Belgrade); S. Van den Heuvel (Louvain); H. A. Lorentz (Leyde); R. M. Pidal (Madrid); Ramon Y Cajal (Madrid); C. D. Walcott (Washington) et A. E. Wright (Londres).

Monsieur J. Perrin parla du grand physicien Lorentz, et exprima l'émotion et l'admiration de tous; il rappela les bouleversements que subit la physique, dont l'histoire, pendant ces quarante dernières années, a pris l'allure d'une épopée. Parmi tant de noms illustres, aucun ne rayonne d'une gloire plus pure que celui de Lorentz: sentant et raisonnant en atomiste, il peuple l'éther de Maxwell d'atomes et d'électrons; sa part dans les découvertes de Zeeman lui a valu le prix Nobel, et dans son interprétation de l'expérience de Michelson et Morley, il sentit qu'il fallait modifier des idées séculaires, et découvrit les traits essentiels de ce qui devait être la théorie de la Relativité. Tous ceux qui ont approché Lorentz, qui l'ont vu présider avec aisance et perspicacité des discussions internationales, gardent pour lui une admiration profonde.

De très longs et vifs applaudissements saluèrent alors le prof. Lorentz, à qui fut remis le diplôme de docteur honoris causa.

---

## STRIKVRAGEN.

Antwoord op vraag 21: *Een lector wilde de proef van Melde aan een groot gehoor eens extra duidelijk laten zien, en verving de gebruikelijke witte draad, die voor een zwart scherm — het verlicht door opvallend licht — heeft te trillen, door een platina-draad, waaraan hij zooveel accu's zette, dat de draad over haar geheele lengte gloeide. Zoodra de draad nu in trilling gebracht werd, zou ze op de plaatsen der buiken, door het zich daar snel door de lucht bewegen en het op die buiken sneller afkoelen, minder of geen licht meer uitstralen; de knopen zouden licht moeten blijven geven. Inderdaad, de proef slaagde boven verwachting, de buiken werden bij trilling aanstonds donker, en de knopen gingen versterkt gloeien, smolten zelfs oogenblikkelijk door! Hoe is deze stoornis te vermijden?*

Door niet mondjesmaat accu's te gebruiken, doch door een voldoende hoog potentiaalverschil aan te brengen om een zoo grooten weerstand te moeten bijschakelen, dat de tijdens het trillen in de gloeidraad optredende weerstandsvermindering een betrekkelijk gering bedrag hebbe tegenover den bijgeschakelden weerstand.

---

Nadruk der artikelen en reproductie der illustraties voorkomende in dit tijdschrift wordt bij deze overeenkomstig Art. 15 der Auteurswet 1912, uitdrukkelijk verboden.



*Fig. 1.* Het Natuurkundig Laboratorium met proeffabriek (rechts).

- A Eventueele uitbreiding.
- B Proeffabriek.
- C Gangen.
- D Hal.
- 28 Spoelruimte.
- 29 Chemisch-Laboratorium.
- 32-33 Photometrie, Pyrometrie.
- 36 Weegkamer.
- 37 Microscop-kamer.
- 38 Oscillograaf-kamer.
- 39 Spectrometrie, waaronder kelder met  
tralie-opstelling.
- 40 Donkere kamer.
- 41 schakelruimte.
- 41<sup>a</sup> Accumulatorenruimte.
- 42 Donkere kamer.
- 43 " "
- 52 Administratie.
- 53 Cabine.
- 54 Bibliotheek.
- 55 Magazyn.
- 56-57 Zendinstallatie.
- 61<sup>a</sup> Transformatorruimte.
- 63 Keuken.
- 64 Dynamo-lokaal.
- 65 Instrumentmakers-werkplaats.
- 66 Ontvangkamer.

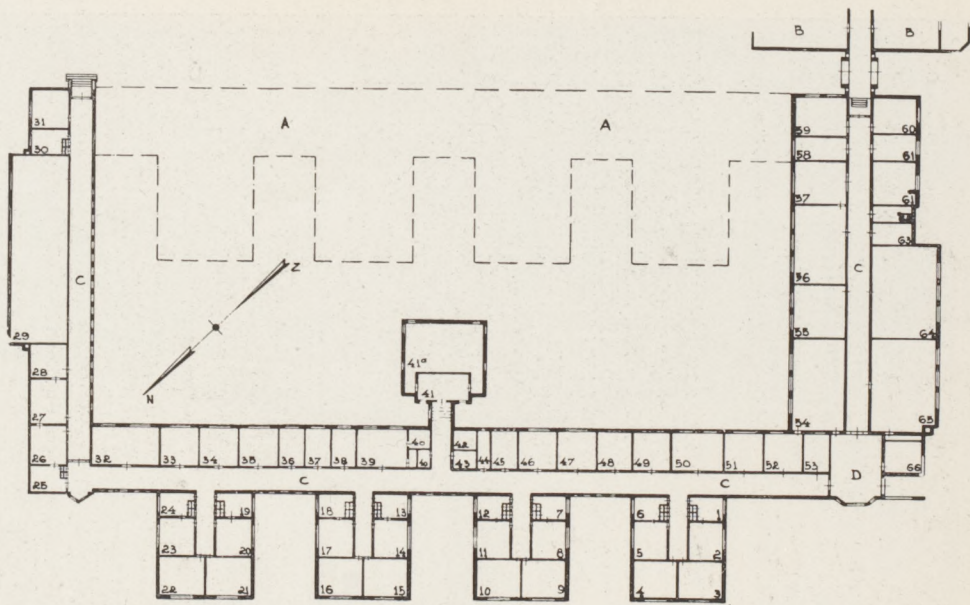


FIG. 2.

PLATTE-GROND VAN HET NATUURKUNDIG LABORATORIUM.

0 5 10 15 20 25  
SCHAAL VAN 5 METER.

# PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

---

4e JAARGANG

DECEMBER 1924

NUMMER 12.

---

---

## HET NATUURKUNDIG LABORATORIUM DER N. V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN.

### 1. *Inleiding.*

Alvorens de inrichting te bespreken van het nieuw gebouwde „Natuurkundig Laboratorium” der N. V. Philips' Gloeilampenfabrieken te Eindhoven, dat op eenigen afstand der fabrieksgebouwen in rustige omgeving is verzezen, schijnt het gewenscht allereerst iets mede te deelen over de ontwikkelingsgeschiedenis van dat laboratorium en over den aard der werkzaamheden, die aldaar verricht worden.

Toen in Januari 1914 een begin gemaakt werd met het inrichten van een Natuurkundig Laboratorium aan de N. V. Philips' Gloeilampenfabrieken geschiedde dit op kleine schaal. In het fabrieksgebouw werd een ruimte uitgezocht, waar men betrekkelijk weinig last van trillingen had. Daar werden een viertal vertrekken afgeschoten, een groot werklokaal, een studeerkamer, een instrumentmakerij en een kamer voor de accumulatorenbatterij. Het instrumentarium bestond in hoofdzaak uit een fotometerbank, een bolfotometer, eenige elektrische precisie-instrumenten, en een compensatietoestel. De eerste tijd werd geheel besteed aan het bestudeeren van de eigenschappen van elektrische gloeilampen. De halfwattlamp was juist op de markt verschenen en in den beginne gaf zij aanleiding tot een groot aantal problemen, die onderzocht werden. Enkele publicaties uit dien tijd leggen daarvan getuigenis af. Het aantal medewerkers nam voortdurend toe, zoodat langzamerhand gelegenheid ontstond ook enkele kwesties ter hand te nemen, die met de gloeilampentechniek slechts in een verwijderd verband stonden. Hiertoe behoorden in de eerste plaats onderzoekingen over de electriciteits-geleiding in gassen en de electronen-emissie van gloeiende draden.

In 1917, toen het door den oorlogstoestand steeds moeilijker werd om Röntgenbuizen uit het buitenland te betrekken, werd op verzoek van eenige artsen met het repareeren en vervaardigen van zulke buizen een begin gemaakt. In hetzelfde jaar werden de eerste proeven genomen met audions, terwijl spoedig daarop het onderzoek aan gasontladingslampen, zooals de glimlampen en de wolfram-booglampen, ter hand genomen werd.

De ruimte, die in de fabrieksgebouwen ter beschikking van het Natuurkundig Laboratorium kon worden gesteld, werd allengs te klein, zoodat meer en meer de noodzakelijkheid werd gevoeld om een belangrijk gedeelte van het laboratorium uit de fabrieksruimten te brengen en ten slotte tot den bouw van een op zichzelf staand gebouw besloten werd; in 1922 werd met den bouw van dit nieuwe laboratorium begonnen.

De geschiedenis van het Natuurkundig Laboratorium te Eindhoven geeft een vrij helder beeld van den ontwikkelingsgang van industriële laboratoria in het algemeen.

Terwijl in den aanvang in dergelijke laboratoria in hoofdzaak het direct met de bestaande fabricage verband houdende onderzoek werd uitgevoerd, zooals het geregeld controleeren van de eigenschappen der gereedgekomen producten, het analyseeren van grondstoffen en wat dies meer zij, is men er later toe overgegaan speciaal daartoe ingerichte laboratoria te bestemmen voor geregeld onderzoek naar verbetering van bestaande producten en fabricagemethodes.

Maar ook met deze — wat men zou kunnen noemen — ontwikkelings-laboratoria heeft de industrie zich op den duur niet tevreden gesteld, en in de laatste jaren is men er toe overgegaan bovendien een systematisch onderzoek, gericht op het vinden van geheel nieuwe producten of vervaardigingswijzen te doen plaats hebben. Verschillende groote buitenlandsche firma's hebben daartoe breed opgezette laboratoria — speciale „onderzoekings-laboratoria” — ingericht.

In de laboratoria der N. V. Philips' Gloeilampenfabrieken worden alle drie bovengenoemde soorten van onderzoek uitgevoerd en hoewel het in den regel niet mogelijk is een scherpe grens te trekken tusschen de drie verschillende categorieën van werkzaamheden, die integendeel veelal geleidelijk in elkaar overgaan, kan men toch opmerken, dat sommige der in de fabrieksgebouwen

aanwezige laboratoria een belangrijk deel van hun taak zien in de eerst genoemde categorie, terwijl men zich in het afzonderlijk gelegen Natuurkundig Laboratorium in hoofdzaak bezighoudt met het zoeken naar nieuwe mogelijkheden en het onderzoek gericht op het verbeteren van producten en werkwijzen, een en ander meer speciaal op fysisch terrein.

Het onderzoek naar nieuwe mogelijkheden wordt daarbij breed opgevat. Immers bestudeert men aan het Natuurkundig Laboratorium niet slechts verschijnselen, die direct verband houden met de tegenwoordige bedrijfssfeer der firma, zooals die in elektrische gloeilampen en ontladingsbuizen, met name Röntgenbuizen en ontladingsbuizen voor draadlooze telegrafie en telefonie, maar ook wordt daar zuiver wetenschappelijk-experimenteel werk verricht, waarvan het verband met de bedrijfs-gestes der firma niet zoo duidelijk naar voren springt. Welbewust wordt hier dus werk verricht, dat geen onmiddellijke vruchten afwerpt voor het eigen bedrijf, maar waarvan men niettemin — naast de bevordering van het wetenschappelijk inzicht in allerlei verschijnselen — zeker ook indirecte voordeelen voor het eigen bedrijf verwacht, bijv. doordat in den loop van dergelijk onderzoek, soms geheel onverwacht, dingen naar voren komen, die aanleiding geven tot verbeteringen in de fabricage, tot het perfectionneeren van bedrijfsartikelen of die misschien zelfs geheel nieuwe fabricage-mogelijkheden openen. Wij kunnen dit met een enkel voorbeeld illustreeren: Bij het bestudeeren van het verschijnsel der verstuiving der elektroden in wolframbooglampen heeft men onverwachts een nieuwe werkwijze gevonden voor het vervaardigen van zeer dunne draden, volgens welke de draad als kathode eener glimontlading in een indifferente gasatmosfeer fungeert; de draad wordt door verstuiving dunner en wel zeer gelijkmatig, daar oneffenheden op den draad in sterkere mate verstuiven. Terwijl bij het mechanische trekproces de minimaal bereikbare diameter ongeveer 10 micron bedraagt, is het volgens de nieuwe methode mogelijk belangrijk dunnere draden te fabriceren, die men ook door verdamping practisch niet verkrijgen kan, daar het draadoppervlak door verdamping juist ruw wordt.

Een aangename samenloop van omstandigheden is het zeker, dat die onderwerpen, waarmede de moderne physica zich hoofdzakelijk bezighoudt, juist ook van belang zijn voor een gewichtig deel van het bedrijf der firma, n.l. de techniek der ontladingsbuizen. Bij het onderzoek naar den bouw van het atoom, waarbij

o.a. van velerlei vormen van ontladingen in gassen wordt gebruik gemaakt, wordt het inzicht in verschillende ontladingsverschijnselen verbeterd, ontdekt men eigenschappen der stof, waardoor men steeds meer in staat is de ontladingsbuizen-techniek wetenschappelijk te beheerschen, constructies te verbeteren of nieuwe voortbrengselen uit te denken.

Het spreekt vanzelf, dat naast het zuiver wetenschappelijk werk ook meer technisch werk verricht moet worden. Immers het verkregen betere inzicht moet praktisch worden toegepast, de ideeën moeten werkelijkheid worden. Het is echter de bedoeling, dat in het Natuurkundig Laboratorium het technisch werk als regel slechts zóó ver wordt doorgevoerd, dat men van de mogelijkheid van praktische toepassing eener nieuwe werkwijze, of van de praktische beteekenis eener verandering aan een of ander product overtuigd is. Is men daartoe gekomen en is het dus bijv. alleen nog noodig het nieuwe artikel, wat uiterlijken vorm en wat materiaalkeuze betreft, aan te passen aan de eischen der practijk, de meest eenvoudige vervaardiging voor het artikel vast te stellen, dus fabricage-voorschriften aan te geven, dan wordt dit verdere — op zichzelf beschouwd zeker ook zeer belangrijke werk — niet meer in het Laboratorium, maar in de daarnaast gelegen „Proeffabriek” (rechts op fig. 1) verricht.

## 2. *Bouw en algemeene inrichting.*

In overleg met en volgens de aanwijzingen van Dr. G. Holst, chef van het Natuurkundig Laboratorium en Dr. E. Oosterhuis, in samenwerking met de heeren A. de Broekert en Ir. W. O. Julius, werd het gebouw ontworpen door den Architect Roosenburg te Den Haag; de electriche installatie van het gebouw werd in hoofdzaak door de N. V. Philips' Gloeilampenfabrieken verzorgd.

Het in strakke lijnen gehouden lage gebouw, waarvan in figuur 1 een foto en in figuur 2 een plattegrond is gegeven, zal wanneer het geheel voltooid is, een gesloten rechthoek vormen; op het oogenblik zijn drie vleugels gereed.

De westelijke en noordelijke vleugel werden December 1923 in gebruik genomen, terwijl de oostvleugel, waarin de chemische afdeling gevestigd is, in den zomer 1924 gereed kwam.



Het totale oppervlak van het thans voltooide gedeelte bedraagt ongeveer 2700 m<sup>2</sup>; na het bouwen van den vierden vleugel zal het oppervlak ruim 4200 m<sup>2</sup> beloopten.

Door alle vleugels loopen gangen, waarvan de totale lengte thans 192 m bedraagt, terwijl de lange gang in den noordelijken vleugel ruim 100 m lengte heeft. Van de oostelijke helft van deze gang geeft fig. 3 een aardig beeld.

Behalve bij den Oost-vleugel zijn aan weerszijden der gangen de laboratorium-kamers gelegen, waardoor het mogelijk is in alle kamers een goede dagverlichting te verkrijgen. Door het aanbrengen van groote raamvlakken is men er dan ook in geslaagd in alle vertrekken een alleszins voldoende verlichting te verkrijgen, hetgeen nog bevorderd wordt door de lichte kleur der wanden en plafonds.

Terwijl de Zuidelijk van de lange gang gelegen laboratorium-ruimten een alleen door de zijgang naar de accumulatoren-ruimte onderbroken, doch overigens aaneengesloten rij vormen, zijn de werkkamers aan de Noordzijde van deze gang in groepen van zes aangebracht, ter weerszijden van korte zijgangen. De aan de Zuidzijde gelegen ruimten zijn bestemd voor permanente opstellingen en voor speciaal onderzoek, dat in zijn geheel tot één kamer beperkt kan blijven; de groepen aan de andere zijde zijn bestemd voor onderzoek van wisselenden aard, waarbij meerdere kamers voor verwant onderzoek noodig zijn. Op deze wijze wordt verkregen, dat het overzicht van den leider van een dergelijk uitgebreid onderzoek over het werk van zijn medewerkers wordt

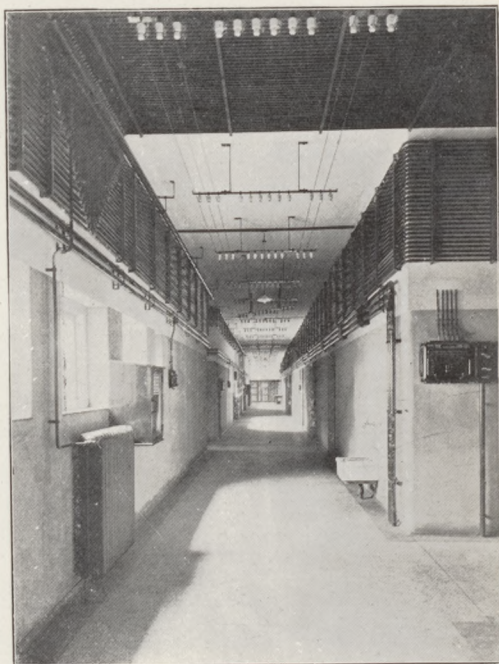


Fig. 3. Een deel van de gang in den Noord-vleugel.

vergemakkelijkt, terwijl de laboranten, die zich met de verwante onderzoeken bezig houden, elkander gemakkelijk kunnen bereiken en men niet wordt afgeleid door werkzaamheden van anderen aard, die in de onmiddellijke nabijheid plaats vinden.

Bovendien maakt deze rangschikking van lokalen in groepen een goede verlichting van de gang mogelijk.

De wanden der lokalen zijn van binnen bekleed met zachte steen om een goede demping van het geluid te verkrijgen.

Als ondergrond van het gebouw dient een zandlaag van 1 m dikte; deze is bedekt door een 25 cm dikke laag van grofkorrelig zand, welke voor het dempen van trillingen nuttig is en waarboven een betonplaat gelegd is. In de werklokalen is boven de betonplaat een parketvloer aangebracht, die voor een goede elektrische isolatie zorg draagt.

Van uit den verwarmingskelder, onder lokaal 65 (zie fig. 2) wordt het gebouw centraal verwarmd, terwijl door het geheele gebouw een gasleiding, een vacuum- en een perslucht-leiding gelegd zijn. Deze ter onderscheiding in verschillende kleuren geverfde leidingen loopen door alle kamers, terwijl in elke voor onderzoek bestemde kamer een of meer aftakkingen kunnen worden gemaakt. Dat voorts elk lokaal is voorzien van waterleiding met de benodigde aftapkranen behoeft wel nauwelijks te worden opgemerkt.

De verschillende elektrische leidingen zijn gemakkelijk bereikbaar aangebracht en wel in hoofdzaak langs de plafonds en zijwanden der gangen (zie fig. 3).

De installatie van het dynamo-lokaal (zie fig. 4) (vanwaar ook aan de proeffabriek elektrische energie wordt geleverd) is de vermelding waard.

De elektrische energie wordt genomen van het provinciale net; de spanning van 10.000 Volt wordt daarbij getransformeerd tot 380 Volt resp. 500 Volt. Het beschikbaar transformator-vermogen bedraagt op het oogenblik 750 k. V. A. De hoog- en laagspanningsschakelaars met bijbehorende instrumenten en de inrichting voor overspanningsbeveiliging werden geleverd door de firma Reyrolle te Hebburn, Engeland, welke schakelinrichting merkwaardig is door de geheel nieuwe constructie der scheidingschakelaars. Deze zijn n.l. uitgevoerd als groote stopcontacten.

Het 500 Volt systeem wordt hoofdzakelijk gebruikt voor de voeding van motoren. Het 380 Volt systeem heeft een nul-leider; het dient o.a. voor verlichting, terwijl ook verschillende schakelkasten in de gangen op dit net zijn aangesloten. Van deze kasten kan men naar diverse lokalen leidingen voor verwarming, voor kleine motoren en dergelijke aftakken. Om leidingen van de schakelkasten in de gangen naar de lokalen

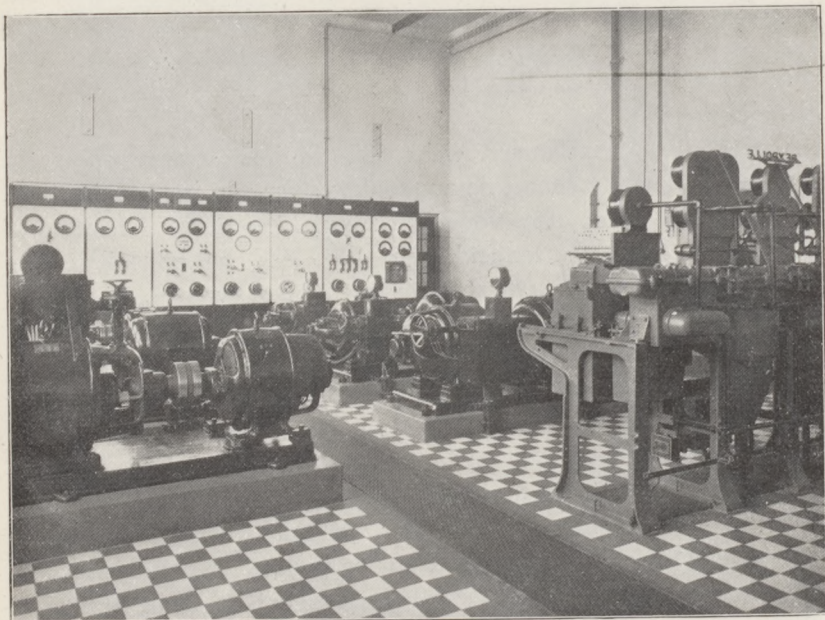


Fig. 4. Het dynamo-lokaal.

te kunnen voeren, heeft men in den wand der lokalen de benodigde openingen aangebracht.

Daar het provinciale net spanningsschommelingen vertoont, die voor verschillende metingen hinderlijk kunnen zijn, is in het dynamo-lokaal een omvormer met een draaistroom-generator van 400 Volt, 65 k.V.A., 50  $\sim$  geplaatst, waarvan de spanning door een snelreguleur constant gehouden wordt.

Verder is in het dynamo-lokaal aanwezig een gelijkstroom-dynamo 130 Volt, 40 k.W., een gelijkstroom-dynamo 260 Volt, 20 k.W., twee gelijkstroom-dynamo's van 1000 Volt, 10 k.W., die in serie geschakeld zijn, een wisselstroom-generator 220 Volt, 10 k.W.

450/600  $\sim$  en een wisselstroom-generator van veranderlijke spanning en  $\pm 10-60 \sim$ .

Door het geheele gebouw loopen de bij deze machines behorende leidingen, terwijl in elke voor onderzoek bestemde kamer een schakelbord is geplaatst (zie fig. 7), waarop de meeste der bovengenoemde spanningen verkrijgbaar zijn.

Voor metingen, waarbij constante gelijkspanning een vereischte is, is voorts een accumulatorenbatterij aanwezig bestaande uit 30 cellen van 216 Ampère-uren, die op verschillende wijzen geschakeld kunnen worden, 125 in serie geschakelde cellen van 108 Ampère-uren en 250 in serie geschakelde cellen van 27 Ampère-uren.

Van uit de schakelkamer, waar ook de laaddynamo opgesteld is en die gelegen is naast de accumulatorenruiimte (zie fig. 2 no. 41 en 41a) gaan naar elke voor onderzoek ingerichte kamer drie stel niet vertakte batterijleidingen. Op elke batterijleiding kan men direct van de batterij spanningen krijgen van 4, 6, 12, 24, 50, 100, 150, 200, 250, 300, 400 en 500 Volt, terwijl zoo noodig ook tusschengelegen spanningen bereikbaar zijn met behulp van een in het dynamo-lokaal opgestelde dynamo van veranderlijke spanning, zoodat dus inderdaad in elke kamer ruime keuze tusschen verschillende gelijkspanningen en diverse wisselspanningen van verschillend periodental verkrijgbaar zijn.

Het spreekt vanzelf, dat voor speciaal onderzoek zooals Röntgenonderzoek, nog andere transformatoren of omvormers ter beschikking staan. Deze zijn echter niet opgesteld in het dynamo-lokaal, doch in de lokaliteiten, waar dat onderzoek wordt uitgevoerd.

Een hulpmiddel, dat bij het opstellen van instrumenten goede diensten bewijst, en dat in de meeste lokalen toegepast wordt, bestaat uit een verticaal rek, dat aan den wand of op een tafel bevestigd wordt en waarin diverse op houten dragers bevestigde meetinstrumenten, regelweerstand en dergelijke — naar willekeur gerangschikt — kunnen worden aangebracht. Op fig. 7 zijn twee dergelijke rekken tegen den wand naast het schakelbord zichtbaar.

Handig in het gebruik zijn ook kleinere rekken, meer speciaal bestemd voor regelweerstand, die geschikt zijn om onder een werktafel bijv. tegen een tafelpoot te worden bevestigd.

Deze wijze van opstelling met behulp van rekken heeft boven

de in den regel gevolgde methode van het op tafels neerzetten der instrumenten, het voordeel van ruimtebesparing en gemakkelijker overzicht.

- 1 Verstelbaar statief.
- 2 Electriche verwarmingsmantel.
- 3 Koelvat.
- 4 Diffusie-pomp.
- 5 Kwikdampstraal-pomp.
- 6 Kwikvanger.
- 7 Drieweg-kraan.
- 8 Voor-vacuümleiding.
- 9 Drieweg-kraan.
- 10 Buffervat.
- 11 Drieweg-kraan.
- 12 Chloorcalciumbuis.
- 13 Mac-Leod.
- 14 Drieweg-kraan.
- 15 Meetinstrument.

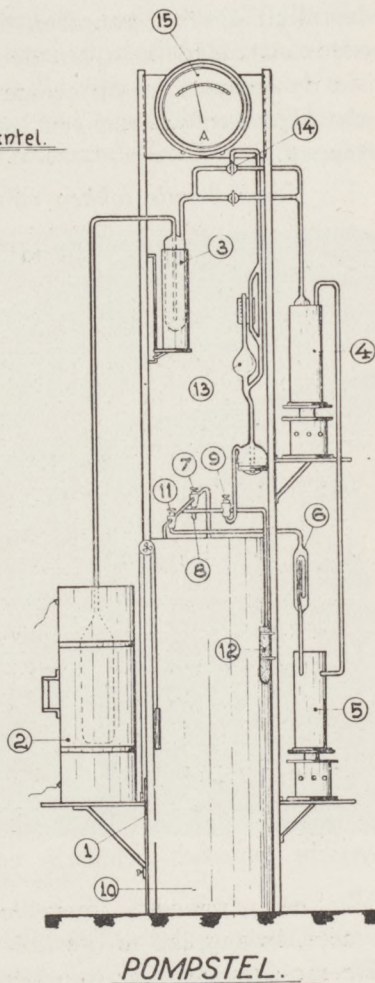


Fig. 5.

Zeer gemakkelijk zijn ook de pompstellen, waarvan een 40-tal aanwezig zijn en die bijv. zijn toegepast in de opstellingen, weergegeven door fig. 10 en 11. Figuur 5 geeft een duidelijk overzicht van een dergelijk pompstel en spreekt voor zichzelf. Opgemerkt zij alleen, dat het buffervat wordt leeggepompt op de voorvacuümleiding van het laboratorium; de gassen, die uit het te

evacueeren voorwerp worden gezogen, worden in den aanvang direct naar de voorvacuumleiding gevoerd en nadat reeds een vrij goed vacuum bereikt is, naar het geëvacueerde buffervat geleid. Men heeft dus het voordeel, dat men bij de verdere werkzaamheden onafhankelijk is van de voorvacuumleiding.

In de gangen zijn op eenige plaatsen reservoirs met vloeibare lucht geplaatst, waaruit een ieder de benodigde hoeveelheid kan aftappen.

### 3. *Verschillende takken van dienst. Permanente Opstellingen.*

Alle niet tot permanente opstellingen behorende instrumenten en gebruiksartikelen worden bewaard in een centraal magazijn, waar een ieder de gewenschte hulpmiddelen kan aanvragen en waar deze na gebruik weer worden afgeleverd. Door aldus alle niet in gebruik zijnde instrumenten op een centrale plaats te verzamelen, wordt aan den eenen kant het totaal aantal benodigde instrumenten verminderd, terwijl tevens in de werklokalen ruimte bespaard wordt, door deze niet elk als een klein magazijn op zich zelf te gebruiken.

Het magazijn beschikt over een ruime keuze van instrumenten, waarvan meer dan 400 elektrische meetinstrumenten een belangrijk onderdeel vormen.

Voor reparaties aan instrumenten en vervaardiging van allerlei niet in den handel zijnde apparaten en onderdeelen staat een goed ingerichte werkplaats ter beschikking, terwijl glasblazerswerkzaamheden in de nabij gelegen proeffabriek worden uitgevoerd.

De bibliotheek, fig. 6, die tevens kan dienen voor het houden van voordrachten met lichtbeelden, beschikt o. a. over ruim 60 physische, physisch-technische en technische tijdschriften.

Van de permanente opstellingen zullen wij achtereenvolgens de meest belangrijke in het kort beschrijven.

De inrichtingen voor fotometrie en pyrometrie zijn opgesteld in de kamers 32 en 33 (zie fig. 2).

De opstelling van kamer 32 is gedeeltelijk weergegeven op fig. 7. Men ziet daar een optische pyrometerbank (4.5 m lengte) met verstelbaren kijker en vergelijkingslamp. Rechts in den hoek is de te onderzoeken lichtbron opgehangen aan een alzijdig verstelbaar statief. Loodrecht op de pyrometerbank is een fotometerbank geplaatst op zoodanige wijze, dat men dezelfde lichtbron gelijktijdig pyrometrisch en fotometrisch kan onderzoeken.

In beide richtingen kan men de lichtsterkte van de lichtbron door draaiende sectoren verzwakken.

In het daarnaast gelegen vertrek (no. 33) zijn behalve een fotometerbank met draaibare lampenkop een tweetal Ulbricht-bollen van 175 cm en 35 cm diameter opgesteld. De belichting in iedere bol kan met een Lummer-Brodhun prisma, dat over  $180^\circ$  draaibaar is, worden vergeleken met een zelfde vergelijkingslamp, terwijl door gebruikmaking van roteerende sectoren aaneensluitende meetgebieden verkregen worden.



Fig. 6. Bibliotheek.

In lokaal 36 (fig. 2) is een Duddell-oscillograaf opgesteld, (van „The Cambridge and Paul Instrument Co. Ltd.”) terwijl in het lokaal voor microscopie (fig. 2 no. 37) verschillende mono- en binoculaire microscopen voor vergrotingen van 3.5 tot 1100 aanwezig zijn; een dezer microscopen is zoowel voor doorvallend als voor opvallend licht geschikt.

Bovendien vindt men hier inrichtingen voor microfotografie voor doorvallend en opvallend licht. In beide gevallen wordt voor de verlichting gebruik gemaakt van een wolframboomglampje; de inrichting voor doorvallend licht is tevens te gebruiken voor projectie.

Voor spectraalonderzoek zijn in kamer 39 (fig. 2) eenige glas- en kwarts-spectrografen ter beschikking, terwijl in de daaronder gelegen kelderruimte een tralie-opstelling is ingericht,

Op de bijbehorende teekening (fig. 8) is de bouw en inrichting van den tralie-kelder, die door elektrische verwarming op constante temperatuur gehouden wordt, weergegeven.

Men zal op de teekening rechts een tralie-opstelling volgens de methode van Rowland herkennen; de beide met de plaat-

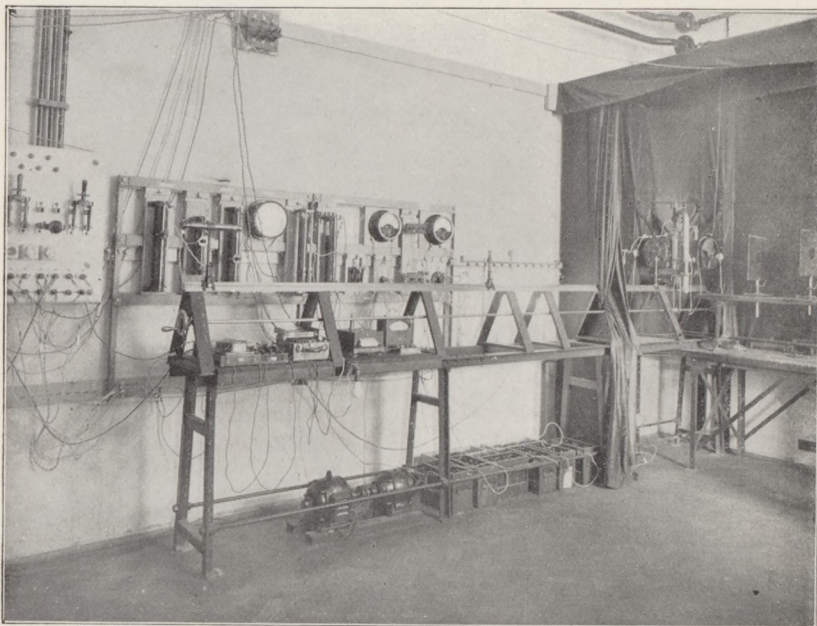


Fig. 7. Inrichtingen voor pyrometrisch en fotometrisch onderzoek.

houders verbonden railstukken zijn om het centrum der opstelling draaibaar, de kromtestraal van het tralie, dat een oppervlak heeft van  $8 \times 5$  cm<sup>2</sup>, bedraagt 3 m. De tralie-constante bij 17.3° C beloopt 0.0000694172 inch.

Bij de stigmatische opstelling volgens Fabry en Buisson, die op de linkerzijde der teekening voorkomt, is het railstuk, dat den plaathouder draagt, draaibaar om een as, waarboven het tralie gemonteerd is, terwijl het tralie zelf meeroteert.

Voor spectro-fotometrisch onderzoek zijn in kamer 34 (fig. 2) verschillende spectro-fotometers opgesteld. Hier bevinden zich ook



een registreerende micro-fotometer volgens Moll en een micro-fotometer volgens Fabry en Buisson. Van een en ander geeft fig. 9 een overzicht.

Het onderzoek naar de elektrische eigenschappen van gassen en dampen, waarbij men uit den aard der zaak van de bovengenoemde inrichtingen voor spectraalonderzoek een gretig gebruik maakt, heeft verder geleid tot het inrichten van permanente opstellingen, waarvan de figuren 10 en 11 een beeld geven.

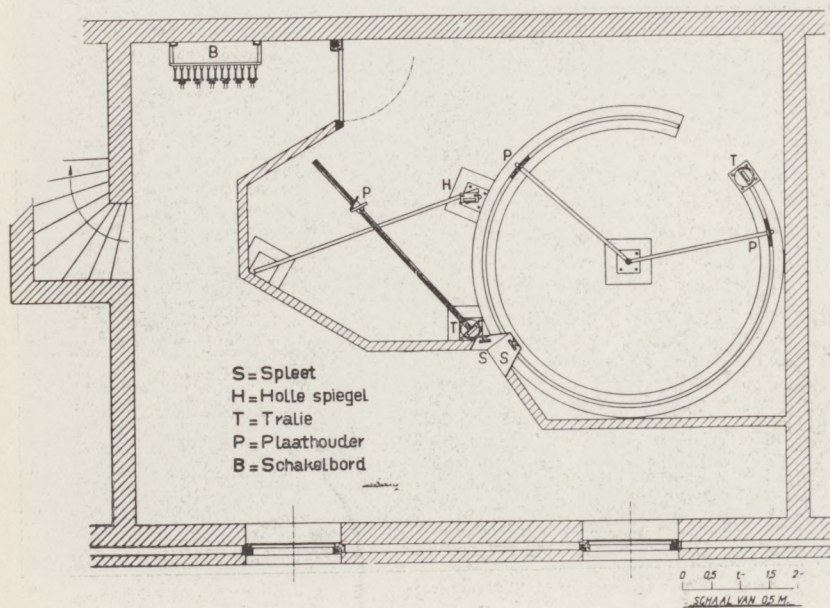


Fig. 8.

Men heeft hier bij het monteren van diverse onderdeelen, met name van het glaswerk, ruimschoots gebruik gemaakt van de beschikbare wandvlakten en heeft daarmede, behalve ruimtebesparing, een goed overzicht en gemakkelijke bediening bereikt. Op fig. 10 ziet men een raam, dat naar het nevenvertrek leidt en dat aangebracht is om de communicatie tusschen beide vertrekken te vergemakkelijken en de mogelijkheid open te stellen voor het uitbreiden van één opstelling over twee vertrekken.

Om iets meer in bijzonderheden te treden zij vermeld, dat de opstelling aan den linkerwand in fig. 10 met bijbehorende

galvanometeropstelling, bestemd is voor het meten van de aanslagspanningen van edelgassen. Voor het evacueeren wordt van het reeds vroeger beschreven pompstel gebruik gemaakt; daarnevens aan de linkerzijde ontdekt men een reinigingsinrichting voor het te onderzoeken edelgas, terwijl daarnaast een Töppler-pomp is aangebracht, om het onderzochte edelgas naar een reservoir terug te leiden.

De inrichting aan den rechterwand in fig. 10 is bestemd voor het

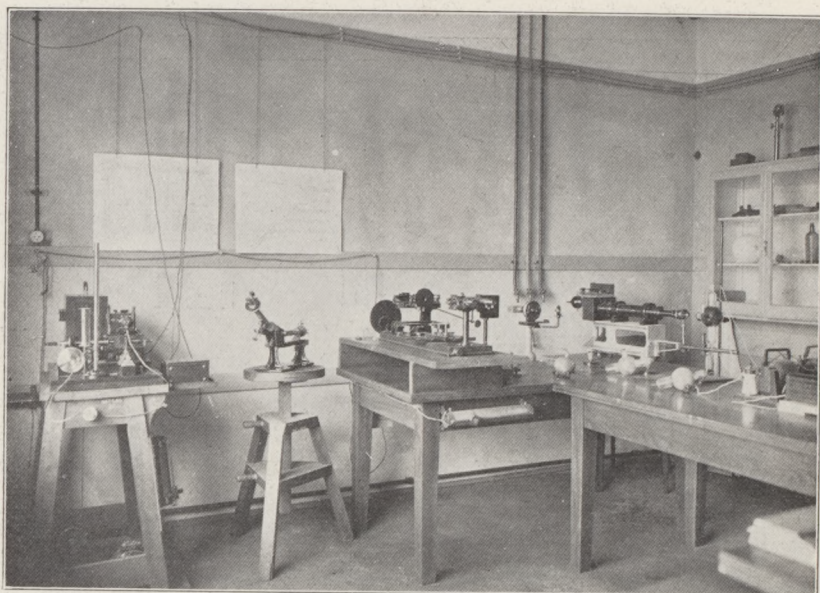


Fig. 9. Opstelling van toestellen voor spectro-fotometrisch onderzoek.

evacueeren van vaten en het vullen daarvan met diverse edelgassen. Een dergelijke inrichting vindt men op fig. 11, waarop bovendien eenige instrumenten voorkomen, die bij het onderzoek van edelgassen dienst doen.

Bij het bestudeeren van de eigenschappen van edelgassen heeft voorts goede diensten bewezen het diffusie-toestel volgens Hertz, beschreven in Verslagen van de Koninklijke Akademie van Wetenschappen, band XXV, no. 9 en 10.

In den chemischen vleugel (Oost-vleugel) houdt men zich voornamelijk bezig met preparatief werk en met het onderzoek aan

vaste stoffen. Men vindt hier een flinke naar moderne eischen ingerichte laboratoriumruimte (lokaal 29), waarvan fig. 12 een beeld geeft, terwijl behalve een afzonderlijke spoelruimte (kamer 28, fig. 2) eenige lokalen voor opstellingen van diversen aard ter beschikking staan.

Zoowel voor het onderzoek aan vaste stoffen als voor het preparatieve werk, wordt gebruik gemaakt van de inrichtingen voor Röntgen-analyse in kamer 46 (fig. 2). Een vacuum-spectrograaf

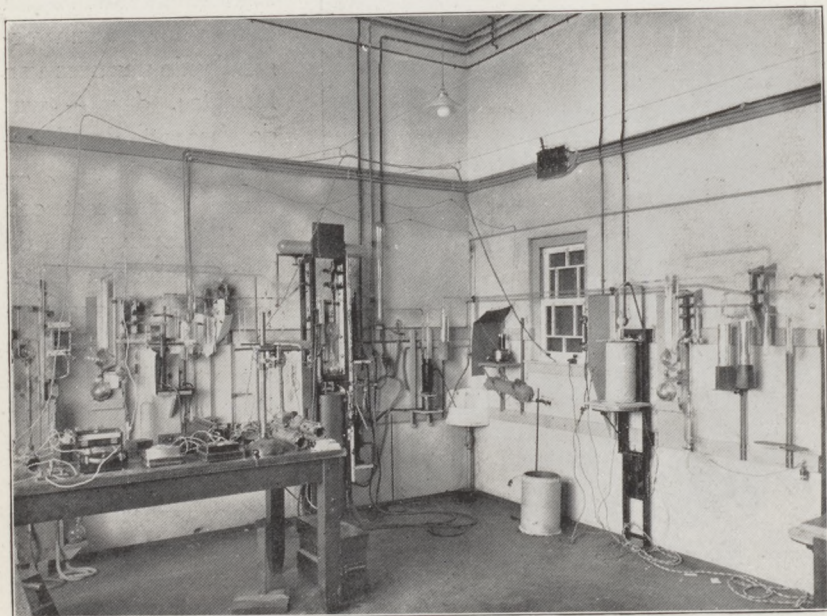


Fig. 10. Opstellingen voor het meten der aanslagspanning van edelgassen en andere dergelijke onderzoekingen.

volgens Siegbahn wordt o.a. toegepast voor het controleeren van het metaalgehalte van sommige preparaten, terwijl voor kristalstructuur-onderzoek een inrichting aanwezig is om het te onderzoeken kristal met monochromatische Röntgenstralen te bestralen en de door de kristalvlakken gereflecteerde straling te fotografeeren (methode Debije-Scherrer).

Bij dergelijk onderzoek heeft een Röntgenbuis met demonteerbare gloeikathode, antikathode en venster van de constructie beschreven in de dissertatie van Dr. A. Bouwers „Over het meten der Intensiteit van Röntgenstralen” uitstekende diensten bewezen.

In de afdeeling voor Röntgenonderzoek (kamers 47, 48 en 49) zijn eveneens eenige permanente installaties aangebracht.

In kamer 47 treft men voor het onderzoek betreffende de intensiteit van Röntgenstralen, de spanningsmeting aan buizen, alsmede voor het vastleggen van stroom- en spanningsoscillogrammen en van spectrogrammen, in de eerste plaats een geheel

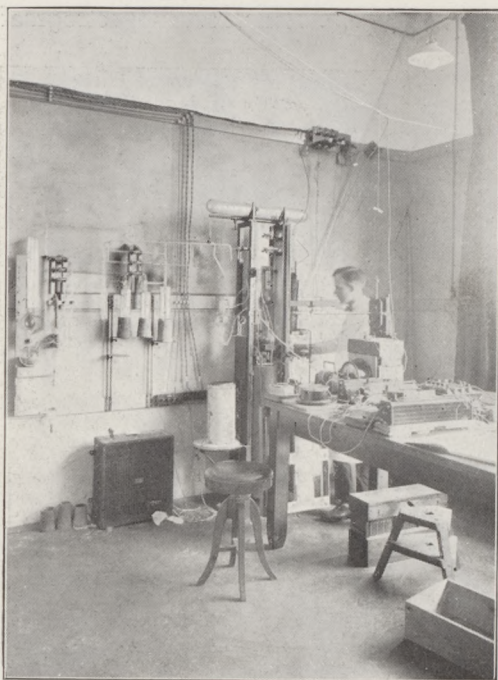


Fig. 11. Opstelling voor het onderzoek naar de eigenschappen van edelgassen.

gesloten houten kast aan, met een loodbekleding van  $\pm 5$  mm dikte, voorzien van verschillende vensters van loodglas, dat — wat de absorptie der Röntgenstralen betreft, — overeenkomt met een loodbekleding van de bovengenoemde dikte.

Voor de spanningsmeting staat behalve een verstelbare puntplaat vonkenbaan en een verstelbare vonkenbaan met bollen, bovendien een weerstand van  $10^7$  ohm ter beschikking, welke in serie met een stroommeter, parallel aan de te onderzoeken buis wordt gelegd.

Een der vertrekken in de afdeeling voor Röntgenonderzoek is voorts ingericht voor de praktische toepassing van Röntgenstralen, zooals voor Röntgenfotografie en -bestraling, terwijl men ten slotte is geoutilleerd voor het onderzoek van bepaalde Röntgenbuisconstructies en de definitieve controle van sommige typen.

Wanneer wij op deze plaats de permanente opstellingen van het Natuurkundig Laboratorium opsommen, mogen wij zeker niet nalaten met een enkel woord ook de gelijkrichter-installatie te bespreken, die op het oogenblik wordt toegepast voor het verkrijgen

van hoogspannings-gelijkstroom voor de radio-zendinstallatie.

Figuur 13 geeft een interessant beeld van deze gelijkrichter-installatie, die bestaat uit een 350 k. V. A. transformator, die secundair een zesphasensterschakeling vertoont en in verbinding staat met een zestal gloeikathode-gelijkrichters, welker anoden een deel van den buitenwand der buis vormen en geplaatst zijn in koelvaten. De energie voor het verwarmen der gloeikathoden wordt geleverd door een draaistroom-transformator met een secundaire spanning van 30 Volt. De installatie is in staat 10 A gelijkstroom bij een spanning van 20.000 Volt te leveren.

De zendinstallatie, die in fig. 14 is weergegeven, is zoowel om de eigenaardigheid harer inrichting als om de groote vermogens, die hier, in een betrekkelijk kleine ruimte, in hoogfrequente energie worden omgezet, de beschouwing overwaard.

Behalve op een zelf-inductiespoel van res-

pectabele afmetingen valt in deze figuur het oog op den zendlampendrager, waarin acht zendlampen in parallel-schakeling gemonteerd kunnen worden; de anoden der zendlampen, zijn geplaatst in koelvaten, waarvan het koelwater wordt toe- en afgevoerd door spiraalvormig gewonden gummislangen van zoodanige lengte, dat een voldoende isolatie verzekerd is.

Op de balustrade boven de genoemde onderdeelen zijn twee in de antenneketen opgenomen condensatorbatterijen opgesteld, die elk een capaciteit hebben van 8000 cm en bij de gebruikte frequentie elk een stroom van ongeveer 100 A. kunnen voeren.



Fig. 12. Chemisch Laboratorium.

De hoog-frequente energie werd tot op heden nog niet gebruikt voor daadwerkelijk zenden, maar werd vernietigd in een weerstand van koolstaven, die het voordeel heeft van constanten weerstand bij verschillende zeer uiteenlopende frequenties, dank zij het geringe skin-effect.

Met de zendinstallatie, zooals zij op het oogenblik is samengesteld, is het mogelijk een „output” van rond 100 k.W. te verkrijgen.

Belangrijke proefnemingen met zendlampen van uiteenlopende constructies en vermogens werden reeds met deze installatie verricht.

#### 4. Eenige bijzonderheden omtrent het onderzoek.

Bij het bespreken van de inrichting van het Natuurkundig Laboratorium hadden wij reeds gelegenheid op onderzoekingen van diversen aard de aandacht te vestigen. Reeds werd een en ander medegedeeld omtrent het onder-

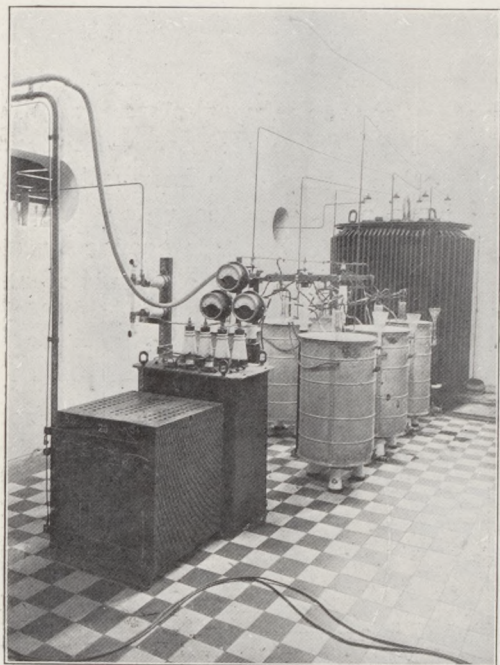


Fig. 13. Gelijkrichterinstallatie.

derzoek van de elektrische eigenschappen van gassen en dampen, het Röntgenonderzoek werd kortelings besproken, het onderzoek van metalen zendlampen werd aangestipt en het is hier niet de plaats om over al deze werkzaamheden verder in detail uit te wijden.

Wij willen echter nog wijzen op enkele nog niet vermelde takken van onderzoek, ten einde een eenigszins volledig beeld te geven van het werk, dat met de nu beschreven hulpmiddelen verricht wordt; daarbij zal dan ook het direct bij de techniek aansluitende experimenteele werk meer tot zijn recht komen.

Allereerst zij dan genoemd het onderzoek van verschillende soorten van ontladingsbuizen met gasvulling. De wolframbooglamp, die eenigen tijd geleden in het centrum der belangstelling stond, is thans een voorwerp van geregelde fabricage geworden, en heeft het moeten dulden, dat de belangstelling zich op andersoortige ontladingsbuizen concentreerde. De oxyd-kathode-gelijkrichter met laagspanningsboog-ontlading, bestemd voor het laden van kleine batterijen, vond na ernstig onderzoek een vrijwel definitieven



Fig. 14. Zendinstallatie.

vorm; nog steeds wordt echter het onderzoek naar de eigenschappen en eventueele perfectionneering van dezen gelijkrichter voortgezet; ook de eigenschappen van de laagspanningsboog als zoodanig maken een bron van studie uit.

Het werk aan glimlampen, dat in vroeger jaren geleid heeft tot het construeeren van de Philips' „nachtlamp" is nog niet ten einde; andere toepassingen voor deze soort ontladingsbuis worden bestudeerd.

In den loop van dit jaar werd met kracht gewerkt aan het verbeteren van de o.a. voor reclame-doeleinden veel toegepaste „neon-buizen" en op dit gebied mag men zich beroemen

op voor de praktijk zeer gunstige resultaten. Zoo is men er bijv. in geslaagd de bedrijfsspanning dezer buizen belangrijk te verlagen.

Wanneer wij nu toekomen aan de bespreking van het werk op radio-gebied, dan moeten wij ons beperken tot enkele grepen uit het zeer vele, dat op dit gebied gedaan werd en wordt, hetgeen wij met te meer vrijmoedigheid doen, daar eenige in den laatsten tijd verschenen publicaties van het meer speciaal wetenschappelijk werk op dit gebied blijk geven.

Aan het vastleggen van rationeele constructievormen van verschillende radio-lampen voor zenden, zoowel als voor ontvangst of versterking wordt uit den aard der zaak geregelde aandacht besteed. Vooral de tetrode mocht zich in een levendige belangstelling verheugen, terwijl het probleem der bij lagere temperatuur functioneerende gloeikathode een onderwerp van ernstige studie uitmaakte en ook reeds tot gunstige resultaten leidde.

Van het chemisch-preparatieve werk willen wij noemen de hafnium-scheiding uit hafnium-zirkoon verbindingen, die geregeld met vrij groote quantiteiten wordt uitgevoerd, terwijl het onderzoek aan vaste stoffen o.a. bevat, het bepalen van de eigenschappen van diverse stoffen, die als gloeidraadmateriaal in aanmerking komen of kunnen dienen als elektroden-materiaal in ontladingsbuizen.

Een veelvuldig gebruik wordt in het laboratorium gemaakt van chroomijzer, dat bewezen heeft niet alleen een uitstekend materiaal te zijn om luchtdicht aan glas te smelten, maar bovendien bij uitstek geschikt te wezen voor het afsluiten van geëvacueerde vaten; als materiaal voor „metalen" zendlampen en gelijkrichters, als anti-kathode-materiaal, als materiaal voor den metalen buitenwand van de nieuwe Philips' Röntgenbuis, beschreven in *Physica* 1924, blz. 173—179, wordt dit alliage geregeld toegepast. De metallurgische studies, die in het laboratorium werden gedaan, hebben zich dan ook voornamelijk geconcentreerd op dit eene zoo uiterst belangrijke materiaal.

Wanneer wij nu een einde maken aan onze opsomming, dan is er zeker nog een en ander, dat vergeten werd. En veel meer werk is er ongetwijfeld nog, waaraan men zich aan het Natuurkundig Laboratorium te Eindhoven wel gaarne zou wijden, maar waarvoor helaas de tijd ontbreekt.



## DE AANSLAG- EN IONISATIESPANNINGEN DER EDELGASSEN

door G. HERTZ en R. K. KLOPPERS.

Helium is het eenige edelgas, waarvan de hoofdreeks van het spectrum van het niet geïoniseerde atoom volledig bekend is, zoodat hier de aanslag- en ionisatiespanningen nauwkeurig uit de termen der reeksen berekend kunnen worden. <sup>1)</sup> Voor het optische spectrum van neon heeft Paschen wel is waar een ingewikkeld systeem van reeksen opgesteld, <sup>2)</sup> doch hierbij ontbreken nog metingen in het uiterste ultraviolet zoodat de term die met de normaaltoestand van het atoom overeenkomt nog niet bekend is, hetgeen juist voor de berekening der aanslag- en ionisatiespanningen noodzakelijk is. Men is dus hier evenals bij de zwaardere edelgassen, waarvan het spectrum nog niet op bevredigende wijze in reeksen is ontwikkeld, gedwongen de kritische spanningen op directe wijze door middel van de methode berustend op botsing der electronen te meten.

Voor neon en argon zijn eenigen tijd geleden dergelijke metingen door een van ons verricht, volgens een nieuwe methode, waardoor de kritische spanningen met grootere nauwkeurigheid gemeten kunnen worden, dan volgens vroegere methoden mogelijk was. <sup>3)</sup> Voor neon waren daarbij de verschillen tusschen de gemeten waarden der aanslag- en ionisatiespanningen in overeenstemming met de waarden berekend uit de termen der reeksen van Paschen voor het optische spectrum. Van xenon en krypton zijn tot nu toe slechts voorloopige metingen van H. Sponer bekend, waarbij echter een nauwkeurige bepaling der spanningen niet op den voorgrond stond. <sup>4)</sup>

Ten einde nauwkeuriger gegevens te verkrijgen hebben wij een reeks metingen verricht, die hieronder besproken zullen worden.

De methode van meting der aanslag- en ionisatiespanningen was dezelfde die vroeger bij neon en argon was gebruikt. Zij berust op de volgende overweging:

- 1) Th. Lyman, *Nature* **110**, 218, 1922. J. Franck, *Zeitschr. f. Phys.* **11**, 155, 1922.
- 2) F. Paschen, *Ann. d. Phys.* **60**, 405, 1919; en **63**, 201, 1920.
- 3) G. Hertz, *Versl. Ak. v. Wetensch.* **XXXI**, 249, 1922.
- 4) G. Hertz, *Zeitschr. f. Phys.* **18**, 331, 1923.
- 4) H. Sponer, *Zeitschr. f. Phys.* **18**, 249, 1923.

Een electron verliest bij de botsing met een atoom slechts dan zijn geheele kinetische energie, wanneer die energie juist gelijk is aan de arbeid die geleverd moet worden om het atoom van een lagere in een hoogere stationaire toestand te brengen. Het electron zelf heeft dan na de botsing een snelheid nul.

De bij de proef gebruikte buis was wat betreft afmetingen en constructie gelijk aan de vroeger gebezigde; als electronenbron gebruikten wij echter in plaats van een wolfram-gloeidraad een met een dunne laag bariumboxyd bedekte aequipotentiaalkathode. Daar deze kathode zeer eenvoudig is, en ook voor andere doeleinden bruikbaar is gebleken, <sup>1)</sup> volgt hier een eenigszins uitvoeriger

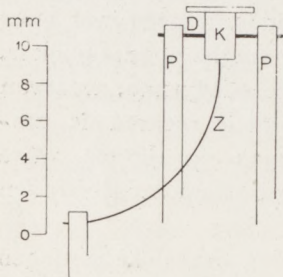


Fig. 1.

beschrijving. De eigenlijke kathode *K* is uit nikkel gedraaid volgens de in fig. 1 geteekende gedaante. Het bovenste cirkelvormige vlak is met een dunne laag bariumboxyde bedekt en wordt op een afstand van minder dan 1 mm. van het draadgas in de buis geplaatst.

De nikkelkathode wordt gedragen door een wolframdraad van 200 micron dikte die in twee dikke toevoerdraden van nikkel is geklemd. Een dunne nikkeldraad *Z*, die afzonderlijk geïsoleerd naar buiten wordt gevoerd dient om de kathode op de gewenschte potentiaal te brengen. De afmetingen zijn uit de figuur door vergelijking met de bijgeteekende mm. schaal af te leiden. Een belangrijke eisch is dat de stukjes wolframdraad tusschen *K* en *P* niet te lang zijn en dat het deel van de wolframdraad binnen in *K* goed thermisch contact met *K* heeft. Ook tusschen de draad en de toevoerleidingen *P* moet het contact goed zijn. Stuur men nu een stroom door *D*, dan wordt een groot deel der daarin ontwikkelde Joule-warmte door geleiding aan de kathode *K* afgestaan. Daar de warmte-uitstraling bij de hier gebruikte temperatuur nog vrijwel geen rol speelt en de kathode *K* thermisch tamelijk goed is geïsoleerd, neemt deze een temperatuur aan die bijna niet merkbaar lager is dan die van de draad.

Het geheel werd eerst op de gebruikelijke wijze gedurende

<sup>1)</sup> Volgens hetzelfde beginsel hebben wij ook kleine oventjes gemaakt voor het verdampen van metalen.

een paar uren bij  $400^{\circ}$  luchtledig gepompt. Vervolgens werd de gloeikathode geruimen tijd in vacuum gegloeid op hooger temperatuur dan bij de meting noodig was. Om te verhinderen dat de metaaloppervlakte van de veldvrije ruimte verontreinigd zou worden door bestanddeelen die de eerste maal bij het gloeien van de kathode verdampten, werd het draadgaasje aan de naar de kathode toegekeerde zijde door een dun stukje bladkoper bedekt, dat voor de aanvang van de metingen, door het doorsmelten van een dun draadje, kon verwijderd worden.

Het gebezigde krypton en xenon was afkomstig van de Linde-Gesellschaft. De gasen werden eerst door een glim-ontlading tusschen electroden vervaardigd uit in vacuum gedestilleerd magnesium gereinigd en vertoonden daarna spectroscopisch geen verontreinigingen meer.

Een herhaling van de vroegere metingen der aanslagspanningen van neon en argon bevestigden de vroeger gevonden waarden.

Fig. 2 geeft het resultaat van een reeks metingen in argon. Vergelijkt men deze figuur met de kromme van argon in de vroegere verhandeling, dan ziet men dat tengevolge van de meer gelijkmatige snelheid der electronen verkregen door toepassing der aequipotentiaal-oxydkathode, die maxima merkbaar scherper zijn. Fig. 3 en 4 geven de resultaten der metingen in krypton en xenon.

Ter bepaling van de absolute waarden der aanslagspanningen werd voor en na iedere reeks metingen het eerste maximum van neon gemeten.

Verontreiniging van het metaaloppervlak of verandering der oxydkathode tijdens den duur der proef zou een veranderd volta-potentiaal verschil en dus verplaatsing van het neon-maximum tengevolge gehad hebben. Dit trad geen enkele maal op, zoodat dus de plaats van het neon-maximum ter bepaling van de juiste plaats van het nulpunt der schaal kon gebruikt worden.

De meting van de ionisatiespanning van krypton en xenon werd eerst beproefd volgens de vroeger bij neon en argon gebezigde methode, die daarop berust dat het ontstaan van positieve

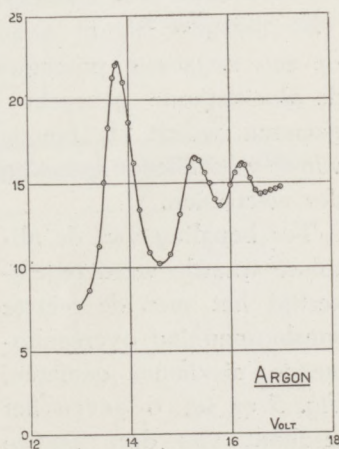


Fig. 2.

ionen wordt aangetoond doordat de ruimtelading in de nabijheid van een dunne in de veldvrije ruimte uitgespannen gloeidraad opgeheven wordt. Het bleek echter dat hier steeds vanaf de

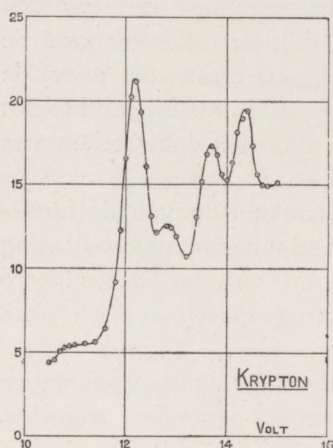


Fig. 3.

op een negatieve potentiaal van eenige volts ten opzichte van de gloeikathode gebracht wordt, en de stroom naar de plaat gemeten wordt als functie van de versnellende spanning der electronen.

Ter bepaling van de absolute waarde werd tegelijkertijd het met de eerste aanslagspanning overeenkomende maximum gemeten. Fig. 5 en fig. 6 geven het resultaat van deze laatste metingen in krypton van 0,07 mm. druk resp. in xenon van 0,12 mm. druk. Al is het bij deze wijze van meten niet mogelijk ionisatie en straling van elkaar te onderscheiden, toch kan er geen twijfel bestaan, dat de plotseling optredende rechtlijnige stijging van de kromme het gevolg is van het ontstaan van positieve ionen. De nieuw gemeten waarden der aanslag- en ionisatiespanningen van argon, krypton en xenon

eerste aanslagspanning eenige positieve ionen ontstonden. De oorzaak hiervan is waarschijnlijk daarin te zoeken, dat bij krypton en xenon niet met vloeibare lucht gekoeld kon worden en dat bij de daarvoor in de plaats gebruikte koeling met vast koolzuur en alcohol de zuiverheid van het gas niet in die mate gewaarborgd bleef als vroeger bij neon en argon.

De ionisatiespanning werd daarom met dezelfde buis gemeten als de aanslagspanningen, volgens de gebruikelijke methode waarbij de plaat

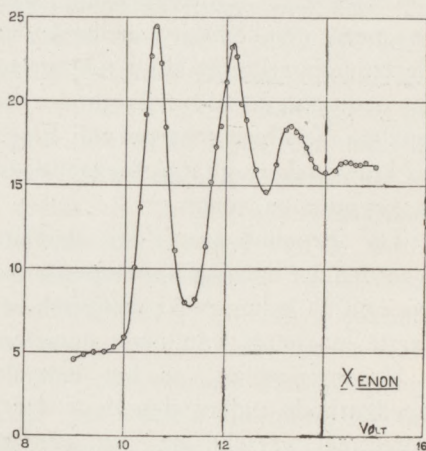


Fig. 4.

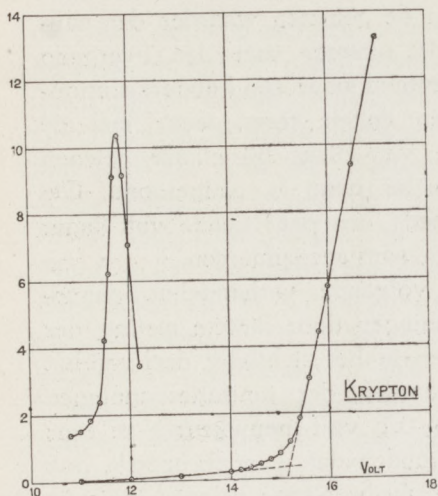


Fig. 5.

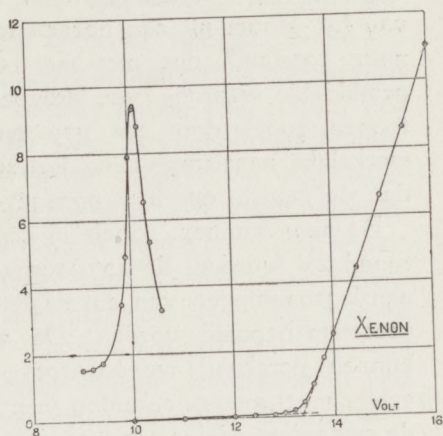


Fig. 6.

zijn met de uit de reeksen berekende getallen voor helium en met de vroeger gemeten waarden voor neon in de volgende tabel vereenigd.

TABEL.

	Aanslagspanningen Volt	Ionisatiespanningen Volt
Helium 2 s . . .	19,77	24,5
	20,55	
Neon (2 s). . .	16,6	21,5
	(2 p) 18,5	
Argon . . . . .	11,5	15,4
	13,0	
	13,9	
Krypton . . . . .	9,9	13,3
	10,5	
	11,5	
	12,1	
Xenon . . . . .	8,3	11,5
	9,9	
	11,0	

Uitgezonderd bij helium, komen de gemeten waarden der aanslagspanningen in alle gevallen niet overeen met den overgang van het atoom uit zijn normaaltoestand naar één hoogere stationaire toestand, dus niet met één enkele term, maar met de gemiddelde waarden van groepen van dicht bij elkaar gelegen termen, zooals door een van ons bij neon is aangetoond. De werkelijke aanslagspanning ligt steeds een paar tiende volt lager dan de laagste der hier opgegeven aanslagspanningen.

Bij neon kunnen, zooals in een volgende verhandeling aange- toond zal worden, de aanslagspanningen door directe meting der aanslagspanningen van enkele lijnen in het zichtbare deel van het spectrum bepaald worden. De waarden der ionisatiespanningen kunnen gerekend worden tot op 0,1 volt nauwkeurig te zijn; echter moet men er rekening mee houden dat, evenals neon<sup>1)</sup>, ook de zwaardere edelgassen meerdere dicht bij elkaar gelegen ionisatie spanningen hebben, die met behulp der tot nog toe ter beschikking staande methoden niet gescheiden kunnen worden.

#### Summary.

The excitation and ionisation potentials of the rare gases are measured by means of a method previously described. Instead of a tungsten filament an aequipotential oxyde-coated cathode of nickel is used. The measurements in argon and neon are in close agreement with previous measurements.

For xenon and krypton several excitation potentials are given. The measured excitation potentials do not correspond to a single spectral term but to groups of neighbouring terms.

<sup>1)</sup> Vergel. W. Grotrian, Zeitschr. f. Phys. 8, 116, 1921.

Eindhoven, Dec. 1924.

NATUURKUNDIG LABORATORIUM DER  
N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN

---

## OVER DEN ELECTRISCHEN WEERSTAND VAN ZIRKOOON

door P. CLAUSING.

Vele jaren geleden heeft Lord Kelvin de verwachting uitgesproken, dat de elektrische weerstand der metalen met afnemende temperatuur eene kleinste waarde zou bereiken om bij zeer lage temperatuur eene oneindig groote waarde aan te nemen. De metingen van Kamerlingh Onnes over den elektrischen weerstand bij de temperatuur van vloeibaar helium hebben geleerd,

dat voor normale metalen deze opvatting onjuist is; de weerstand naderde tot nul of nam althans eene zeer kleine waarde aan. Toch zijn er enkele stoffen zooals koolstof, silicium, titaan en zirkoon, wier gedrag in overeenstemming schijnt met de opvattingen van Kelvin. Ook het borium, dat bij hooge temperatuur een goede geleider is, wordt bij  $90^{\circ} K$ . reeds een behoorlijke isolator en het schijnt niet uitgesloten dat bij dit element bij nog lager temperatuur inderdaad een oneindig groote weerstand optreedt. Bepalingen aan Si, Ti en Zr zijn gedaan door Koenigsberger en Schilling <sup>1)</sup>, die in het bijzonder voor Ti en Zr een sterk uitgesproken minimum in den weerstand en voor alle drie de stoffen een zeer groot negatieve temperatuurcoëfficiënt bij lage temperaturen vonden. Voor graphiet geven de metingen van Bradford Noyes Jr. <sup>2)</sup> eveneens een minimum. Daarentegen vonden Kamerlingh Onnes en Hof <sup>3)</sup> voor zorgvuldig gezuiverd graphiet eene voortdurende afneming van den weerstand met de temperatuur.

Door Dr. A. E. v. Arkel werden mij eenige staafjes zuiver zirkoon ter beschikking gesteld; het lag dus voor de hand, de metingen van Koenigsberger en Schilling te herhalen, te meer, waar die auteurs hun zirkoon als vrij onzuiver beschrijven en weinig geschikt achten voor weerstandsbepalingen.

Het gebruikte zirkoon was door den Heer W. Koopman na zorgvuldige zuivering der uitgangsmaterialen volgens de methode van Lely en Hamburger <sup>4)</sup> gemaakt. (Reductie van  $ZrCl_4$  door Na). Deze methode sluit de mogelijkheid van verontreinigen vrijwel uit en een analyse gaf dan ook 99,9 % Zr. Door persen en sinteren op ca.  $2100^{\circ} K$  werden zeer goed samenhangende vierkante staafjes verkregen van meerdere cm lang en 1,5 mm dik.

Aan deze staafjes werden stroomtoevoer- en potentiaaldraden eerst door middel van schroeven aangeklemd. Deze aansluiting bleek op den duur niet voldoende en werd vervangen door eene, waarbij nikkeldraden in eene atmosfeer van waterstof en stikstof electrisch aan het zirkoon waren aangelascht. Een bij dit lasschen gevormd hydride en nitride werd gemakkelijk weggevoerd. (Het bleek niet mogelijk aan zirkoon met tinsoldeer te soldeeren.)

De weerstandsmetingen geschieden volgens de methode der

1) Phys. Zschr. 9, blz. 347, 1908; Ann. d. Phys. 32, blz. 179, 1910.

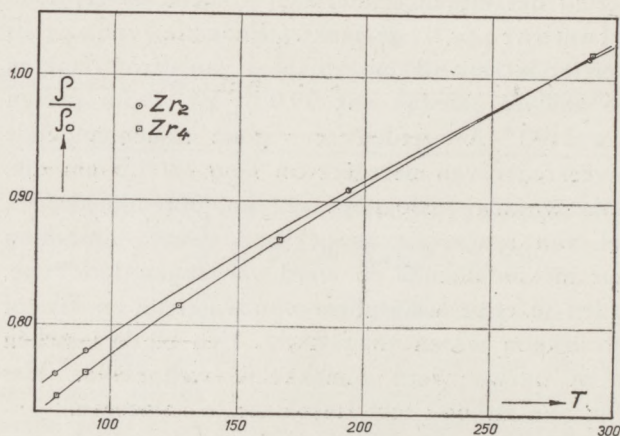
2) Phys. Rev. 2, 24, blz. 190, 1924.

3) Comm. Phys. Labor. Leiden 142 b, 1914.

4) Zschr. f. Anorg. Chem. 87, blz. 209, 1914.

overgrijpende nevensluiting voor kleine weerstanden, zoals aangegeven door Hausrath <sup>1)</sup>. Een meetstroom van 100 mA. was zonder eenige kans voor opwarming toelaatbaar en daarbij was een weerstand van ca. 0,02  $\Omega$  gemakkelijk met eene nauwkeurigheid van 1 op 2000 te bepalen. Het te onderzoeken staafje bevond zich met een platinathermometer in een rood koperen huls, die ondergedompeld werd in een bad van vloeibare stikstof of zuurstof of in afgekoelde pentaan. Dit laatste bad is vanaf ca. 125° K bruikbaar.

In het geval van het pentaanbad werd gebruik gemaakt van een Dewar-glas, waarbij zich een weinig waterstof tusschen de wanden bevond; het stond in een tweede glas, dat vloeibare stikstof bevatte. De daardoor voortdurend teweeggebrachte afkoeling kon door een verwarmingselement in het bad gecompenseerd worden, zoodat de temperatuur gemakkelijk tot op 0,01° constant gehouden kon worden. Het spreekt vanzelf, dat de badvloeistof geroerd werd. De gebruikte platinathermometer is reeds vroeger door Holst en Hamburger <sup>2)</sup> aan de temperatuurschaal van Leiden aangesloten. Het ijspunt werd nog eens gecontroleerd en bleek niet veranderd te zijn. Het meten van den weerstand van den thermometer geschiedde volgens de methode der overgrijpende nevensluiting van Kohlrausch, die eene nauwkeurige aflezing en bijgevolg ook regeling van de temperatuur mogelijk maakt.



De resultaten der metingen zijn in de figuur vereenigd en geven  $\rho/\rho_0$  in afhankelijkheid van de absolute temperatuur  $T$  voor de twee staafjes  $Zr_2$  en  $Zr_4$ . ( $\rho$  is de soortelijke weerstand bij  $T^\circ K$ . en  $\rho_0$  die bij 273,1° K)  $\rho_0$  was respectievelijk  $1,81 \cdot 10^{-4}$  en  $1,64 \cdot 10^{-4}$ , dus ongeveer 100 keer grooter dan van koper.

1) Ann. d. Phys. 16. blz. 134, 1905.

2) Zschr. f. Phys. Chem. 91. blz. 513, 1916.



Koenigsberger en Schilling vonden ongeveer:

$T$	$\varrho \cdot 10^4$
81	1,23
170—200	0,10 (minimum)
273	0,20

De opvallende verschillen tusschen de hier meegedeelde resultaten en die van Koenigsberger en Schilling zijn dus tweeërlei: 1° een geheel ander verloop van  $\varrho$  met  $T$  en 2° eene andere grootte-orde in de waarde van  $\varrho_0$ . Deze verschillen zullen waarschijnlijk gedeeltelijk aan onzuiverheden in de door Koenigsberger en Schilling onderzochte stukken moeten geweten worden, deels ook aan een meer of minderen samenhang van het materiaal. Ook in het boven aangehaalde geval van graphiet zal vermoedelijk de samenhang een grooten invloed op het resultaat der metingen gehad kunnen hebben.

**Zusammenfassung.**

Von verschiedenen reinen Zr-Proben ist der elektrische Widerstand gemessen zwischen 70° und 300° K. Es ergab sich eine stetige Widerstandsabnahme mit der Temperatur, während Koenigsberger und Schilling ein Widerstandsminimum bei etwa 170° K fanden.

Eindhoven, 12 Dec. 1924. NATUURKUNDIG LABORATORIUM DER N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN.

## OVER DE VERSCHIJNSELEN AAN DE ELECTRODEN IN EEN GASONTLADING

door G. HOLST en E. OOSTERHUIS.

Wanneer in een gas een elektrische ontlading plaats vindt, wordt de energie, welke de elektrische stroom aan de ontladingsbuis afgeeft, in het algemeen omgezet in:

- a. uitgestraalde energie;
- b. verwarming van het gas;
- c. verwarming der electroden.

Het is onze bedoeling in het volgende de energie-omzetting aan de electroden nader te beschouwen, en daaruit enkele conclusies te trekken omtrent de verwarming der electroden en het mechanisme der ontlading.

Wij zullen daarbij in het bijzonder de ontlading in *edelgassen* in het oog vatten, omdat hier de verschijnselen het meest eenvoudige karakter dragen. Doorloopt een electron, onder den

invloed van een electricch veld, een edelgas, dan verliest het vrijwel geen energie, zoolang zijn snelheid kleiner is dan die, welke noodig is om een atoom in een hoogerem quanteuzen toestand te brengen. In meeratomige gassen treden reeds bij veel kleinere snelheid energieverliezen op. Bovendien treden in edelgassen geen negatieve ionen op, zoodat men bij de ontlading alleen met electronen en positieve ionen te maken heeft.

Het eenvoudigst zijn de verschijnselen, welke aan de *anode* plaats grijpen. Terwijl in het algemeen de stroom in de ontladingsbuis opgebouwd is uit electronen en positieve ionen, wordt bij de anode de geheele stroom  $i$  door electronen gevormd. Wanneer deze het metaaloppervlak der anode binnentreden, zal in elk geval een energie  $=i\varphi_a$  vrijkomen, wanneer  $\varphi_a$  de constante van Richardson voor het anodemateriaal beteekent. Komen de electronen met snelheid op de anode, dan zal bovendien nog hunne kinetische energie  $T$  aan de anode worden afgegeven. De warmte-ontwikkeling in de anode  $W_a$  is dus in het algemeen gegeven door:

$$W_a = i\varphi_a + T$$

In sommige gevallen kan over de waarde van  $T$  iets naders worden gezegd. Heeft men te doen met vrij groote gasdruk en betrekkelijk kleine veldsterkte, zoodat een electron relatief veel stooten maakt, dan zal geen enkel electron een energie verkrijgen grooter dan de ionisatie-energie  $eV_i$ . In dit geval zal de warmte-ontwikkeling in de anode liggen tusschen de waarden:

$$i\varphi_a < W_a < i(\varphi_a + V_i)$$

In het geval van een glimontlading werd door F. M. Penning deze betrekking experimenteel bevestigd gevonden, waarvoor verwezen kan worden naar een volgend artikel in dit nummer.

In het geval van een boogontlading in een edelgas<sup>1)</sup> is het zeer plausibel, dat de electronen de anode zullen treffen met een energie die aanmerkelijk kleiner is dan de ionisatie-energie. Hier is een warmte-ontwikkeling in de anode te verwachten, die slechts weinig grooter is dan  $i\varphi_a$ . Bij voorloopige metingen aan wolfram- booglampjes met een argon- of neovulling vonden

<sup>1)</sup> Bij een dergelijke boogontlading kan de spanning op de boog van de orde van grootte der ionisatiespanning zijn, zooals bijv. bij een wolfram booglamp het geval is, of aanmerkelijk kleiner dan de ionisatiespanning, in welk geval men met een zoogenaamde laagspanningsboog te doen heeft. Vgl. bijv. *Physica* 4, 42, 1924.

wij dit bevestigd. <sup>1)</sup> In een artikel van W. de Groot, dat binnenkort gepubliceerd zal worden, worden nadere experimenten beschreven, die eveneens met bovenstaande opvatting in overeenstemming zijn.

De omzetting van energie, welke aan de *kathode* van een ontladingsbuis optreedt, is minder eenvoudig dan aan de anode.

De positieve ionen die in de ontladingsbaan gevormd worden, bewegen zich onder den invloed van het elektrische veld naar de kathode toe; en de verwarming der kathode is ongetwijfeld aan de op de kathode treffende ionen toe te schrijven. Bezitten deze ionen een zekere snelheid, wanneer ze de kathode treffen, dan is te verwachten, dat zij hun kinetische energie aan de kathode kunnen afgeven en daardoor deze verwarmen. Wij zullen echter zien dat de verwarming der kathode aanmerkelijk grooter kan zijn dan met deze energie der aankomende ionen correspondeert, zoodat noodzakelijkerwijze de ionen behalve hun kinetische energie nog andere energie aan de kathode moeten toevoeren.

Dit blijkt duidelijk, wanneer men de energie-omzetting in een wolframbooglamp nader beschouwt. Regelt men in een dergelijke booglamp met argonvulling de stroomsterkte zoo, dat de kathode en de anode beiden op dezelfde temperatuur (ongeveer 2800° K.) gloeien, dan is de spanning op de boog ongeveer 16 Volt. Is  $i$  de stroomsterkte door de boog, dan is de stroomsterkte  $i_2$  der positieve ionen hoogstens  $= \frac{1}{2}i$ . De kinetische energie der positieve ionen, wanneer ze op de kathode treffen kan hoogstens  $= \frac{1}{2}i \times$  de spanning  $V$  op de boog zijn. Inderdaad zal de energie *aanmerkelijk* kleiner zijn dan dit bedrag, omdat de positieve ionen, waarvoor de vrije weglengte minstens viermaal kleiner is dan voor een electron, op hun weg naar de kathode een aantal botsingen zullen maken en daarbij energie verliezen.

De energie welke de kathode afgeeft bestaat uit twee gedeelten:

1. Gestraalde en weggeleide energie. De grootte hiervan is in ons geval gemakkelijk aan te geven, door vergelijking met de anode. Kathode en anode zijn beide wolfram bolletjes van dezelfde afmeting welke gloeien op dezelfde temperatuur, zoodat de gestraalde en weggeleide energie voor kathode en anode vrijwel dezelfde zullen zijn. Voor de anode zagen wij hierboven dat het

<sup>1)</sup> Van een potentiaalsprong vlak aan de anode (Anodensprong) hebben wij bij deze experimenten nooit iets bemerkt.

bedrag van deze energie gelijk is aan, of een weinig grooter is dan  $i\varphi_a$  of  $i\varphi_k$  daar  $\varphi_k = \varphi_a$ .

2. De uit de kathode tredende electronen onttrekken aan de kathode een hoeveelheid energie  $= i\varphi_k$ .

In totaal geeft de kathode dus een hoeveelheid energie af, minstens gelijk aan  $2 i\varphi_k$  of  $= i \times 9$ , daar voor wolfram  $\varphi = 4,5$  Volt is.

Nu is, zooals we zagen, de kinetische energie die de positieve ionen aan de kathoden kunnen toevoeren, aanmerkelijk kleiner dan  $\frac{1}{2} i \times$  de spanning op den boog. De op deze wijze toegevoerde energie kan dus de afgegeven energie alleen dan dekken, wanneer de spanning op den boog aanmerkelijk grooter is dan 18 volt. Inderdaad is de spanning op den boog in het beschouwde geval slechts 16 Volt. De positieve ionen moeten dus nog andere dan hunne kinetische energie aan de kathode kunnen toevoeren; deze andere energie hebben zij inderdaad disponibel in den vorm van hunne *ionisatie-energie*. Treft een positief ion — met of zonder snelheid — op de kathode, dan wordt het geneutraliseerd; de vrijkomende ionisatie-energie wordt niet omgezet in straling <sup>1)</sup> doch dient om aan de kathode de benodigde hoeveelheid energie toe te voeren.

De energiebalans aan de kathode van de wolframbooglamp wordt, volgens deze beschouwing, dus als volgt:

De kathode geeft af:  $i\varphi$  + gestraalde energie + weggeleide energie; de kathode ontvangt maximaal:  $\frac{1}{2} i (V_i + fV)$ .

Hierin is  $\frac{1}{2} i V_i$  de ionisatie-energie der positieve ionen,  $\frac{1}{2} i fV$  hun kinetische energie. De factor  $f$  geeft aan welk deel van de energie die de positieve ionen aan het elektrische veld ontleenen, overgebleven is wanneer zij de kathode bereiken.  $f$  zal des te grooter zijn naarmate het veld meer aan de kathode geconcentreerd is. Voor de experimenteele toetsing hiervan zij weder verwezen naar het reeds genoemde artikel van W. de Groot.

Het is te verwachten dat, niet alleen in het beschouwde geval der boogontlading, maar algemeen bij de ontlading in edelgassen, de energie welke de positieve ionen aan de kathode toevoeren, bestaat uit hun ionisatie-energie  $i_2 V_i$  en hun kinetische energie  $T$ . Bij een glimontlading tusschen koude electronen is het aantal

<sup>1)</sup> Vgl. Handelingen 19e Nederl. Nat. en Geneesk. Congres p. 111, 1923 en Physica 4, 45. 1924.

electronen, dat uit de kathode treedt, vele maten kleiner <sup>1)</sup> dan het aantal positieve ionen dat op de kathode treft. Van de energie welke de positieve ionen aanvoeren dient een gedeelte  $i_2 \varphi$  om de uittree-arbeid te leveren voor de electronen die de positieve ionen neutraliseeren; de resteerende energie wordt vrijwel geheel in verwarming der kathode omgezet.

Vlak voor de kathode is de dichtheid der positieve ionen veel grooter dan die der electronen. Er is een positieve ruimtelading, het veld concentreert zich aan de kathode. Deze concentratie zal des te sterker zijn naarmate er meer ionen noodig zijn om een electron vrij te maken, dus des te sterker naarmate  $\varphi$  grooter is.

Behalve van  $\varphi$  hangen de verschijnselen aan de kathode ook van de temperatuur af. Experimenten met wolframkathoden wijzen er op dat in een uitgestrekt gebied ( $-180^\circ$  tot over  $1900^\circ$ ) de doorslag-spanning en dus ook het aantal electronen dat door een positief ion wordt vrijgemaakt, onafhankelijk van de temperatuur is. Bij hogere temperatuur daalt de doorslagspanning dan continu van de waarden voor koude electroden tot een waarde die ongeveer gelijk is aan de ionisatie-spanning van het gas. De ont-lading neemt dan het karakter van den *boog* aan. Het aantal electronen, dat door een positief ion uit de kathode wordt vrij gemaakt wordt van de orde der eenheid. De positieve ruimtelading wordt door de uittredende electronen vrijwel gecompenseerd en wel des te beter naarmate de stroomsterkte kleiner en de temperatuur hoger is.

Verhoogt men nu kunstmatig de temperatuur der kathode nog verder, terwijl men de stroomsterkte constant houdt, dan treden bij nog hoger temperatuur meer electronen uit den gloeidraad dan door het veld worden weggevoerd. Er ontstaat een negatieve ruimtelading om de kathode, zij is met een wolk van electronen omgeven. De positieve ionen, die hierin komen, zullen, reeds lang voor ze aan het electrode-oppervlak komen, geneutraliseerd worden en hun energie aan de electronen der wolk overdragen. Deze kunnen daarbij groote snelheden verkrijgen. Men krijgt het verschijnsel der z. g. *laagspanningsboog*.

Men ziet dus hoe glimontlading, boog en laagspanningsboog continu in elkander overgaan en welke rol het vrij maken van electronen uit de kathode door positieve ionen aan den eenen kant en de ruimteladingen aan den anderen kant daarbij spelen.

<sup>1)</sup> Vgl. G. Holst en E. Oosterhuis, C. R. Tome 175, p. 577, 1922.

**Summary.**

A discussion of the transfer of energy at the electrodes in discharge tubes. Electrons colliding with the anode develop in any case an amount of heat  $i\varphi$  ( $i$  = current,  $\varphi$  = Richardson constant); if they have a velocity different from zero they also transfer their kinetic energy to the anode. Positive ions give off their energy at the cathode. Beside their kinetic energy, their energy of ionisation is available. Different ways in which this energy is transferred are discussed in the case of the glow discharge, the arc and the low-voltage arc.

Eindhoven, Dec. 1924.

NATUURKUNDIG LABORATORIUM DER  
N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN.

## DE VERWARMING DER ANODE BIJ EEN GLIMONTLADING.

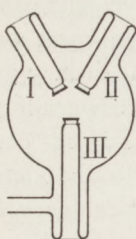
door F. M. PENNING.

In het voorafgaande artikel van G. Holst en E. Oosterhuis is er op gewezen, welke warmte-ontwikkeling men bij een gasontlading aan de anode moet verwachten. Het was van belang dit bij een glimontlading, b.v. in Neon, experimenteel na te gaan. Men zal daarbij verwachten een verwarming  $i\varphi$  ( $i$  = de grootte van den glimstroom,  $\varphi$  = de constante van Richardson) wanneer de electronen zonder snelheid bij de anode aankomen. Op dit laatste bestaat de meeste kans, wanneer zich in de buis geen positieve zuil kan ontwikkelen. Aston <sup>1)</sup> heeft n.l. gevonden, dat de veldsterkte bij een glimontlading aan de kathode het sterkst is, en vandaar lineair afneemt tot de grens van het negatieve glimlicht, om in het glimlicht zelf nul te worden. Zoo de electronen dus bij de ionisatie en het aanslaan der Neonatomen reeds niet hun energie verloren hebben, zullen ze toch in de veldvrije ruimte van het negatieve glimlicht de rest voor het grootste deel kwijt raken.

Wanneer men in een glimontlading de verwarming der anode wil meten, door deze als calorimeter in te richten, stuit men op de moeilijkheid dat de in het gas ontwikkelde warmte veel grooter is dan de te meten warmte zelf. De spanning op de buis bedraagt n.l. meer dan 100 Volt, dus de totale warmte-ontwikkeling meer dan  $100 i$ , terwijl de gezochte van de orde van  $5 i$  is. En noodzakelijkerwijze moet de buitenwand van den calorimeter met het gas in directe aanraking zijn.

<sup>1)</sup> F. W. Aston. Proc. Roy. Soc. A 84, 526, 1910. Deze metingen werden uitgevoerd door een electronenstraal door de glimontlading heen te schieten, evenwijdig aan de kathode; de bezwaren tegen de sonde-metingen zijn hiervoor niet geldig.

Om aan dit bezwaar tegemoet te komen, werd een ontladingsbuis gebruikt van den vorm in onderstaande figuur aangegeven. De elektroden worden gevormd door chrommijzeren dopjes, die onder aan de glazen buizen zijn gesmolten. III is steeds kathode, als anode doet I of II dienst. De afstand van I tot III is ongeveer  $2\frac{1}{2}$  cm



De glasbuizen I en II worden met water gevuld en doen beide dienst als calorimeter. Zoo dicht mogelijk bij den bodem bevindt zich in beide een verwarmingsdraadje, teneinde een bekende hoeveelheid Joule-warmte aan de calorimeters te kunnen toevoeren. Waren beide calorimeters precies gelijk, dan zou men door de glimontlading tusschen I en III te laten doorgaan, en II door het weerstandsdraadje precies evenveel te verwarmen, de aan de anode vrijkomende energie kunnen meten. Bij deze opstelling van I en II mag men n.l. wel aannemen, dat de warmte, die in het gas ontwikkeld wordt (voornamelijk vlak bij III) op beide denzelfden invloed zal hebben.

De calorimeters zijn in werkelijkheid niet volkomen gelijk, en daarom werden de metingen practisch als volgt uitgevoerd. Door voorafgaande metingen werd bepaald welke stroom ongeveer door het weerstandsdraadje moest worden gestuurd om een verwarming te krijgen, aequivalent aan die door de glimontlading. Eerst werd nu de glimontlading aangebracht tusschen I en III en de temperatuurstijging van den calorimeter in b.v. 3 min. bepaald. Daarna werd II anode gemaakt, I verwarmd door het weerstandsdraadje en weer de verwarming van I gedurende hetzelfde aantal minuten gemeten. De derde meting was weer gelijk aan de eerste, enz. Op die manier krijgt men een aantal temperatuursverhoogingen, die afwisselend behooren bij de glimontladingswarmte en de Joule-warmte. Worden deze grafisch uitgezet, b.v. als functie van de temperatuur, dan zullen alle punten op een continu verloopende kromme liggen, wanneer de beide warmteontwikkelingen even groot zijn. In 't algemeen zullen de punten, die bij de Joule-warmte behooren wat boven of beneden de lijn liggen, die door de andere punten gaat — door interpolatie kan dan de juiste waarde worden gevonden.

Dezelfde metingen als met I kan men met II uitvoeren, en wel werd dit gelijktijdig gedaan, zoodat I en II onderling op ongeveer dezelfde temperatuur bleven. Neemt men het gemiddelde, dan worden daardoor verschillende onregelmatigheden geëlimineerd.

Op deze wijze werd nu bij Neon van 4 mm druk en chroom-ijzeren anode een verwarming gevonden, overeenkomend met ongeveer 4 Volt (bij 6.0 mA glimstroom 4.3 V; bij 3.0 mA : 3.9 V.,) dus inderdaad ongeveer gelijk aan  $\varphi$  (voor Fe is  $\varphi = 3.7$ ).

Werden dezelfde metingen bij hoogerem druk uitgevoerd, dan leidde dit tot geheel andere uitkomsten. Het negatieve glimlicht concentreert zich dan meer bij de kathode, en tenslotte komt op de anode een geel lichthuidje te voorschijn. Bij een druk van 11 mm (waarbij dit het geval was) werd voor de verwarming, uitgedrukt in Volts, gevonden ongeveer 24. (21 en 23 bij een glimstroom van 1.0 mA, 25 V. bij 3.0 mA) Dit hoogere bedrag zal moeten worden toegeschreven aan een potentiaalverval, dat de electronen tusschen glimlicht en anode doorloopen. Daar het percentage der electronen, dat de Neonatomen aanslaat klein zal zijn <sup>1)</sup> veroorzaken de meeste electronen een verwarming, overeen komend met de som van het doorlopend potentiaalverval en  $\varphi$ . Voor het eerste blijft c.a. 19 V over, dus van de goede grootte-orde om het licht op de anode verklaren. <sup>2)</sup>

#### Summary.

Measurements of the amount of energy, developed at the anode of a glow-discharge, are described. At a low pressure of the gas (neon) when no positive column is formed, this energy equals about  $i\varphi$ ; at higher pressure, when a yellow anode glow appears, it is much larger, due to a potential difference occurring between the negative glow and the anode.

<sup>1)</sup> G. Holst en E. Oosterhuis, Physica I, 78, 1921.

<sup>2)</sup> De aanslagspanning van de gele Neonlijn is 18.5 V, volgens metingen van G. Hertz en J. C. Scharp de Visser welke binnenkort gepubliceerd zullen worden.

Eindhoven.

NATUURKUNDIG LABORATORIUM DER  
N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN.

---

## OVER ELECTRONEGATIEVE WATERSTOF

door A. E. VAN ARKEL en J. H. DE BOER. <sup>1)</sup>

Daar waterstof zoowel met sterk electronegatieve als met electropositieve elementen stabiele verbindingen vormt is de plaats van waterstof in het periodiek systeem nog immer onzeker. Oorspronkelijk heeft men bijna uitsluitend aangenomen, dat waterstof als electropositief element optrad, waarbij men zelfs zoover ging, dat het als het lichtste alkalimetaal werd opgevat. Dat voor het

<sup>1)</sup> Alfabetische volgorde.



element zelf althans deze voorstelling onjuist is, bleek nadat het gelukt was waterstof in vloeibare en vaste toestand te onderzoeken. In verbindingen heeft men echter lang aan de positieve waterstof vastgehouden. In verband met de nieuwere opvattingen omtrent de bouw van atomen beteekent dit, dat in verbindingen waterstof zijn eenige electron heeft afgestaan. Bij Kossel <sup>1)</sup> vinden we dit idee het sterkst doorgevoerd; de eigenaardigheden van de waterstofverbindingen vinden dan hun verklaring in de kleinheid van de enkelvoudig positieve kern.

De plaats van waterstof in het periodiek systeem boven de alkalimetalen is echter niet bevredigend, daar dan in de eerste periode op een sterk electropositief element onmiddellijk het edelgas helium volgt.

Reeds Mendelejew zag zich genoodzaakt tusschen waterstof en helium een element aan te nemen met halogeenkarakter.

Deze zelfde voorstelling is door Werner <sup>2)</sup> nader ontwikkeld.

Echter is het bestaan van een dergelijk halogeen als zelfstandig element uitgesloten, sinds met zekerheid bekend is dat de kernladingen van waterstof en helium respectievelijk één en twee zijn.

Aan de andere kant echter volgt hieruit, dat waterstof ten opzichte van helium een dergelijke plaats inneemt als fluoor tegenover neon, chloor tegenover argon enz. Men zou dus met eenig recht kunnen aannemen, dat waterstof in zijn verbindingen in den regel halogeenkarakter vertoont, dus door opname van een electron heliumconfiguratie aanneemt.

Allerlei feiten pleiten ervoor, dat deze voorstelling minstens even plausibel is, als de door Kossel aangenomene. Ook Langmuir <sup>3)</sup> heeft van deze voorstelling gebruik gemaakt in dien zin, dat in vele van zijn molecuulmodellen de waterstofkern vastgehouden wordt door twee electronen van een volledig octet, terwijl hij bij het lithiumhydride aan waterstof een typisch halogeenkarakter toeschrijft.

In het volgende zullen eerst eenige chemische argumenten worden aangevoerd voor de opvatting van waterstof als halogeen. Is deze voorstelling juist dan moeten ook de regelmatigheden die gelden voor de physische eigenschappen van de halogeenvbindingen worden teruggevonden bij de waterstof- en waterstofhalogeenvbindingen.

1) Z. f. Physik 1, 390 (1920).

2) „Neuere Auschauungen, usw.“ 3e druk blz. 11 (1913).

3) Gen. El. Rev. 22, 505, 587, 789 (1919).

Sinds van lithiumhydride bekend is, dat de waterstof hierin als halogeen optreedt, hetgeen blijkt uit de vormingswarmte die aansluit bij die van de halogeniden, uit de electrolyse van de smelt <sup>1)</sup>, waarbij waterstof aan de anode vrijkomt en tenslotte uit de kristalstructuur <sup>2)</sup>, zal wel niemand er meer aan twifelen, dat waterstof dezelfde rol vervult bij alle vaste „zoutachtige” hydriden in de drie eerste verticale kolommen van het periodiek systeem. Als voorbeeld kunnen we noemen uit de tweede kolom bariumhydride, uit de derde lanthaanhydride.

Om de bespreking gemakkelijker te maken zullen we in het vervolg de halogeenachtige waterstof aanduiden door  $\bar{H}$ .

Minder duidelijk is het karakter van de waterstof in de boorwaterstofverbindingen. Volgens de opvattingen van Kossel zou men voor boorwaterstof een formule  $BH_3$  verwachten, wanneer waterstof positief was, een formule  $B\bar{H}_3$  echter bij aanname van negatieve waterstof. De ware formule is echter  $B_2H_6$ , wat het best kan worden voorgesteld als dubbelmolecuul van  $B\bar{H}_3$ . Met deze voorstelling is in overeenstemming, dat van boorwaterstof geen verbindingen bekend zijn waarin waterstof geheel of gedeeltelijk door metaal is vervangen. De bekende metaalboriden zijn niet op te vatten als afgeleid van  $BH_3$ . Vergeleken met  $La\bar{H}_3$  is het op het eerste gezicht vreemd dat boorwaterstof opgevat als  $(B\bar{H}_3)_2$  een gas is. We kunnen dit als volgt verklaren: van Laar <sup>3)</sup> heeft er op gewezen, dat bij verbindingen als  $SiCl_4$  het Si-atoom geheel is omhuld door de vier chloor-atomen en dus niet naar buiten kan werken. Kossel <sup>4)</sup> heeft deze idéé verder doorgewerkt en erop gewezen, dat bij een driewaardig chloride als  $AlCl_3$  de omhulling al minder volledig moet zijn, zoodat het kookpunt van  $AlCl_3$  reeds aanmerkelijk hooger moet liggen. Nog sterker is dit het geval bij  $AlF_3$  en het is dus nagenoeg zeker, dat wanneer  $AlH_3$  ontdekt zal worden dit een vaste stof zal blijken te zijn. Wordt echter het centraalatom veel kleiner (dit heeft hier alleen zijn twee K-electronen behouden), dan zal de omhulling bij het fluoor nog geheel volledig kunnen zijn, ook zelfs nog bij het  $B\bar{H}_3$ . Het is n.l. waarschijnlijk dat in  $B\bar{H}_3$  de  $\bar{H}$ -ionen een grooter volumen innemen dan het borium zelf, daar zoowel B als  $\bar{H}$  ieder twee K-electronen hebben, bij borium echter gebonden aan

1) Kurt Moers. Z. f. Anorg. Chem. 113, 179, (1920).

J. M. Bijvoet. Rec. 42, 859 (1923)

J. M. Bijvoet en A. Karssen. Kon. Ak. v. Wet. 24, No. 122, (1922).

3) Kon. Ak. v. Wet. 24, 128 (1916).

4) l. c.

een vijf-voudig positieve kern, bij waterstof aan een enkelvoudige lading. Dat de omhulling echter niet geheel volledig is uit zich in het vormen van dubbelmoleculen, juist als bij het eenigszins vergelijkbare  $(\text{AlCl}_3)_2$ . Wanneer  $\text{BF}_3$  een stof was in eigenschappen gelijk aan  $\text{AlCl}_3$ , dan zou  $\text{B}\bar{\text{H}}_3$  evenals  $\text{AlF}_3$  een vaste stof zijn. Ook het feit, dat juist dubbel-moleculen worden gevormd is begrijpelijk, wanneer we bedenken, dat het coördinatiegetal van B vier is; de H-atomen kunnen bij het dubbelmolecule in twee tetraëders om de beide B-atomen gerangschikt zijn, waardoor de omhulling weer volledig is en dus  $(\text{B}\bar{\text{H}}_3)_2$  een gas moet zijn en wel ongeveer met het kookpunt van aethaan.

Nemen we in boorwaterstof inderdaad halogeenachtige waterstof aan, dan kunnen we de eigenschappen vae het door Stock en Kuss <sup>1)</sup> beschreven „hypoboraat” het beste begrijpen door het als complex hydride op te vatten. <sup>2)</sup>

Wanneer we nu op koolstof overgaan en ook hier willen na-gaan of de waterstof positief dan wel negatief is, dan pleiten ook hier veel argumenten voor de opvatting als  $\bar{\text{H}}$ . Op grond van de plaats van koolstof in het periodiek systeem kan men analoog aan Kossel aan methaan met evenveel recht de formule  $\text{CH}_4$  als wel  $\text{C}\bar{\text{H}}_4$  toekennen. In de eerste verbinding zou door de invoering van een Cl-atoom de eigenschappen aanmerkelijk moeten worden veranderd, minder door invoering van een alkali-metaal, terwijl bij  $\text{C}\bar{\text{H}}_4$  juist het omgekeerd zou gelden. Nu leert de ervaring, dat de invoering van halogeena-atomen in alle denkbare combinaties mogelijk is, zonder dat de eigenschappen grondig worden gewijzigd. De invoering van één metaalatom in methaan is echter slechts langs een omweg mogelijk en levert verbindingen, die in niets meer aan methaan herinneren (natrium- en kalium-methyl zijn gekristaliseerde, uiterst reactieve lichamen, terwijl de halogeenderivaten evenals methaan zelf vrij indifferent zijn.).

Voeren we in  $\text{C}\bar{\text{H}}_4$  een halogeena in, dan moeten de fysische eigenschappen evenzoo geleidelijk veranderen als dit het geval is, wanneer we in  $\text{CCl}_4$  het chloor achtereenvolgens door een ander halogeena vervangen. Waar nu voor deze laatste verbindingen eenvoudige betrekkingen bestaan tusschen b.v. de kookpunten

<sup>1)</sup> Ber. d. chem. Ges. 47, 810 (1914).

<sup>2)</sup> Zie over deze quaestie Ephraim, Anorganische Chemie (1923) blz. 663, waar het aannemen van positieve waterstof tot moeilijkheden voert.

moeten we deze betrekkingen kunnen uitbreiden ook tot die verbindingen, waarbij chloor geheel of gedeeltelijk vervangen is door waterstof. Daarbij moeten we ons er wel rekenschap van geven, dat het verschil in eigenschappen tusschen  $\bar{H}$  en  $F$  altijd nog veel grooter is dan tusschen  $F$  en één der andere halogenen, omdat de buitenste electronenring, die toch de chemische eigenschappen bepaalt, bij  $\bar{H}$  bestaat uit twee electronen en bij elk der andere halogenen in hun verbindingen uit acht. <sup>1)</sup>

Het blijkt nu, dat het verschil in kookpunt van  $CCl_4$  en  $CBr_4$  vier maal zoo groot is als het verschil tusschen  $C\bar{H}_3Cl$  en  $C\bar{H}_3Br$ , dit van  $C\bar{H}Cl_3$  en  $C\bar{H}Br_3$  driemaal en dat van  $C\bar{H}_2Cl_2$  en  $C\bar{H}_2Br_2$  tweemaal zoo groot.

TABEL I.

Verbinding	Kookpunt	Vershil
$C\bar{H}Br_4$	189°	113° = 4 × 28.°5
$CCl_4$	76°	
$C\bar{H}Br_3$	146°	85° = 3 × 28.°3
$C\bar{H}Cl_3$	61°	
$C\bar{H}_2Br_2$	98°	57° = 2 × 28.°5
$C\bar{H}_2Cl_2$	41°	
$C\bar{H}_3Br$	4.°5	28.°5 = 1 × 28.°5
$C\bar{H}_3Cl$	-24°	

Hetzelfde verschil in kookpunt vinden we altijd wanneer we Cl door Br vervangen. Ook bij de vervanging van Cl door F of J vinden we altijd een constant verschil in kookpunt.

Wanneer nu waterstof in deze verbindingen werkelijk als halogeen fungeert, dan zouden we ook een constante stijging van kookpunt moeten verwachten telkens wanneer één  $\bar{H}$  vervangen door b.v. één Cl en we zouden dus de kookpunten van  $C\bar{H}_3Cl$ ,  $C\bar{H}_2Cl_2$  en  $C\bar{H}Cl_3$  kunnen vinden door rechtlijnige interpolatie <sup>2)</sup> tusschen  $CCl_4$  en  $C\bar{H}_4$ . Inderdaad is dit echter niet het geval: aangezien het kookpuntverschil tusschen methaan en tetrachloorkoolstof bedraagt 240° zouden we voor  $C\bar{H}_3Cl$  een kookpunt verwachten dat 60° hooger ligt dan dat van methaan, dus bij -104°, terwijl het in werkelijkheid -24°

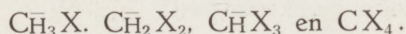
<sup>1)</sup> Kossel l. c.

<sup>2)</sup> De volledige additiviteit ligt eigenlijk al opgesloten in het werk van v. Laar. Zie voor nadere bijzonderheden het volgende artikel.

wordt

is. Het ligt voor de hand deze stijging van  $80^\circ$  toe te schrijven aan de minder symmetrische bouw van methylchloride, waardoor een grooter krachtveld naar buiten overblijft. Deze asymmetrie wordt hier veroorzaakt door het verschil in electronen configuratie van de buitenste schalen bij de halogenen eenerzijds, en bij de negatieve waterstof anderzijds.

Bij halogeenderivaten van het methaan kunnen we nu vier symmetrietypen onderscheiden; stellen we het halogeen door X voor dan zijn deze typen



Het blijkt nu, dat, welke halogeenatomen ook in methaan ingevoerd worden, de kookpunten van alle derivaten met groote nauwkeurigheid berekend kunnen worden door bij het kookpunt van methaan op te tellen een constant bedrag van elk der halogeenatomen dat wordt ingevoerd, vermeerderd met een ander, eveneens, constant bedrag, al naar mate de verbindingen behooren tot een der genoemde symmetrietypen.

Om deze verschillende constanten te bepalen, behoeven wij slechts te kennen het kookpunt van methaan en nog zeven halogeenderivaten.

Daar methaan eigenlijk een eigen symmetrietype voorstelt, dat verder niet voorkomt, kunnen we voorloopig gerust het verschil in symmetrie tusschen methaan en een tetra-halogeen-derivaat nul stellen. De fout die men daarbij maakt treedt als constant bedrag in alle constanten op.

TABEL II.

Verbinding	Kookpunt	Constante
$\text{C}\bar{\text{H}}_4$	$-164^\circ$	
$\text{C}\bar{\text{Cl}}_4$	$76.05$	$K_{\text{Cl}} = 60^\circ$
$\text{C}\bar{\text{H}}_3\text{F}$	$-74^\circ 1)$	$K_{\text{F}} = 10^\circ$
$\text{C}\bar{\text{H}}_3\text{Br}$	$+4.05$	$K_{\text{Br}} = 88.05$
$\text{C}\bar{\text{H}}_3\text{J}$	$+45^\circ$	$K_{\text{J}} = 129^\circ$
$\text{C}\bar{\text{H}}_3\text{Cl}$	$-24^\circ$	$A_1 = 80^\circ$
$\text{C}\bar{\text{H}}_2\text{Cl}_2$	$+41^\circ$	$A_2 = 85^\circ$
$\text{C}\bar{\text{H}}\text{Cl}_3$	$+61^\circ$	$A_3 = 45^\circ$

Als standaard kiezen wij natuurlijk verbindingen waarvan de kookpunten met groote zekerheid bekend zijn; zij zijn in tabel II opgenomen.

We noemen de kookpuntsverhooging die de invoering van één chlooratoom in methaan veroorzaakt  $K_{Cl}$ . Deze is gelijk aan een vierde van het verschil in kookpunt tusschen  $C\bar{H}_4$  en  $CCl_4$

$$K_{Cl} = 60^\circ.$$

Uit het verschil in kookpunt tusschen  $C\bar{H}_3F$  en  $C\bar{H}_3Cl$  volgt

$$K_{Cl} - K_F = 50^\circ, K_F = 10^\circ$$

Op dezelfde wijze berekenen wij

$$K_{Br} = 88.^\circ 5$$

$$K_I = 129^\circ$$

Verder moeten wij nog kennen de constanten  $A_1$ ,  $A_2$  en  $A_3$ , waarmede de gevonden kookpunten moeten worden vermeerderd, al naar het molecuul nog 3, 2 of 1 waterstofatomen bevat. Voor  $A_1$  vinden we, als boven is aangegeven,

$$A_1 = 80^\circ$$

verder nog door vergelijking van de kookpunten van  $C\bar{H}_4$  en  $C\bar{H}_2Cl_2$

$$A_2 = 85^\circ$$

en door vergelijking van  $C\bar{H}_4$  en  $C\bar{H}Cl_3$

$$A_3 = 45^\circ$$

Van nog 17 andere methaan-halogeenderivaten hebben wij in de litteratuur kookpunten vermeld gevonden. Van al deze verbindingen geven wij hier de waargenomen kookpunten, en tevens de door ons berekende.

Als voorbeeld van een kookpuntsberekening zullen we dat van  $C\bar{H}FClBr$  berekenen. Het symmetrie type is dat van chloroform, dus we hebben als constante  $A_3$  en krijgen dus

$$\begin{aligned} K_p C\bar{H}FClBr &= -164^\circ + K_F + K_{Cl} + K_{Br} + A_3 = \\ &= -164^\circ + 10^\circ + 60^\circ + 88.^\circ 5 + 45^\circ = \\ &= + 39.^\circ 5. \end{aligned}$$

In werkelijkheid werd gevonden  $+ 38^\circ$ .

Voor de andere verbindingen, zie tabel III.

De grootste fout is  $3^\circ$ , dit is op het absolute kookpunt ongeveer  $1\%$ . Opgemerkt dient te worden, dat zelfs voor een stof als chloroform het kookpunt niet zeer nauwkeurig bekend is en wordt opgegeven als  $60^\circ - 61^\circ$ .

1) We vonden opgegeven  $-78^\circ$  bij 742 m.M. druk, dat wordt bij 760 m.M. ongeveer  $-74^\circ$  volgens de correctietabel in Nernst. Theoretische Chemie, 7e Aufl. blz. 65.

TABEL III.

Verbinding	$Kp$ (ber.)	$Kp$ (gev.)	$\Delta$	Verbinding	$Kp$ (ber.)	$Kp$ (gev.)	$\Delta$
$C Cl_3 J$	145°	142°	+ 3	$C \bar{H}_2 Br J$	138.°5	138°	
$C Cl_3 Br$	104.°5	104°	+ 0.5	$C \bar{H}_2 Cl J$	110°	109°	+ 1
$C Cl_3 F$	26°	25°	+ 1	$C \bar{H}_2 J_2$	179°	180°	- 1
$C Cl_2 Br_2$	133°	135°	- 2	$C \bar{H} Br_3$	146.°5	146°	+ 0.5
$C Cl_2 F_2$	- 24°	- 25°	+ 1	$C \bar{H} Cl_2 J$	130°	131°	- 1
$C Cl Br_3$	161.°5	160°	+ 1.5	$C \bar{H} Cl_2 Br$	89.°5	89°	- 0.5
$C Br_4$	190°	189°	+ 1	$C \bar{H} Cl_2 F$	11°	14°	- 3
$C \bar{H}_2 Cl Br$	69.°5	68°	+ 1.5	$C \bar{H} Cl Br_2$	118°	118°	- 0
$C \bar{H}_2 Br_2$	98°	98°	0	$C \bar{H} Cl Br F$	39.°5	38°	+ 1.5

Voor het toetsen van bovenstaande regelmatigheden ontbreken helaas de eenvoudigste fluorderivaten. Bij de in de tabel opgenomen gemengde derivaten gaat de regel goed op. Voor de berekende kookpunten der fluoorreeks zie tabel IV. De reeks is vooral interessant, omdat de kookpunten niet regelmatig stijgen met toenemend fluorgehalte, maar bij  $C \bar{H}_2 F_2$  een maximum bereiken.

TABEL IV.

Verbinding	$Kp$ (ber.)	Gegevens uit de litteratuur
$C \bar{H}_4$	- 164°	
$C \bar{H}_3 F$	- 74°	
$C \bar{H}_2 F_2$	- 69°	gas
$C \bar{H} F_3$	- 99°	20° bij 32 atm.
$CF_4$	- 124°	- 15° (?)

Van  $C \bar{H}_2 F_2$  is alleen bekend dat het bij gewone druk een gas is. Van fluoroform kunnen we het kookpunt bij gewone druk schatten door vergelijking met de dampdrukkurve van b.v. methaan met behulp van de regel van Ramsay en Young <sup>1)</sup> dat bij gelijke drukken de verhouding der absolute kookpunten constant is; voor  $C \bar{H} F_3$  vinden we dan -95° in goede overeenstemming met het boven berekende kookpunt -99°.

Alleen dus de waarde van  $CF_4$  is volkomen fout; dit is onbegrijpelijk, daar alle andere verbindingen goed overeenstemmen.

<sup>1)</sup> Phil. Mag. (5) 20. 515 (1887)

Straks zal blijken, dat men de kookpunten der overeenkomstige siliciumverbindingen op geheel analoge wijze kan berekenen en dat ook bij germanium en nog vele andere groepen van verbindingen geheel overeenkomstige regels gelden.  $\text{SiF}_4$  nu kookt bij  $-90^\circ$  en sluit zich geheel bij de andere silicium-verbindingen aan.

Het kookpunt van  $\text{CF}_4$  is blijkbaar slechts éénmaal bepaald; de door Moissan opgegeven waarde komt ons uiterst onwaarschijnlijk voor.

We gaan nu over naar de kookpunten van de silicium-verbindingen. Uit de tetrahaloëenverbindingen kunnen we hier direct de constanten  $K$  berekenen voor elk haloëen, (tabel V) daar deze derivaten hier alle goed bekend zijn.

TABEL V.

Verbinding	Kookpunt	Constante
$\text{SiH}_4$	$-112^\circ$	
$\text{SiF}_4$	$-90^\circ$	$K_F = \frac{22}{4} = 5.5$
$\text{SiCl}_4$	$57^\circ$	$K_{Cl} = \frac{169}{4} = 42$
$\text{SiBr}_4$	$153^\circ$	$K_{Br} = \frac{264}{4} = 66$
$\text{SiJ}_4$	$290^\circ$	$K_J = \frac{402}{4} = 100.5$

TABEL VI.

Verb.	$K_p$ (ber.)	$K_p$ (gev.)	Verb.	$K_p$ (ber.)	$K_p$ (gev.)	Verb.	$K_p$ (ber.)	$K_p$ (gev.)
$\text{SiCl}_3\text{Br}$	$80^\circ$	$80^\circ$	$\text{SiCl}_3\text{J}$	$114.5^\circ$	$114^\circ$	$\text{SiBr}_3\text{J}$	$186.5^\circ$	$192^\circ$
$\text{SiCl}_2\text{Br}_2$	$104^\circ$	$103^\circ$	$\text{SiCl}_2\text{J}_2$	$173^\circ$	$172^\circ$	$\text{SiBr}_2\text{J}_2$	$221^\circ$	$230^\circ$
$\text{SiClBr}_3$	$128^\circ$	$127^\circ$ <sup>1)</sup>	$\text{SiClJ}_3$	$231.5^\circ$	$235^\circ$	$\text{SiBrJ}_3$	$255.5^\circ$	$255^\circ$

De overeenstemming is ruim voldoende te noemen. De grootste afwijking in de absolute temperatuur is slechts in één geval 2 %.

Helaas zijn verbindingen met andere symmetrietypen in te klein aantal bekend. We zullen dus in tabel VII alleen de toename in kookpunt ten gevolge van de veranderde symmetrie aangeven.

<sup>1)</sup> Een oudere, later herroepen opgave is  $142^\circ$ .



TABEL VII.

Type A <sub>1</sub>			
Verb.	$Kp_{(ber.)}$	$Kp_{(gev.)}$	$\Delta$
Li $\overset{+}{C}H_3Cl$	-70°	-30°	+40°
Si $\overset{+}{C}H_3Br$	-46°	+2°	+48°
Type A <sub>2</sub>			
Verb.	$Kp_{(ber.)}$	$Kp_{(gev.)}$	$\Delta$
Si $\overset{+}{C}H_2Cl_2$	-28°	+8°	+36°
Si $\overset{+}{C}H_2Br_2$	+20°	+66°	+46°
Type A <sub>3</sub>			
Verb.	$Kp_{(ber.)}$	$Kp_{(gev.)}$	$\Delta$
Si $\overset{+}{C}HF_3$	-95.°5	-80°	+15.°5
Si $\overset{+}{C}HCl_3$	+14°	+33°	+19°
Si $\overset{+}{C}HBr_3$	+86°	+110°	+24°
Si $\overset{+}{C}HI_3$	+169.°5	+205°	(+15.°5)

De kookpuntsverhoogingen ten gevolge van de asymmetrie zijn hier blijkbaar niet constant, maar stijgen naarmate de asymmetrie wordt veroorzaakt door een zwaarder halogeen. Deze stijging moet o. i. niet worden toegeschreven aan proeffouten.

Later hopen we nog aan te toonen, dat deze waarden bij Si in tegenstelling tot die bij de C-verbindingen niet constant kunnen zijn.

Op enkele regelmatigigheden moeten we nog wijzen. Bij C-verbindingen zijn de constanten A<sub>1</sub> en A<sub>2</sub> weinig verschillend, terwijl A<sub>3</sub> ongeveer de halve waarde heeft. Ditzelfde vinden we bij Si terug en het is ons gebleken, dat dit ook voorkomt bij allerlei andere klassen van verbindingen. We hopen hierop terug te komen.

Ook tusschen de K-waarden bestaan eenvoudige betrekkingen. Deze blijken n.l. ten nauwste samen te hangen met de atoomvolumina van de halogenen, zooals die door Kopp<sup>1)</sup> zijn berekend.

De verschillen tusschen twee K-waarden zijn n.l. ten naastebij

evenredig met de verschillen tusschen de bijbehorende atoomvolumina (tabel VIII).

TABEL VIII.

	At. vol. $V$	$\Delta V$	$K$	$\Delta K$	$\frac{\Delta K}{\Delta V}$
F	11 <sup>2)</sup>		10		
Cl	22.8	11.8	60	50	4.3
Br	29.1	6.3	88.5	28.5	4.5
J	39.6	9.5	129	40.5	4.3

Een belangrijke steun voor het negatief karakter van de waterstof zou het zijn, wanneer deze laatste betrekking ook zou kunnen worden uitgebreid op de substitutie tusschen waterstof en halogeën. Uit het feit, dat de substitutie van H door F slechts een verhooging van  $10^\circ$  veroorzaakt volgt, dat H hier slechts weinig kleiner kan zijn dan F. Dit is wel in overeenstemming met het negatief karakter van de waterstof, gezien ook het feit, dat in het vaste lithiumhydride en lithiumfluoride de atoomradii van waterstof en fluor ongeveer gelijk zijn. In ieder geval gedraagt waterstof zich hier niet als positieve kern met te verwaarloozen volumens, zooals door Kossel wordt aangenomen.

#### Summary.

It is shown that it is very probable that hydrogen in compounds like  $B_2H_6$ ,  $CH_4$  etc. acts as a halogen, as was known already to be the case in compounds like LiH.

1) Zie bijv. F. Henrich, Theorien der Org. Chemie, 3e druk, Vieweg 1918, Nr. 220.

2) Deze waarden hebben we berekend met behulp van de tabel v. Grimm (Zsch. f. Phys. Chem. 98, 353, 1921) en is in overeenstemming met die welke we uit de dichtheden van eenige organische verbindingen berekenen.

Eindhoven.

NATUURKUNDIG LABORATORIUM DER  
N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN.

## ADDITIVITEIT VAN KOOKPUNTEN

door A. E. VAN ARKEL en J. H. DE BOER.

In het vorige artikel hebben we gezien, dat we de kookpunten van de kool-waterstof-halogeënverbindingen en eveneens die van de silicium-waterstof-halogeënverbindingen additief konden berekenen uit het kookpunt der waterstofverbinding met behulp van een aantal constanten  $K_x$ , die aangeven de stijging van het kookpunt door invoering van een halogeënatoom  $x$ , en drie constanten

A, voorstellende de waarden die men buitendien moet optellen, alnaarmate de verbinding nog drie, twee of één waterstofatoom bevat.

Uitgaande van de toestandsvergelijking van van der Waals heeft van Laar<sup>1)</sup> aangetoond, dat de kritische temperaturen van vele verbindingen tamelijk nauwkeurig kunnen worden berekend, wanneer wordt aangenomen, dat men  $b$  en  $\sqrt{a}$  uit een aantal grondwaarden additief kan samenstellen. Volgens van Laar zal dus de kritische temperatuur van verbindingen, opgebouwd uit atomen  $a_1, a_2, a_3$ , berekenbaar zijn uit de betrekking:

$$T_k = K \frac{\sum^2 \sqrt{a_n}}{\sum b_n} \quad (1)$$

Daar verder voor de meeste verbindingen de verhouding tusschen kritische temperatuur en kookpunt vrijwel constant is<sup>2)</sup> geldt voor het kookpunt

$$T_s = K' \frac{\sum^2 \sqrt{a_n}}{\sum b_n} \quad (2)$$

Bij de berekening van  $\sum \sqrt{a}$  voor een verbinding van het type  $\text{C Cl}_4$ ,  $\text{Si Cl}_4$  enz. vindt nu van Laar dat het centraal-atoom zoozeer door de andere atomen is omhuld, dat het zich in de  $\sum \sqrt{a}$  niet uit, zoodat  $\sqrt{a_{\text{C Cl}_4}} = 4 \sqrt{a_{\text{Cl}}}$ . Deze idee van omhulling is later<sup>3)</sup> bij Kossel<sup>4)</sup> en ook bij Langmuir<sup>5)</sup> weer te voorschijn gekomen.

Dat men met behulp van bovenstaande betrekkingen kookpunten in groote trekken juist kan berekenen is voldoende door van Laar aangetoond; echter blijken hier en daar toch vrij groote afwijkingen voor te komen, wat niet vreemd is, als men bedenkt, dat van Laar genoodzaakt was, de waarden van  $\sqrt{a}$  en  $b$  voor b.v. chloor te ontleenen aan een bepaalde verbinding en deze te gebruiken voor de berekening bij verbindingen, waarin het chloor misschien een andere rol vervult. Het is immers zeer waarschijnlijk, dat in het homoiopolaire  $\text{Cl}_2$  en in het vermoedelijk heteropolaire  $\text{Sn Cl}_4$  de  $\sqrt{a}$  en  $b$  waarden van het chloor eenigszins verschillend zullen zijn.

Berekenen we nu volgens van Laar de kookpunten van  $\text{C Cl}_4$ ,  $\text{C Cl}_3 \text{ Br}$  enz. tot  $\text{C Br}_4$ , dan zijn weliswaar de gevonden waarden

1) Kon. Ak. v. Wetensch. 24, 1284, 1916.

Zie verder J. J. van Laar. „Die Zustandsgleichung“ L. Voss, Leipzig 1924, blz. 176.

2) Kon. Ak. v. Wet. 24, 1655, 1916.

3) In een vorig artikel, waar deze omhulling eveneens ter sprake kwam, heb ik tot mijn spijt deze verhandeling van van Laar niet vermeld. (v. A.)

4) Z. f. Physik. 1, 395, 1920.

5) Gen. Elec. Rev. 22, 587, 789, 1919.

niet geheel juist, maar het merkwaardige is wel, dat het verschil tusschen twee termen in deze reeks constant is en gelijk aan dat tusschen de berekende waarden van b.v.  $\text{CH}_3\text{Cl}$  en  $\text{CH}_3\text{Br}$ . Dus vinden we ook bij de volgens van Laar berekende kookpunten weer de additiviteit terug, waarop we in ons vorig artikel hebben gewezen. Waar de kookpunten aan de betrekking (2) voldoen, kan de additiviteit alleen tot stand komen wanneer er een betrekking bestaat tusschen de  $\sqrt{a}$ - en de  $b$ -waarden.

De additiviteit beteekent, dat b.v.

$$T_{\text{CBr}_4} - T_{\text{CCl}_2\text{Br}_2} = T_{\text{CCl}_2\text{Br}_2} - T_{\text{CCl}_4},$$

volgens van Laar dus:

$$\begin{aligned} K' & \left\{ \frac{(4\sqrt{a_{\text{Br}}})^2}{b_{\text{C}} + 4b_{\text{Br}}} - \frac{(2\sqrt{a_{\text{Br}}} + 2\sqrt{a_{\text{Cl}}})^2}{b_{\text{C}} + 2b_{\text{Br}} + 2b_{\text{Cl}}} \right\} \\ & = K' \left\{ \frac{(2\sqrt{a_{\text{Br}}} + 2\sqrt{a_{\text{Cl}}})^2}{b_{\text{C}} + 2b_{\text{Br}} + 2b_{\text{Cl}}} - \frac{(4\sqrt{a_{\text{Cl}}})^2}{b_{\text{C}} + 4b_{\text{Cl}}} \right\} \end{aligned}$$

waaruit, volgt:

$$\frac{\sqrt{a_{\text{Cl}}}}{b_{\text{C}} + 4b_{\text{Cl}}} = \frac{\sqrt{a_{\text{Br}}}}{b_{\text{C}} + 4b_{\text{Br}}},$$

hetgeen wil zeggen, dat voor  $\text{CCl}_4$  en  $\text{CBr}_4$  de verhouding tusschen de  $\sqrt{a}$  en  $b$  waarden constant is.

Aangezien nu de additiviteit even goed geldt voor alle halogeen-derivaten van methaan moeten we dus aannemen, dat voor al deze verbindingen  $\Sigma \sqrt{a} / \Sigma b$  vrijwel constant is, wat dus wil zeggen, dat voor al deze verbindingen de cohesiedruk, zooals die optreedt in de vergelijking van van der Waals, bij het kookpunt nagenoeg dezelfde is.<sup>1)</sup>

Aangezien nu de  $b$ -waarden ongeveer evenredig zijn met de molecuulairvolumina bij het kookpunt kunnen we voor betrekking (2) ook schrijven:

$$T_s = K_2 \frac{\Sigma^2 \sqrt{a}}{\Sigma V} \quad (3)$$

daar ook  $\Sigma \sqrt{a} / \Sigma V$  vrijwel constant is, volgt hieruit

$$T_s = K_4 \Sigma V,$$

Het verschil in kookpunt tusschen twee verbindingen is dus evenredig aan het verschil der molecuulairvolumina. Aangezien deze laatste volgens Kopp eveneens additief zijn te berekenen

1) Waarschijnlijk geldt dit alleen omdat  $b_{\text{C}}$  hier klein is t. o. v.  $4b_{\text{Br}}$ ; neemt men n.l.  $\frac{\sqrt{a}}{b}$  voor alle halogenen constant aan, dan is met de betrekking van van Laar ook nog vrijwel aan de additiviteit voldaan.

is dus het verschil in kookpunt tusschen overeenkomstige halogeenderivaten evenredig aan het verschil tusschen de atoomvolumina van de halogenen. Op deze evenredigheid hebben wij reeds in ons vorig artikel opmerkelijk gemaakt.

Daar voor de kritische toestand geldt

$$p_K = \frac{1}{28} \frac{a_K}{b_K^2} \quad ^1)$$

zal voor verbindingen waarvoor  $a/V$  dezelfde waarde heeft ook de kritische druk vrijwel dezelfde moeten zijn. Slechts bij één reeks van verbindingen, n.l. bij  $C_6H_5F$  etc. tot  $C_6H_5J$  is de kritische druk gemeten, en geheel constant bevonden (446 atm.). Dan moeten we ook verwachten, dat de kookpunten nauwkeurig evenredig zijn met de molecuulairvolumina bij het kookpunt. Van deze verbindingen zijn ook de dichtheden bij het kookpunt goed bekend, zoodat we hier de betrekking kunnen verifieeren.

TABEL I.

Verb.	$d_s$	$M$	$V_s$	$T_s$	$\frac{T_s}{V_s}$
$C_6H_5F$	0.942	96	101.3	358 °	3.53
$C_6H_5Cl$	0.981	112.5	114.7	405 °	3.53
$C_6H_5Br$	1.305	156.9	120.1	429 °	3.57
$C_6H_5J$	1.565	203.9	130.1	461.°5	3.54

Tot nu toe hebben we steeds vergeleken verbindingen met gelijk symmetrietype (zie vorig artikel). Zoodra we echter overgaan op verbindingen, die in symmetrie afwijken, blijken de regels van van Laar niet meer op te gaan. Van Laar neemt b.v. aan, dat ook in verbindingen als  $CH_3Cl$ ,  $CH_2Cl_2$  en  $CHCl_3$  de omhulling volkomen is. De berekening met de gegevens van van Laar leidt hier tot geheel onjuiste resultaten. Het meest opvallende verschil is, dat de berekende kookpunten additief zijn, terwijl dit in werkelijkheid niet het geval is. Dit onderscheid zou het sterkst blijken bij de fluoorderivaten van methaan; deze zijn echter voor vergelijking onvoldoende bekend, het blijkt echter ook nog zeer duidelijk bij de siliciumverbindingen, waar het  $SiF_3H$  10 ° hooger kookt dan het  $SiF_4$ , terwijl bij volledige additiviteit

2) J. J. van Laar, Kon. Ak. van Wet. 24. 1637, 1916.

dit verschil  $-6^\circ$  zou zijn. De door ons in het vorig artikel gevonden  $A$ -waarden pleiten niet voor volledige omhulling. We meenen integendeel te mogen besluiten dat bij deze verbindingen de werking van het centraalatom naar buiten niet geheel is opgeheven. In de vergelijking (2) van van Laar zal dan bij  $\Sigma \sqrt{a}$  een term moeten worden opgeteld, die met de werking van het centraalatom naar buiten samenhangt. Voor de verschillend symmetrietypen zijn deze waarden natuurlijk niet gelijk, maar ze zullen blijken constant te zijn voor verbindingen van hetzelfde type.

Voor dit doel kunnen we de onveranderde waarden van van Laar niet gebruiken. Met deze waarden kan men bij benadering vrijwel alle kookpunten van eenvoudige chemische verbindingen berekenen. Onze bedoeling is echter in een meer beperkt gebied uit de waarden der kookpunten een dieper inzicht in de constitutie van deze verbindingen te krijgen; voor dit doel zijn de afwijkingen bij van Laar te groot, waarom we dus eenigszins anders te werk moeten gaan.

Aangezien waarschijnlijk de molecuulairvolumina bij het kookpunt beter bekend zijn dan de  $b$ -waarden, zullen we liever formule (3) gebruiken. De constante  $K_2$  in deze formule is niet volkomen bekend, uit de kookpunten en de  $V_S$ -waarden berekenen we dan echter de waarden  $\sqrt{a K_2}$ , waarvoor we schrijven  $\sqrt{a_1}$ . Voor de  $V_S$ -waarden nemen we zooveel mogelijk die, welke uit de dichtheden bij het kookpunt kunnen worden berekend, de andere stellen we samen met behulp van de door Kopp gegeven atoomvolumina. Deze zijn tusschen haakjes aangegeven. Het blijkt n.l. dat hoewel de atoomvolumina van Kopp eenigszins dubieus zijn, de daaruit berekende molecuulairvolumina bij de hier beschouwde verbindingen wel juist zijn. Voor  $CF_4$  en  $CJ_4$  <sup>1)</sup> gebruiken we de door ons in het vorig artikel berekende kookpunten. In tabel II hebben we de  $V_S$ -waarden voor elk halogeen berekend, waarbij we met van Laar aannemen, dat hier werkelijk het centraalatom volkomen is omhuld.

Met deze  $\sqrt{a_1}$  waarden kunnen we natuurlijk weer de kookpunten van alle verbindingen van dit type berekenen met dezelfde nauwkeurigheid als in ons vorig artikel.

Van de verbindingen van het type  $CH_3X$  geven we nu in tabel III de waarden van  $\Sigma \sqrt{a_1}$  zoals ze uit het kookpunt

1) Dezelfde  $\sqrt{a_1}$ -waarde voor F en J vindt men natuurlijk wanneer men ze berekend uit de experimentaal gevonden kookpunten van b.v.  $CCl_3F$  en  $CCl_3J$  of andere verbindingen van dit type.

worden berekend en tevens zooals ze door additie van de  $\sqrt{a_1}$  waarden der halogenen worden verkregen. We zien dan, dat er een constant verschil van 16 optreedt, dat samenhangt met de werking van het centraal-atoom naar buiten.

TABEL II.

Verb.	$T_S$	$V_S$	$\Sigma \sqrt{a_1}$ per halogeenaatoom
CH <sub>4</sub>	109°	38.6	16.2
CF <sub>4</sub>	149°	(55) <sup>1)</sup>	22.8
CCl <sub>4</sub>	349°	103	47.5
CBr <sub>4</sub>	462°	(127.4)	60.8
CJ <sub>4</sub>	624°	(169.4)	81.2

TABEL III.

Verb.	$T_S$	$V_S$	$\Sigma \sqrt{a_1}$ gev.	$\Sigma \sqrt{a_1}$ ber.	Vershil
CH <sub>3</sub> F	197°	38.5	87	71	16
CH <sub>3</sub> Cl	249°	50.3	112	96	16
CH <sub>3</sub> Br	277°	56.6	125	109	16
CH <sub>3</sub> J	318°	67.1	146	130	16

Wanneer we voor CF<sub>4</sub> niet de door ons berekende waarde, maar die van Moissan hadden genomen, dan zouden we niet hebben gevonden + 16, maar - 7, zoodat dan  $F$  in 't geheel niet in deze reeks zou passen.

Dezelfde berekening kunnen we nu toepassen op de verbindingen van het type CH<sub>2</sub>X<sub>2</sub> (tabel IV).

TABEL IV.

Verb.	$T_S$	$V_S$	$\Sigma \sqrt{a_1}$ gev.	$\Sigma \sqrt{a_1}$ ber.	Vershil
CH <sub>2</sub> Cl <sub>2</sub>	314°	67.4	145.5	127.5	18
CH <sub>2</sub> Br <sub>2</sub>	371°	80.2	172	154	18
CH <sub>2</sub> J <sub>2</sub>	453°	101.2	214	195	19
CH <sub>2</sub> ClBr	341°	73.9	159	140.5	18.5
CH <sub>2</sub> ClJ	382°	84.4	179.5	161	18.5
CH <sub>2</sub> BrJ	411°	90.7	193.5	174.5	19

2) Voor  $F$  nemen we het atoomvolumen 11, zie vorig artikel.

Tenslotte kunnen we hetzelfde doen bij de verbindingen van type  $\text{CHX}_3$  (tabel V).

TABEL V.

Verb.	$T_S$	$V_S$	$\sqrt{a_1}$ gev.	$\Sigma \sqrt{a_1}$ ber.	Vershil
$\text{CHCl}_3$	334°	84.9	168.5	158.5	10
$\text{CHBr}_3$	419°	103.8	208.5	198.5	10
$\text{CHCl}_2\text{F}$	287°	73.1	145	134	10
$\text{CHCl}_2\text{Br}$	364°	91.2	182	172	10
$\text{CHCl}_2\text{J}$	404°	101.7	202.5	192.5	10
$\text{CHClBr}_2$	391°	97.5	195	185	10
$\text{CHClBrF}$	311°	79.4	157	147	10

We komen nu tot de conclusie, dat waterstof zich in deze verbindingen in twee opzichten geheel bij de halogenen aansluit, d. w. z. in de berekende  $\sqrt{a_1}$ -waarden en in de reeds vroeger berekende atoomvolumina. Dit atoom-volumen is ongeveer 20% kleiner dan dat van fluor; wanneer we voor de halogenen vasthouden aan de waarden van Kopp, dan wordt dus  $V_H$  ongeveer = 9. Daaruit volgt dan voor  $V_C$  in methaan en de halogeen-koolstofverbindingen een waarde, die veel kleiner is, wat in zeer goede overeenstemming is met de onderstelling, dat de koolstof in deze verbindingen zijn vier valentie-electronen heeft verloren.

De waterstof heeft echter in deze verbindingen niet een afschermende werking als de andere halogenen; we meenen dit te mogen toeschrijven aan de ijtheid van de electronen-configuratie bij de negatieve waterstof.

De afschermende werking van de andere halogenen is bij deze koolstofderivaten zoo volledig, dat geen onderlinge verschillen meer merkbaar zijn. Dit kan anders worden zoodra het centraal-atoom grooter wordt.

Gaan we over tot overeenkomstige siliciumverbindingen dan zouden, wanneer de omhulling gelijk bleef, de kookpunten alle lager moeten zijn dan die der overeenkomstige koolstofverbindingen, daar silicium een grooter volumen heeft dan koolstof.

Inderdaad liggen nu  $\text{SiH}_4$  en  $\text{SiF}_4$  hooger,  $\text{SiCl}_4$ ,  $\text{SiBr}_4$  en  $\text{SiJ}_4$  lager dan de tetrahalogeenkoolstofverbindingen.<sup>1)</sup> Berekenen

<sup>1)</sup> Ook v. Laar neemt bij deze verbindingen al niet meer een volledige omhulling aan. (Zie: die Zustands-gleichung, blz. 203).



we, met de in tabel II gevonden  $\sqrt{a_1}$ -waarden en de molecuair volumina volgens Kopp, de kookpunten, dan zullen we voor deze Si-verbindingen een te lage waarde vinden, waarbij de afwijking het grootst is bij Si H<sub>4</sub>, en geleidelijk kleiner wordt om eindelijk bij het Si J<sub>4</sub> practisch nul te worden. (Zie tabel VI).

TABEL VI.

Verb.	$V_S$	$\Sigma \sqrt{a_1}$	$T_S$ ber.	$T_S$ gev.	Verschil
Si H <sub>4</sub>	54	64.8	78°	161°	83°
Si F <sub>4</sub>	76	91.2	110°	183°	73°
Si Cl <sub>4</sub>	123	190	293°	330°	37°
Si Br <sub>4</sub>	148.4	243.2	399°	426°	27°
Si J <sub>4</sub>	190.4	324.8	565°	ong.v 563°	ongv. 0°

Dat de kookpunten van de overeenkomstige germanium-, tin- en titaanverbindingen in deze volgorde stijgen wijst er op, dat door de toename van het volumen van het centraalatom de omhulling steeds minder volledig wordt.

Een niet volledige omhulling bij de silicium-verbindingen is in fraaie overeenstemming met een aantal chemische feiten. Wanneer vier halogeenatomen de werking van het centraalatom naar buiten practisch geheel afschermen, kunnen er geen complex-verbindingen worden gevormd waarin meer halogeenatomen direct om het centraalatom zijn gerangschikt. Bij koolstofderivaten is dit dan ook nooit waargenomen, silicium-fluoride echter vormt reeds gemakkelijk verbindingen van het type  $K_2$  [Si F<sub>6</sub>] waarin zes fluooratomen om het silicium zijn gerangschikt. Overeenkomstige chloorverbindingen zijn al niet meer bekend, echter wel weer bij tin, n.l. van het type  $K_2$  [Sn Cl<sub>6</sub>]. Zelfs kan tin reeds zes broom- atomen om zich heen verzamelen in b.v.  $K_2$  [Sn Br<sub>6</sub>], terwijl er aanwijzingen bestaan, dat het lood-ion zelfs in staat is zes jood- atomen om zich te groepeeren.

#### Summary.

It has been shown, that the boiling-points of the halogen-derivates of CH<sub>4</sub> and SiH<sub>4</sub>, such as CCl<sub>3</sub>Br, CCl<sub>2</sub>Br<sub>2</sub> etc. can be calculated by linear interpolation from the boiling-points of CCl<sub>4</sub> and CBr<sub>4</sub>. Further it is possible to calculate the boiling-points from the equations given by van Laar; from the fact that both methods give practical the same results it follows that the value of  $\sqrt{a/b}$  (where  $a$  and  $b$  are the constants from van der Waals' equation) is practically the same for all tetra-halogen derivates of CH<sub>4</sub>, and also for all the derivates of SiH<sub>4</sub>. When this is the case, the difference between the boiling-points of two compounds of this type must be proportional to the difference of the molecular-volumina, as stated in the foregoing publication.

Eindhoven.

NATUURKUNDIG LABORATORIUM DER  
N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN.

## TER BESPREKING ONTVANGEN BOEKEN.

- E. Picard*, Mélanges de mathématique et de physique, 365 blz. — Gauthier-Villars, Paris 1924. Prijs 25 frs.  
*J. A. Schouten*, Raum, Zeit und Relativitätsprinzip, 39 blz. — B. G. Teubner, Leipzig-Berlin 1924. Prijs Mk 2.40.  
*H. Weyl*, Was ist Materie? 88 blz., 7 fig. — J. Springer, Berlin 1924. Pr. Mk 3.30.

## MEDEDEELINGEN.

### PRIJSVRAAG BATAAFSCH GENOOTSCHAP.

Het Bataafsch Genootschap der Proefondervindelijke Wijsbegeerte heeft in zijn Algemeene Vergadering, 20 September 1924 gehouden, uitgeschreven prijsvraag 233, te beantwoorden vóór 31 December 1926, luidende:

Gevraagd wordt een onderzoek naar de wijze, waarop — en de oorzaken waardoor — verschillende ijzersoorten, zooals die voor oververhitters en stoomleidingen worden gebruikt, worden aangetast door stoom van hoogen druk (tot 50, zoo mogelijk 100 kg/cm<sup>2</sup>) en hooge temperatuur (tot 500 °, zoo mogelijk 600 °) bij stoomsnelheden tot 80 m/sec.

Bij het opstellen en inzenden van het antwoord zal rekening te houden zijn met de bepalingen, die verkrijgbaar zijn bij den 1en secretaris van het Genootschap, Beurssteeg 4, Rotterdam.

## STRIKVRAGEN.

Antwoord op vraag 22: *Een spakenkruis, dat in een vertikaal vlak draaien kan, draagt aan de uiteinden der even lange armen gelijke massa's. Indien men aan de spaken, bij het passeeren van de vertikaal aan den bovenkant, warmte toevoert, evenveel als men eraan onttrekt bij het passeeren van de vertikaal aan den onderkant, dan zullen de dalende massa's aan langere hefboomsarmen zitten dan de stijgende. De machine zou dus een perpetuum mobile van de eerste soort zijn. Waarom kan ze dat niet?*

In de strikvraag is ondersteld, dat bij eenzelfde temperatuursverhooging resp. temperatuursverlaging der spaken in den vertikalen boven- en benedenstand evenveel warmte gemoeid is. Daar evenwel in den bovenstand bij de thermische uitzetting arbeid verricht moet worden om de massa aan het eind omhoog te brengen, en in den benedenstand bij de thermische inkrimping eveneens arbeid op de massa verricht moet worden, zal de toegevoerde warmte in den bovenstand meer moeten bedragen dan men bij de afkoeling in den benedenstand terugwint, zoodat er van perpetuum mobile geen sprake is.

Nadruk der artikelen en reproductie der illustraties voorkomende in dit tijdschrift wordt bij deze overeenkomstig Art. 15 der Auteurswet 1912, uitdrukkelijk verboden.

